

Вишња Јовановић • Тијана Маринковић • Мирослав Шнеблић

# ФИЗИКА 7

Уџбеник са збирком задатака и лабораторијским  
вежбама за седми разред основне школе

## ФИЗИКА 7

Уџбеника са збирком задатака и лабораторијским вежбама  
за седми разред основне школе



Редакција Фондације Алек Кавчић

**Аутори** Вишња Јовановић, професорка физике у Математичкој Гимназији, Београд  
др Тијана Маринковић, професорка физике у Шестој београдској гимназији, Београд  
Мирослав Шнеблић, професор физике у Гимназији „Свети Сава“

**Рецензенти** Проф. др Божидар Николић, Физички факултет Београд  
Доц. др Владимир Марковић, Природно-математички факултет Крагујевац  
Владан Ал. Младеновић, наставник физике, Алексинац

**Главни уредник** Крста Поповски

**Илустрације** Горан Витановић и Вишња Јовановић

**Фотографије** Shutterstock

**Лектура и коректура** Ана Мацановић

**Ликовни уредник** Слађана Николић

**Дизајн и прелом** Срђан Попов



**Издавач** Архикњига д. о. о.

Љубостињска 2, Београд

**За издавача** Оливер Кавчић

**Штампа** Birograf Comp d. o. o., Земун

**Тираж** 20.000

Прво издање, 2025.

**ISBN** 978-86-6130-065-3

CIP - Каталогизација у публикацији Народна  
библиотека Србије, Београд

37.016:53(075.2)

**ЈОВАНОВИЋ, Вишња, 1972-**

Физика 7 : уџбеник са збирком задатака и  
лабораторијским вежбама : за седми разред  
основне школе / Вишња Јовановић, Тијана  
Маринковић, Мирослав Шнеблић ; [илустрације  
Горан Витановић и Вишња Јовановић].

- Београд : Архикњига, 2025 (Земун : Birograf Comp). -  
228 стр. : илустр. ; 27 cm

Тираж 20.000. - Појмовник: стр. 224-228.

ISBN 978-86-6130-065-3

1. Маринковић, Тијана, 1976- [autor] 2. Шнеблић,  
Мирослав, 1971- [autor]

COBISS.SR-ID 160993545

Министарство просвете, науке и технолошког  
развоја Републике Србије одобрило је овај  
уџбеник за употребу у школама решењем број:  
650-02-00241/2024-07 од 27. 12. 2024. године.

Copyright © Фондација Алек Кавчић, Београд, 2025.

У графичкој реализацији уџбеника помогла:

**FONDACIJA**

## ДРАГИ УЧЕНИЦИ,

Драго нам је што ћете се ове школске године дружити са нама, кроз овај уџбеник за седми разред, у оквиру којег се налази и збирка задатака, као и лабораторијски приручник. Потрудили смо се да се у овом уџбенику налази и доста илустрација, како би вам што више олакшали и учинили занимљивим учење физике, као једне од најлепших природних наука. Запамтите, први циљ физике је да објасни све оно што видите да се дешава око вас. Када уђете у овај свет, ви постајете мали детективи чији ће задатак бити да кроз посматрање многих физичких појава сами уочите ко су ти главни „глумци“ који учествују у њима које тајне везе их то повезују. Надамо се да ћете уживати у вашим истраживањима и да ће вам овај уџбеник при томе бити добар помоћник!

Аутори



**Оглед** – извођење огледа помоћи ће ти да разумеш обрађене појмове

**Кључни појмови** – најважнији појмови које ћеш упознати у овој лекцији

### 1.4. ТРЕЋИ ЊУТОНОВ ЗАКОН

Два дечка стоје на левој, један је крвнати и од другог. Крутнији дечак одгурне другог, услед чега се убрљавају у супротном смеру. Исто се дешава и када ситнији дечак одгурне крвнијег: У оба случаја, након одгурвања, мањи дечак добија већу брзину.

**ТРЕЋИ ЊУТОНОВ ЗАКОН**

- сила акције
- сила реакције
- реактивна кретања
- сила реакције подлоге
- сила изазивања тела
- гравитациона сила



Слика 1.4.1 Два дечка на левој

**Питања и одговори**

Двајца полицаја повезани са капама постављеном иза њих изазивају стана. Како се полицаји померају када се повезано стављају у саобраћајном стању? Када прелинемо капа, општа одговорна колича у различитим смеровима. Како се колича померају на вертикалној у супротном смеровима, али изазивају да ће и убрзања можда бити супротних смерова, као и сили које су им повезане?

Слика 1.4.2 Како се полицаји повезано стављају у саобраћајном стању.

Када смо дефинисали силу, објаснили смо да је она физичка величина која описује узастопно деловање између тела. Из претходних примера закључавамо да када једно тело делује на друго, то изазива трансфер реакцију другог тела које убрљава реактивном силом истог правца и супротног смера на прво тело. Трећи Њутон закон прецизно описује ову интеракцију.

**Сила којом два тела узајамно делују једно на друго једнака су по величини и правцу, а супротни по смеру.**

Ако једну од тих сила назовемо силом акције и означимо са  $F_1$ , а другу силом реакције, са ознаком  $F_2$ , онда Трећи Њутон закон можемо да изражава формулом:

$$F_2 = -F_1$$

**Сила реакције има исти правец и величину као и сила акције, али је супротно усмерена.**

**ОГЛЕД**

Два динамометра

Закони два динамометра један из другог. Повремено динамометри као на слици и опште динамометри се не изједначавају. Причујте ли да оба динамометра показују исту вредност?

Слика 1.4.4 На слици показујемо два динамометра повезаних да је један динамометар у равнотежи са другим динамометром и да је динамометар делује на други.

**ПРИМЕРИ ЗА ДЕЛОВАЊЕ СИЛА АКЦИЈЕ И РЕАКЦИЈЕ**

**Тело мирује на хоризонталној подлози.** Због деловања силе Земљине теже  $F_g$ , оно притиска подлогу силом коју зовемо тежином тела и означавамо је са  $Q$ . Истовремено, подлога делује на то тело силом која се назива сила реакције подлоге и означава се са  $P$ .

**Питања 1.4.1.** Да ли су силе  $P$  и  $Q$  силе акције и реакције?

**Одговори:** Нису, јеро између истих предмета и истог тела, нападне тачке су им у истом тачку! Силе акције и реакције се јављају међу различитим деловима тела и са силама од истог делова на исто тело. То су у овом случају, тежина тела  $Q$  и сила реакције подлоге  $P$ .

Слика 1.4.5 Тело мирује на хоризонталној подлози. Силе акције и реакције су  $Q$  и  $P$ .

**Тело мирује означено о нит.** Због деловања силе Земљине теже  $F_g$ , оно затеже нит силом коју зовемо тежином тела и означавамо са  $Q$ . Истовремено, нит делује на то тело силом која се назива сила изазивања нити и означава са  $T$ .

Слика 1.4.6 Тело мирује означено о нит. Силе акције и реакције су  $Q$  и  $T$ .

**Дефиниција** – формуле и објашњења нових физичких појмова посебно су истакнути

**Питања** – провери познавање градива лекције одговарањем на питања

**Задатак** – решен пример задатка са применом обрађеног градива

**Подсећање** – подсећање на раније стечена знања потребна у овој лекцији

### 4.4. ПОТЕНЦИЈАЛНА ЕНЕРГИЈА

**ПОДСЕЋАЊЕ**

Нека сила је изазивала рад ако је тело под њом променило положај, брзину или се деформисало.

Рад силе које делују дужи правац кретања рачунамо по формули  $W = F \cdot s$ .

Када тело пада са висине  $h$  на земљу, рад силе Земљине теже је  $A = m \cdot g \cdot h$ .

Енергија је мера способности тела да изврши рад.

Тело врши рад ако делује силама на нешто друго тело, при чему та посера или деформира.

Енергија коју тело има због положаја у односу на нешто друго тело зовемо **потенцијална енергија**.

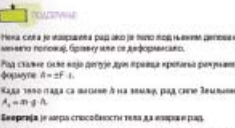
**ГРАВИТАЦИОНА ПОТЕНЦИЈАЛНА ЕНЕРГИЈА**

Гравитациона потенцијална енергија је енергија коју тело има због положаја у пољу Земљине теже.

**ОГЛЕД**

Два тела истог масе повезана вертикалном нитом

Да бисмо испитали од чега се зависи гравитациона потенцијална енергија, поставимо питања да падају на вертикално постављеној вертикалној опрузи. При томе тело можемо масе  $m_1$  и  $m_2$  са којима се можемо слободно падају. Некао уопште, опруза се сабира. Пређемо од тога да, ако се енергија може сабирати, тело које је извршило рад на другом телу, има већу енергију.



Слика 4.4.1 Гравитациона потенцијална енергија тела зависи од референтног тела у односу на које посматрамо његово кретање. На пример, гравитациона енергија у ваздуху вода има кинетичку енергију која је нула у односу на гутњеник у ваздуху, али је различита од нуле у односу на путника који на стањаци чини воз.

**ПОДСЕЋАЊЕ**

За коју енергију сте чули пре него што сте прочели овог деловања лекције?

Шта је енергија?

- Савремена енергетика сила се отклања у различитим облицима?
- Како је важно да тело достигне неки од енергија?
- Када тело има гравитациону потенцијалну, а какав кинетичку енергију?
- Како су повезане рад, јерне силе и потенцијална енергија?
- Чему је јединица рад у механици?

**ПОДСЕЋАЊЕ**

Гравитациона потенцијална енергија тела израчунамо је изазивањем масе и висине на којој се налази.

**Сазнај више** – додатне чињенице и занимљивости које продубљују твоја знања

## Сажетак – списак објашњења свих нових појмова у поглављу

**САЖЕТАК**

- Сила врши **механички рад** ако помера или деформише неко тело.
- Када делује статичка хоризонтална сила у смеру кретања тела, рад  $A$  се рачуна као производ силе  $F$  и пута  $s$ :  $A = F \cdot s$ , а када сила делује у супротном смеру, тада је рад негативан  $A = -F \cdot s$ . Мерна јединица за рад је  $\text{кул } \text{Ул}$ . Када сила делује нормално на смер кретања, рад не ствара јер је нула.
- Рад резултатне силе**  $A$  бројчано је једнак збиру радова свих сила које делују на тело. При томе узимамо у обзир да бројне вредности у збиру могу бити позитивне и негативне.
- Рад  $A$  силе Земљине тежине** код слободног пада или кретања наоко је једнак  $A_g = m \cdot g \cdot h$ , а код кретања наоко је  $A_g = -m \cdot g \cdot h$ , где је  $m$  – маса тела,  $g$  – убрзање силе Земљине тежине и  $h = s$  – пут који је тело преšlo.
- Рад  $A$  силе пружине котвања је увек негативан  $A_s = -F \cdot s$ .
- Енергија** је мера способности тела да изврши рад.
- Енергија коју тело има услед своје кретања назива се **кинетицка енергија**  $E_k$ . Мерна јединица је  $\text{кул } \text{Ул}$ .  
 $E_k = \frac{1}{2} m v^2$ , где је  $m$  – маса, а  $v$  – брзина којом се тело креће.
- Енергија коју тело има услед свог положаја у односу на неко друго тело са којим интерагује назива се **потенцијална енергија**  $E_p$ . Мерна јединица је  $\text{кул } \text{Ул}$ .  
 $E_p = m \cdot g \cdot h$ , где је  $m$  – маса тела,  $g$  – убрзање силе Земљине тежине и  $h$  – висина у односу на референтни ниво. Када се тело налази на висини референтног нива, тада има нулту потенцијалну енергију.
- Механичка енергија**  $E$  једнака је збиру потенцијалне  $E_p$  и кинетицке  $E_k$  енергије:  $E = E_k + E_p$ . Мерна јединица за механичку енергију је  $\text{кул } \text{Ул}$ .
- Рад  $A$  резултатне силе** бројчано је једнак промени кинетицке енергије тела на које те силе делују:  
 $A = E_2 - E_1$
- Ако на тело, поред силе Земљине тежине, делују и друге силе, њиховим резултујућим радом повећаће се укупна механичка енергија твек:  $A_s = E_2 - E_1$ .
- Закон одржавања механичке енергије** важи у случајевима када на тело делује само сила Земљине тежине или када делују и друге силе, али је њихов резултујући рад једнак нули:  $A_s = 0$ .
- Валовна дугина која описује брзину извршавања рада назива се **средња сила**  $\bar{F}$ , рачунамо као количник радова  $A$  и времена  $t$  за које је тај рад извршен:  $\bar{F} = \frac{A}{t}$ . У случају када на тело делује статичка хоризонтална сила, средњу силу рачунамо по формули  $\bar{F} = F \cdot v$ , где је  $v$  – средња брзина тела на путу  $s$ . Мерна јединица за снагу је  $\text{ват } (\text{W})$ .
- Коefицијент корисног дејства**  $\eta$  је однос корисног  $A_k$  и уложеног рада  $A_u$ :  $\eta = \frac{A_k}{A_u}$ . Можемо га рачунати и преко односа корисне  $P_k$  и уложене силе  $P_u$ :  $\eta = \frac{P_k}{P_u}$ , или преко корисне  $E_k$  и уложене енергије  $E_u$ :  $\eta = \frac{E_k}{E_u}$ .

## Провери знање – скуп кратких питања о основним појмовима изложеним у лекцији

**ПРОВЕРИ ЗНАЊЕ**

- Свакој физичкој величини придружи одговарајуће мерење (јединице):
  - а) снага \_\_\_\_\_ 1) N
  - б) рад \_\_\_\_\_ 2) Pa
  - в) коefицијент корисног дејства \_\_\_\_\_ 3) V
  - г) кинетицка енергија \_\_\_\_\_ 4) W
  - д) потенцијална енергија \_\_\_\_\_ 5) J
  - е) потенцијална енергија \_\_\_\_\_ б) бездимензиона величина
- Дели физичким величинама придружи одговарајуће формуле
  - а) гравитациона потенцијална енергија  $E_p$  \_\_\_\_\_ 1)  $m \cdot g \cdot h$
  - б) рад резултатне силе  $A$  \_\_\_\_\_ 2)  $F \cdot s$
  - в) кинетицка енергија  $E_k$  \_\_\_\_\_ 3)  $\frac{1}{2} m v^2$
  - г) снага  $P$  \_\_\_\_\_
- Заокружи тачно тврђење:
  - У којој од следећих физичких промена радије по земљи траје:
    - а) дилатација диска терета;
    - б) дилатација диска терета;
    - в) контракција (сужењање) диска терета;
    - г) кретање тела у пољу Земљине тежине.
- Тело се помера из положаја  $x_1$  до положаја  $x_2$ . Промена гравитационе потенцијалне енергије тела делом,  $\Delta E_p = m \cdot g \cdot \Delta h$ . Колика је промена кинетицке енергије?
  - а)  $x_2 - x_1$
  - б)  $x_1 - x_2$
  - в)  $x_1$
  - г)  $x_2$
- Које од датих формула су:
  - а)  $\eta = \frac{P_k}{P_u}$
  - б)  $\eta = \frac{E_k}{E_u}$
  - в)  $\eta = \frac{A_k}{A_u}$
  - г)  $\eta = \frac{E_k}{E_u}$

### ЗАДАЦИ

**СИЛНАЈЕ И РАЗЛАЖАЈЕ СИЛА**

- Два хокејаша се боре да добију пак током игре. У истој моменту намерају и ударају у паку хокејаша са једне стране под правним углом. Хокејаш који игра на левој страни удара снагом од 40 N, а хокејаш који игра са десне стране снагом од 30 N. Колика је резултујућа сила која делује на паку?
 

**Физичка појмова:** резултатна сила различитих правца.
- У неким спортистичким ситуацијама, исто дво хокејаша из претходног задатка се боре за пак, али овог пута обавља ударац снагом од 4 N под правним углом. Колика је резултујућа сила која делује на паку? Под којим углом у односу на смер удараца (попа) снага хокејаша ће се кретати паку?
 

**Физичка појмова:** резултатна сила различитих правца.
- Деда Мраз и његов ервас покретно са сваким претварајући се у пуносног пуносног поклона. Путица је толико тешка да је Деда Мраз морао да савије са снагом и повести ервасу тако што ће погнати савија. Ако је угас између ујела које вуче ервас и хоризонталног пута 30°, а Деда Мраз гура савија у хоризонталном правцу, колика је резултујућа хоризонтална сила којом ервас и Деда Мраз вучу ервасу на савија? Идентификујте силе којом ервас вуче, а Деда Мраз гура савија су једнаком и износе 500 N.
 

**Физичка појмова:** сила и разлагање силе на компонента.
- Равнотежа тела
 

**Физичка појмова:** равнотежа.

## Задачи – скуп питања и задатака који би требало да допринесу бољем разумевању и прихватању пређеног градива

**ОДРЕЂИВАЊЕ УБРЗАЊА ТЕЛА КОЈЕ СЛОБОДНО ПАДА**

**ПОШ:** Тело слободно пада када се креће само под дејством силе Земљине тежине, при чему је почетна брзина једнака нули. Убрзање тела при слободном паду једнако је убрзању Земљине тежине  $a = g$ . У слици 2.1, стављено смо до убрзање рачунамо према формули  $a = g = \frac{2g}{t^2}$ , где је  $H$  – висина са које тело пада, а  $t$  – време пада. Слика 2.1.

За одређивање бројне вредности слободног пада наместити наставно средство које можете видети у вебним адресима лабораторија, а то је **Атудова машина**. Поседујте се са сваке масе и већи број димензионалних и недимензионалних верзија из мезанже.

Атудова машина се састоји од вертикалне дуге плоче на којој се налази метарска скала. На врху плоче је котур К, преко кога је пребачена тачка и неметални нит на којем крајевима су означена два тела, маса  $m_1$  и  $m_2$  ( $m_1 > m_2$ ).

Тел масе  $m_1$ , креће се изању прстенова  $P_1$  и  $P_2$ , на којима се налазе фотосензори  $S_1$  и  $S_2$ . Врхове прстенова између прстенова налази се на дигиталној хронометру  $H$ . Растојање између прстенова може се меняти, а са њима и растојање.  $H$  које пређе тело масе  $m_1$ . Слика 2.2.

Резултујућа сила која делује на овај систем два масена тела је  $F = m_1 \cdot g - m_2 \cdot g$ , тако да је убрзање објекта

$$a = \frac{m_1 \cdot g - m_2 \cdot g}{m_1 + m_2}$$

Слика 2.2: Атудова машина. Слика 2.3: Атудова машина. Слика 2.4: Атудова машина.

**Одредите убрзање слободног пада постоју Атудова машина.**

**ПРЕНОС**

- Атудова машина
- мала, посуда кутлица

**УПУТСТВО:**

- За ову вежбу неку потребну повезати телови.
- Наместите почетно растојање између прстенова на  $H_1 = 10 \text{ cm}$ .
- Кутули држати непомично изнад прстена  $P_1$  и снагов  $S_1$  и пусти је да слободно пада.
- Један од ученика хвата кутулицу изнад прстена  $P_2$ .
- Повторите мерење времена још два пута.
- Измерите прстен  $P_2$  надгле за око 3 cm и за то ново растојање измерите 3 пута време.
- Још једном измерите прстен  $P_2$  надгле за око 3 cm и за то ново растојање измерите 3 пута време.
- Попунити табелу 3.1 на основу ње наћи средње убрзање Земљине тежине  $g$ .
- У овом случају најје потребно да рачунамо апсолутну грешку за време  $\Delta t$ , него средњу вредност  $t$ , засекрутите на првој децимали.

Број мерења	$H$ [cm]	$t$ [s]	$t_{\text{ср}}$ [s]	$g = \frac{2H}{t_{\text{ср}}^2}$ [ $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ]	$g_{\text{ср}}$ [ $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ]
1					
2					
3					

Слика 2.1  
Трешње резултат  $g = \frac{m}{s^2}$

**ДОДАТНИ ПРА:**

Пробајте да уредите исту вежбу и са повезаним теловима маса  $m_1$  и  $m_2$  ( $m_1 > m_2$ ). Сваког пут уместо кутлице, пуштате да пада тега веће масе  $m_1$ . Измерите вредности које добијате преко формуле на најмањим и формуле која следи из Другог Њутновог закона након попуњавања табеле 3.3. 300г чага се све две вредности не поддржавају? Шта уопште све на тимост веријате?

$H$ [cm]	$t$ [s]	$t_{\text{ср}}$ [s]	$a = \frac{2H}{t_{\text{ср}}^2}$ [ $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ]	$a = \frac{m_1 \cdot g - m_2 \cdot g}{m_1 + m_2}$

Слика 2.2

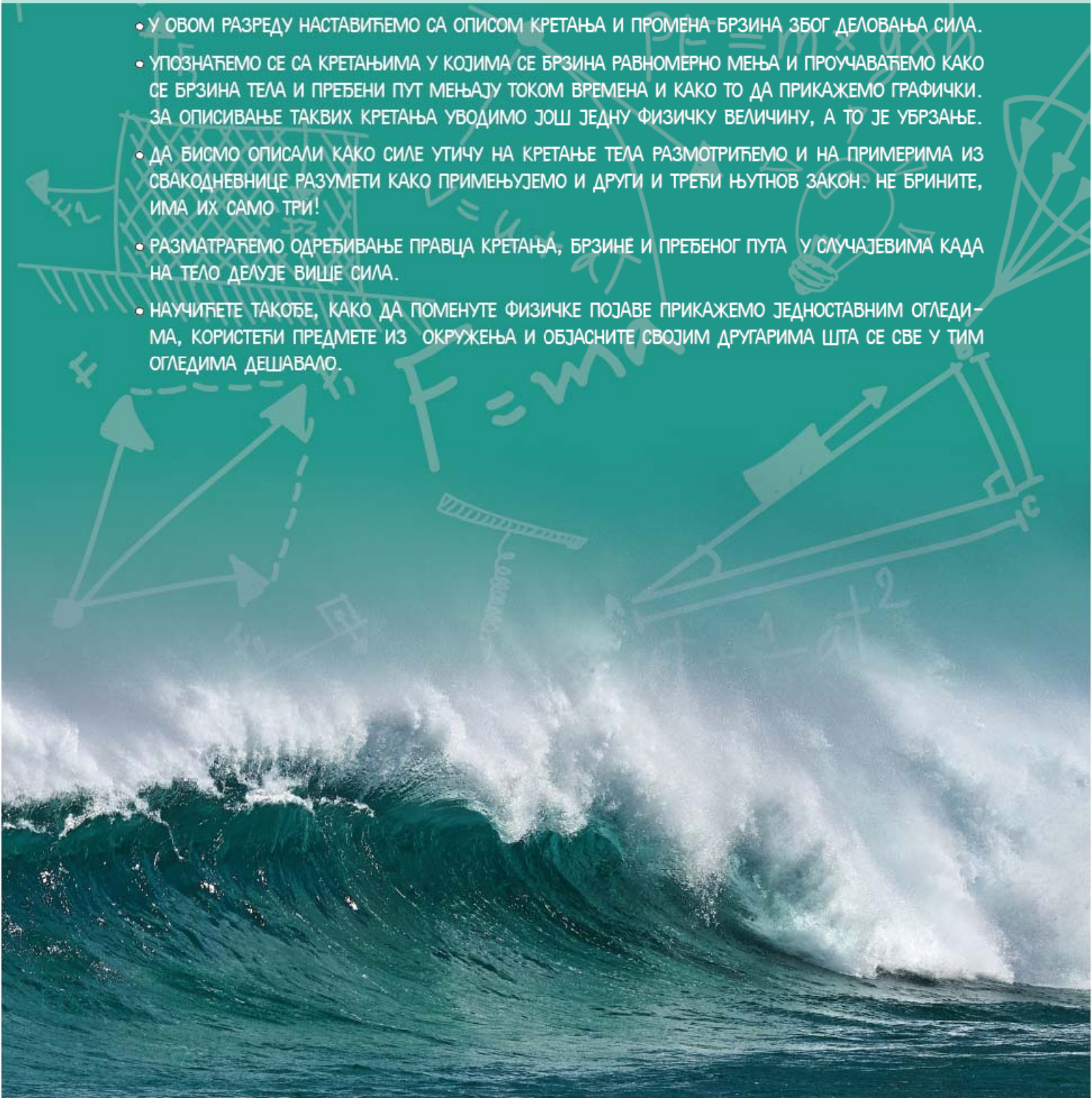
## Лабораторијске вежбе – извођење лабораторијских вежби чија је сврха развијање знања о физичким законима и принципима

# САДРЖАЈ

1. СИЛА И КРЕТАЊЕ..... 7	4. МЕХАНИЧКИ РАД, ЕНЕРГИЈА И СНАГА .. 131
1.1. Тренутна и средња брзина тела. Сила као узрок промене брзине тела. Убрзање..... 8	4.1. Механички рад..... 132
1.2. Како се решавају задаци из физике..... 14	4.2. Рад силе Земљине теже и рад силе трења..... 136
1.3. Веза између силе, масе и убрзања. Други Њутнов закон..... 18	4.3. Механичка енергија. Кинетичка енергија. Рад и промена кинетичке енергије..... 140
1.4. Трећи Њутнов закон..... 26	4.4. Потенцијална енергија..... 145
1.5. Равномерно променљиво праволинијско кретање..... 30	4.5. Веза између извршеног рада и промене механичке енергије. Закон одржања механичке енергије.. 149
1.6. Зависност брзине од времена. Графичко представљање зависности брзине од времена код равномерно променљивог праволинијског кретања..... 35	4.6. Снага. Коефицијент корисног дејства..... 155
1.7. Графичко представљање зависности брзине од времена..... 39	Сажетак..... 160
1.8. Зависност пређеног пута од времена, почетне и крајње брзине и убрзања.... 43	Провери знање..... 161
Сажетак..... 48	Задаци..... 167
Провери знање..... 49	
Задаци..... 53	
2. КРЕТАЊЕ ПОД ДЕЈСТВОМ СИЛЕ ТЕЖЕ И СИЛА ОТПОРА..... 57	5. ТОПЛОТНЕ ПОЈАВЕ..... 171
2.1. Убрзање при кретању тела под дејством Земљине теже. Галилејев оглед..... 58	5.1. Честични састав супстанције: молекули и њихово хаотично кретање..... 172
2.2. Слободно падање тела. Бестежинско стање..... 62	5.2. Топлотно ширење тела..... 176
2.3. Хитац навише и хитац наниже..... 67	5.3. Појам и мерење температуре..... 179
2.4. Силе трења..... 72	5.4. Унутрашња енергија и температура ..182
2.5. Силе отпора средине..... 80	5.5. Количина топлоте. специфични топлотни капацитет..... 184
Сажетак..... 83	5.6. Топлотна равнотежа..... 198
Провери знање..... 84	5.7. Агрегатна стања супстанције..... 191
Задаци..... 88	Сажетак..... 194
	Провери знање..... 195
3. РАВНОТЕЖА ТЕЛА..... 93	6. ЛАБОРАТОРИЈСКЕ ВЕЖБЕ..... 199
3.1. Слагање и разлагање сила..... 94	7. РЕШЕЊА..... 213
3.2. Момент силе..... 99	8. ПОЈМОВНИК..... 224
3.3. Врсте равнотеже..... 81	
3.4. Полуга. Равнотежа полуге..... 108	
3.5. Сила потиска у течности и гасовима..... 112	
3.6. Пливање и тоњење тела..... 116	
Сажетак..... 121	
Провери знање..... 122	
Задаци..... 127	

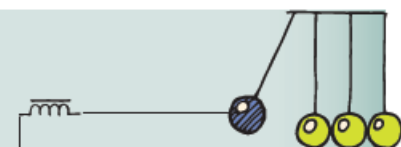
# 1 СИЛА И КРЕТАЊЕ

- У ОВОМ РАЗРЕДУ НАСТАВИЋЕМО СА ОПИСОМ КРЕТАЊА И ПРОМЕНА БРЗИНА ЗБОГ ДЕЛОВАЊА СИЛА.
- УПОЗНАЋЕМО СЕ СА КРЕТАЊИМА У КОЈИМА СЕ БРЗИНА РАВНОМЕРНО МЕНЈА И ПРОУЧАВАЋЕМО КАКО СЕ БРЗИНА ТЕЛА И ПРЕБЕНИ ПУТ МЕНЈАЈУ ТОКОМ ВРЕМЕНА И КАКО ТО ДА ПРИКАЖЕМО ГРАФИЧКИ. ЗА ОПИСИВАЊЕ ТАКВИХ КРЕТАЊА УВОДИМО ЈОШ ЈЕДНУ ФИЗИЧКУ ВЕЛИЧИНУ, А ТО ЈЕ УБРЗАЊЕ.
- ДА БИСМО ОПИСАЛИ КАКО СИЛЕ УТИЧУ НА КРЕТАЊЕ ТЕЛА РАЗМОТРИЋЕМО И НА ПРИМЕРИМА ИЗ СВАКОДНЕВНИЦЕ РАЗУМЕТИ КАКО ПРИМЕНЈУЈЕМО И ДРУГИ И ТРЕЋИ ЊУТНОВ ЗАКОН. НЕ БРИНИТЕ, ИМА ИХ САМО ТРИ!
- РАЗМАТРАЋЕМО ОДРЕЂИВАЊЕ ПРАВЦА КРЕТАЊА, БРЗИНЕ И ПРЕБЕНОГ ПУТА У СЛУЧАЈЕВИМА КАДА НА ТЕЛО ДЕЛУЈЕ ВИШЕ СИЛА.
- НАУЧИЋЕТЕ ТАКОБЕ, КАКО ДА ПОМЕНУТЕ ФИЗИЧКЕ ПОЈАВЕ ПРИКАЖЕМО ЈЕДНОСТАВНИМ ОГЛЕДИМА, КОРИСТЕЋИ ПРЕДМЕТЕ ИЗ ОКРУЖЕЊА И ОБЈАСНИТЕ СВОЈИМ ДРУГАРИМА ШТА СЕ СВЕ У ТИМ ОГЛЕДИМА ДЕШАВАЛО.



# 1.1. ТРЕНУТНА И СРЕДЊА БРЗИНА ТЕЛА.

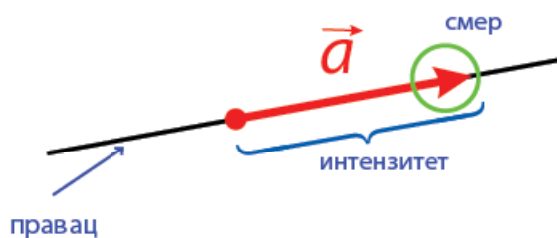
## СИЛА КАО УЗРОК ПРОМЕНЕ БРЗИНЕ ТЕЛА. УБРЗАЊЕ



- средња брзина
- тренутна брзина
- сила
- промена брзине
- променљиво кретање
- убрзање



Све векторске физичке величине приказујемо **векторима**. То су оријентисане дужи чија дужина представља бројчану вредност одређене физичке величине, права на којој тај вектор лежи одређује правац, а стрелица показује смер. Бројчана вредност се другачије назива и интензитет вектора. Интензитет вектора у математици зависи од изабране јединичне дужи, а у физици од изабраних мерних јединица преко којих се дата физичка величина изражава.



**Средња брзина** бројчано је једнака количнику укупног пређеног

пута и времена за које тело је прешло тај пут:  $v_{sr} = \frac{s_u}{t_u}$ .

### ТРЕНУТНА БРЗИНА КАО ВЕКТОРСКА ВЕЛИЧИНА

Путујући аутомобилом, можете приметити да се његова брзина мења. На неким местима, као што су раскрснице или пешачки прелази, аутомобил мора да се заустави, а на неким деоницама дозвољене су и велике брзине.

Због безбедности и поштовања саобраћајних правила важно је знати колика је вредност брзине у сваком тренутку током вожње.



Слика 1.1.1: Возач мора да води рачуна колика је брзина аутомобила како би могао на време закочити испред пешачког прелаза.



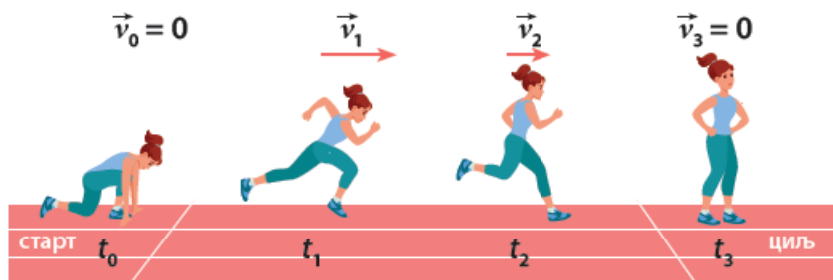
Слика 1.1.2: Саобраћајни знак на коме се приказује измерена вредност максимално дозвољене брзине и вредност тренутне брзине аутомобила. Да ли је возач аутомобила направио прекршај?



У шестом разреду смо научили да било које кретање тела на одређеном путу можемо описати средњом брзином. Средња брзина је скаларна физичка величина и једнака је количнику укупног пута и времена за које се тај пут пређе. За потпун опис кретања потребно је познавати правац, смер и бројчану вредност брзине, због чега уводимо појам **тренутне брзине**.

**Тренутна брзина је брзина коју тело има у одређеном тренутку времена.**

Тренутна брзина је векторска физичка величина одређена правцем, смером кретања и интензитетом. У свакодневном говору под тренутном брзином најчешће подразумевамо само њену бројчану вредност: на пример, ауто се креће брзином од 50 km/h . У физици се, међутим, стандардно користи m/s (метар у секунди).



Слика 1.1.3. Тренутна брзина атлетичарке у четири временска тренутка. У почетном  $t_0$  и крајњем  $t_3$  тренутку интензитет њене брзине једнак је нули. Зато се у тим тренуцима не цртају вектори брзине. Упоредите интензитете тренутних брзина  $v_1$  и  $v_2$  преко дужина одговарајућих вектора са слике 1.1.3.



● **Питање 1.1.1.** Да ли је на слици 1.1.2. очитана вредност средње брзине на целом путу?

**Одговор:** Није. На слици је очитана тренутна брзина. Тренутна брзина се мења током кретања.

● **Питање 1.1.2.** Атлетичар претрчи 100 m за 10 s. Да ли је његова брзина током трке увек имала вредност  $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ?

**Одговор:** Из података о укупном пређеном путу и укупном времену, имамо само информацију о средњој брзини атлетичара. Не можемо знати да ли се атлетичар свих 100 m кретао константом брзином или је мењао брзину.

Средња брзина се означава са  $v_{sr}$ , а тренутна са  $\vec{v}$ . Ако користимо ознаку  $v$ , онда њоме означавамо само интензитет брзине. Зато, правилно се пише  $v = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , а не  $\vec{v} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ !

**Тренутна брзина**

**тела = брзина тела.**

Обично се каже тренутна брзина када желимо нагласити да је то брзина у одређеном тренутку кретања.

**Интензитет брзине = бројчана вредност брзине у одговарајућим мерним јединицама.**

Брзина је вектор и њен интензитет је исто што и њена бројчана вредност.

**Смер тренутне брзине = смер кретања тела.**

**Време кретања тела = дужина временског интервала.**



## САЗНАЈ ВИШЕ

Интензитет тренутне брзине представља количник пређеног пута и времена кретања онда када је то време изузетно мало. Будући да је средња брзина једнака количнику укупног пута и укупног времена, приметимо да се за изузетно мало време кретања бројчана вредност средње брзине подударе са бројчаном вредношћу тренутне брзине. Укратко, *интензитет тренутне брзине једнак је средњој брзини за изузетно мало време кретања.*

На пример, изузетно мало време кретања или изузетно мали временски интервал могу бити  $\Delta t = 0,00000000001 \text{ s}$  или  $\Delta t = 0,00000001 \text{ s}$ .

## СИЛА КАО УЗРОК ПРОМЕНЕ БРЗИНЕ КРЕТАЊА

### ПОДСЕЋАЊЕ

**Сила** је векторска физичка величина којом се описује узајамно деловање између тела. Ознака за силу је  $\vec{F}$ , мерна јединица је њутн, а ознака мерне јединице је N. Последица деловања силе на тело је промена брзине или деформација тела.

Мерни инструмент за силу је **динамометар**.

**Инертност** је својство тела да се опире промени стања кретања или мировања. **Маса** је мера инертности тела. Маса је скаларна физичка величина; ознака за масу је  $m$ , мерна јединица је килограм, а ознака мерне јединице је kg.

**Први Њуџинов закон или Закон инерције:** свако тело остаје у стању мировања или равномерног праволинијског кретања све док га нека сила не примора да промени то стање.

### ПОДСЕЋАЊЕ

Знак  $\Delta$  (велико грчко слово делта) означава разлику почетне и крајње вредности неке физичке величине. Тако је  $\Delta t$  временски интервал, а  $\Delta t = t_2 - t_1$  је разлика временских тренутака  $t_2$  и  $t_1$ .

У шестом разреду је речено да под дејством силе тело мења брзину. Деца се, возећи тротинете, одгурују од подлоге мењајући брзину. Бициклиста ногама гура педале како би повећао или одржавао исту вредност брзине. У разним играма лоптом играчи ударају лопту, делујући при томе силом на њу, како би је покренули или променили њену брзину. Људи често делују силом на предмете да би их покренули или променили њихову брзину.

У свим наведеним примерима брзина тела се мења као вектор, тј. по интензитету, правцу или смеру. Зато уводимо **промену брзине**  $\Delta \vec{v}$  као векторску физичку величину која је једнака разлици вектора тренутних брзина на почетку  $\vec{v}_1$  и на крају  $\vec{v}_2$  временског интервала  $\Delta t$ :

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1.$$

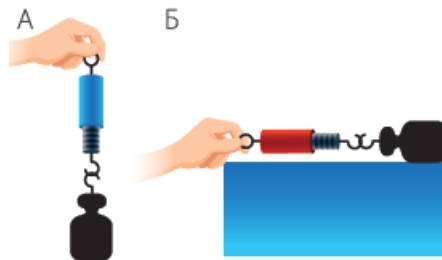
Изведимо два огледа да бисмо се подсетили како се мери сила и да обновимо појам инерције.

### ОГЛЕД

#### Мерење силе динамометром

Окачимо тело о динамометар и сачекајмо да се умири. Тада динамометар показује тежину тела, односно гравитациону силу којом Земља привлачи то тело, слика 1.4.4.А.

Када тело поставимо на хоризонталну подлогу и вучемо га динамометром, онда динамометар показује силу којом вучемо тело, слика 1.4.4.Б.



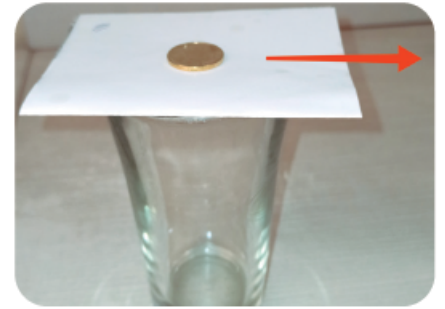
Слика 1.1.4: А) Динамометар мери тежину тела. Б) Динамометар мери вредност силе која вуче тело.



## ОГЛЕД

### Приказ инертности тела помоћу папира и тега

Поставимо новчић на чашу са папиром. Када се папир повуче силом великог интензитета, новчић ће остати у истом положају у односу на чашу, а папир ће се извући испод новчића. Новчић по инерцији остаје на месту на коме је био пре него што смо повукли папир и упада у чашу.



Слика 1.1.5: Демонстрирање инертности тела помоћу папира и новчића.



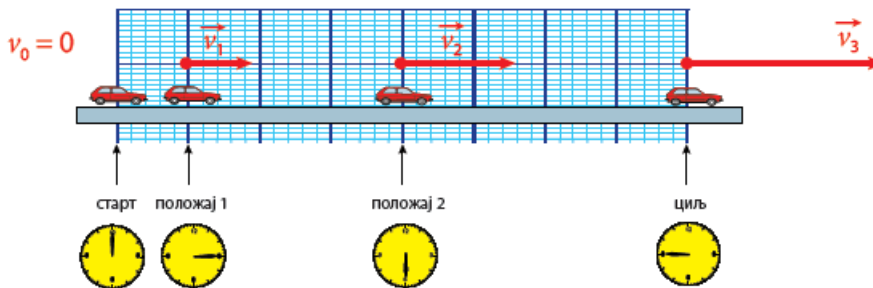
**Питање 1.1.3.** Повуцимо сада лагано папир са новчићем. Новчић се помера са папиром и не упада у чашу. Да ли је новчић изгубио инертност? Одговор на ово занимљиво питање даћемо касније.

## УБРЗАЊЕ

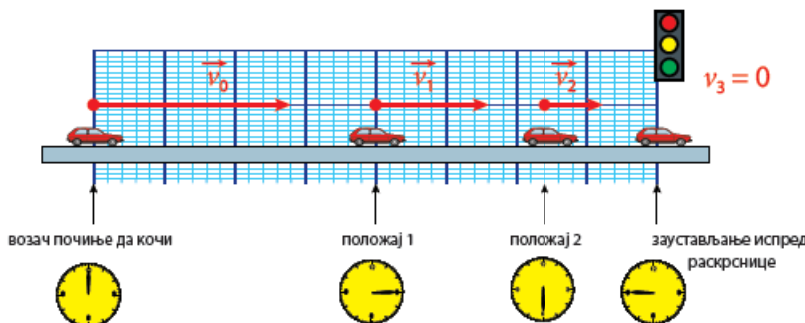
У свакодневном животу користимо појмове „убрзавање“ и „успоравање“, како би смо описали нека кретања. Сада ћемо разматрати како су та кретања повезана с променом брзине тела и временским интервалом у којем се та промена дешава.

Тренутна брзина тела је векторска величина. Када се она мења, онда такво кретање називамо **променљивим кретањем**. Када се бројчана вредност брзине повећава, тело убрзава, а када се смањује, онда успорава. На пример, атлетичарка убрзава на старту трке, а након што прође кроз циљ, она успорава, слика 1.1.3.

На сликама 1.1.6. и 1.1.7. приказана су по четири положаја аутомобила са тренутним брзинама у одговарајућим временским тренуцима.



Слика 1.1.6: Кретање тркачког аутомобила од старта ка циљу. Аутомобил убрзава.



Слика 1.1.7: Кретање аутомобила од тренутка када је возач почео да koči испред раскрснице до заустављања испред семафора. Аутомобил успорава.

На сликама у уџбеницима физике често су приказани положаји једног тела у два или више временских тренутака. Пример у овој лекцији су слике 1.1.3. са атлетичарем, 1.1.6. и 1.1.7. са неким телом.

Посматрајмо сада кретање три типа аутомобила који убрзавају из мировања до брзине 100 km/h. Време убрзавања за сваки тип аутомобила је дато у табели 1.1.1.

ТИП АУТОМОБИЛА	ВРЕМЕ УБРЗАВАЊА ОД 0 ДО 100 km/h
Tesla Y	3,7
Fiat 500L 1.4 16v	11,3
Fiat 500L 0,9	12,3

Табела 1.1.1.

Сва три аутомобила убрзавају, повећавајући брзину од 0 до 100 km/h, при чему промена брзине има исту вредност за различите временске интервале. Из табеле 1.1.1. види се да први аутомобил достиже брзину од 100 km/h за најкраће време. Да бисмо описали убрзана кретања, користимо векторску физичку величину **убрзање**  $\vec{a}$ :

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

**Убрзање је једнако промени вектора брзине у јединици времена.**

Важно је уочити да убрзање  $\vec{a}$  има исти правац и смер као и  $\Delta \vec{v}$ .

Мерна јединица за убрзање изведена је из мерних јединица за брзину и време:

$$[a] = \left[ \frac{\Delta v}{\Delta t} \right] = \frac{[\Delta v]}{[\Delta t]} = \frac{\frac{m}{s}}{s} = \frac{m}{s^2}$$

Приметимо (табела 1.1.1) да се аутомобили крећу убрзано, али им убрзања нису иста. Разлог лежи у томе што мотори аутомобила нису исте јачине. Јачи мотор аутомобила даје јачу вучну силу. О очигледној вези између силе која делује на тело и његовог убрзања учићемо у следећој лекцији.

Јасно је да ако нема деловања силе на тело, неће бити ни промене брзине. У том случају је  $\Delta \vec{v} = 0$ ,  $a = 0$  и тело остаје у стању мировања или равномерно праволинијског кретања, што је у складу с Првим Њутновим законом.

## УБРЗАЊЕ КОД ПРАВОЛИНИЈСКОГ КРЕТАЊА

У овом разреду изучавамо само праволинијско кретање. Зато уместо векторских величина користимо њихове бројчане вредности. Код праволинијског кретања вектор брзине замењујемо његовим интензитетом  $v$ , тако да ће убрзање бити:

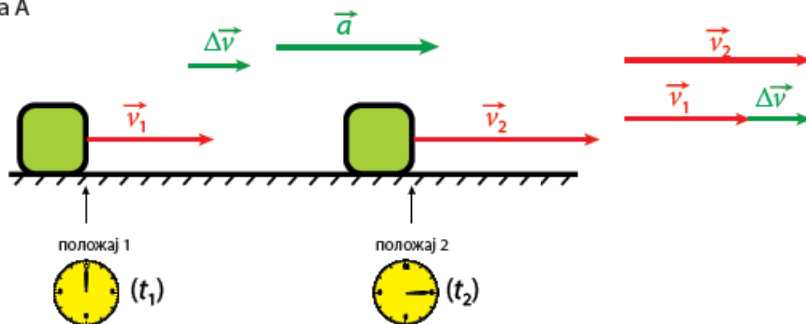
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

### ПОДСЕЋАЊЕ

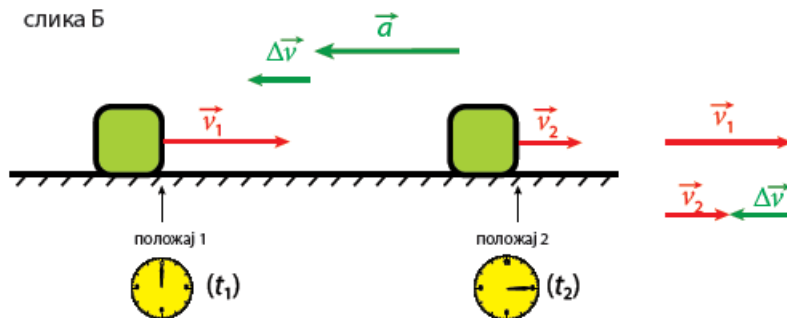
Ако неки вектор помножимо или поделимо позитивним бројем ( $\Delta t$  је временски интервал чија је вредност већа од нуле), добијемо вектор истог правца и смера. Видети уџбеник математике за шести разред.

Ако је  $\Delta v > 0$ , онда је  $a > 0$  и кажемо да тело **убрзава**. Смерови вектора  $\vec{a}$  и  $\Delta \vec{v}$  су исти као смер кретања (слика 1.1.8.А). Ако је  $\Delta v < 0$ , онда је  $a < 0$  и кажемо да тело **успорава**. Смерови вектора  $\vec{a}$  и  $\Delta \vec{v}$  су супротни од смера кретања (слика 1.1.8.Б).

слика А



слика Б



Слика 1.1.8: Тело са почетном брзином  $\vec{v}_1$  у тренутку  $t_1$  и крајњом брзином  $\vec{v}_2$  у тренутку  $t_2$ . Слика А: Тело убрзава, интензитет брзине се повећао,  $v_2 > v_1$ ,  $a > 0$  и  $\Delta v > 0$ . Слика Б: Тело успорава, интензитет брзине се смањило,  $v_2 < v_1$ ,  $a < 0$  и  $\Delta v < 0$ .

Дакле, уместо вектора убрзања  $\vec{a}$  уводимо скаларну величину  $a$ , која може имати и позитивну и негативну вредност, а чија је апсолутна вредност  $|a|$  једнака интензитету убрзања као векторске величине.

РАВНОМЕРНО ПРОМЕНЉИВО КРЕТАЊЕ	ОДНОС ПОЧЕТНЕ $v_1$ И КРАЈЊЕ БРЗИНЕ $v_2$	ЗНАК УБРЗАЊА
убрзано	$v_2 > v_1$	$a > 0$
успорено	$v_2 < v_1$	$a < 0$



- Шта је вектор и чиме је одређен?
- Када кажемо да је брзина аутомобила  $50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ , да ли смо тиме добили информацију о правцу, смеру или интензитету брзине кретања?
- Шта је инертност тела?
- Како гласи Први Њутнов закон?
- Како зовемо кретање код кога се интензитет тренутне брзине тела смањује?
- Да ли правац и смер вектора убрзања мора да се поклапа у сваком тренутку времена са правцем и смером тренутне брзине?

### ПОДСЕЋАЊЕ

Апсолутна вредност  $|x|$  позитивног броја  $x$  је сам тај број  $x$ , док је апсолутна вредност  $|-x|$  негативног броја  $x$  (на пример  $|-3| = 3$ ).

# 1.2. КАКО СЕ РЕШАВАЈУ ЗАДАЦИ ИЗ ФИЗИКЕ?

Приликом решавања задатака неопходно је проћи ове кораке:

**1. Сваки задатак треба пажљиво прочитати.** Препознати физичку појаву о којој се у задатку ради, као и дате физичке величине које су повезане са том појавом. Разумети за коју физичку величину се тражи израчунавање њене бројчане вредности, односно шта се тражи у задатку.

**2. Поставити задатак.** Под поставком задатка подразумевамо да свакој датој бројчаној вредности придружимо одговарајућу физичку величину. Испод поставке нагласити јасно које су то непознате физичке величине.

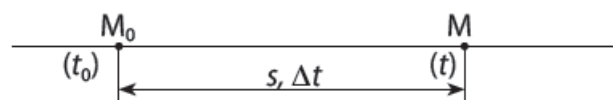
Водити рачуна о **усклађености мерних јединица**, тј. извршити претварања једних мерних јединица у друге, у случајевима када је то потребно.

На пример, брзина је дата у  $\frac{m}{s}$ , а пређени пут у km. Тада брзину у  $\frac{m}{s}$  изражавамо у  $\frac{km}{h}$  или пређени пут у km претварамо у пређени пут у m.

Све дате физичке величине у поставци пишемо једну испод друге, са потребним претварањима мерних јединица. Када смо извршили набрајање датих физичких величина, подвлачимо црту и испод ње назначавачемо које се физичке величине траже у задатку.

**3. Препознати које формуле описују дату физичку појаву и које можемо да искористимо у датом задатку.** У сложенијим задацима примењујемо једну или две формуле, а код сложенијих више њих.

**4. Нацртати одговарајућу слику.** Овај корак није неопходан, али је пожељан и увек може да помогне у сложенијим задацима. На пример, ако имамо задатке у којима тело мења тренутну брзину током кретања и у истим интервалима времена прелази различите путеве, било би пожељно да то прикажемо сликом. Обично сваком временском тренутку придружимо одговарајући положај. На пример, неком почетном тренутку  $t_0$  придружимо положај  $M_0$ , а крајњем тренутку  $t$  положај  $M$ . Између тих положаја је пређени пут  $s$  и временски интервал за који је тело прешло тај пут, време кретања,  $\Delta t = t - t_0$  (Слика 1.2.1).



Слика 1.2.1: Приказ тела у два положаја – почетном  $M_0$  и крајњем  $M$ . Између тих положаја означавамо пређени пут  $s$  и време кретања  $\Delta t$ .

Исто тако, у задацима у којима се сусрећу два или три тела, приказивање почетних и крајњих положаја, као и веза између пређених путева, знатно олакшава њихово решавање.

## ПОДСЕЋАЊЕ

Подсетимо се како се врши претварање мерних јединица за брзину:

$$1 \frac{km}{h} = \frac{1000 m}{3600 s} = \frac{1 m}{3,6 s}$$

следи да је

$$1 \frac{m}{s} = 3,6 \frac{km}{h}$$

5. Ако сте исправно урадили приpreму, можете лако доћи до решења задатка.

У следећим примерима казаћемо нешто више о илустровању задатака.



### Пример 1.

Аутомобил се креће пола сата брзином  $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , а затим 60 минута брзином  $72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Колики укупни пут је прешло то тело и колика је средња брзина на том путу?

**Корак 1. Физичка појава:** Тело се креће равномерно праволинијски у два временска интервала, први траје пола сата, а други сат времена. Траже се пређени пут и средња брзина.

**Корак 2. Поставка задатка:**

- први временски интервал  $\Delta t_1 = 0,5 \text{ h}$ ,
- брзина којом се тело креће у првом временском интервалу  $v_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ,
- други временски интервал  $\Delta t_2 = 60 \text{ min} = 1 \text{ h}$ ,
- брзина којом се тело креће у другом временском интервалу  $v_2 = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ .

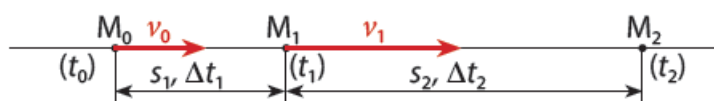
Приметимо да смо брзине изразили у  $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ , због чега смо време изразили да буде у часовима (h).

**Траже се:**

- укупни пређени пут  $s_u$ ,
- средња брзина  $v_s$ .

**Корак 3.** У овом задатку користе се две формуле. Једна је формула за брзину у равномерно праволинијском кретању,  $v = \frac{s}{t}$ , а друга за средњу брзину, у случају да се брзина тела мења на пређеном путу,  $v_s = \frac{s_u}{t_u} = \frac{\text{укупан пут}}{\text{укупно време}}$ .

**Корак 4.**



Слика 1.2.2: Приказивање кретања у коме тело мења брзину у два временска интервала  $\Delta t_1 = 0,5 \text{ h}$  и  $\Delta t_2 = 1 \text{ h}$ . Приметимо да смо сваком положају придружили и вектор брзине којим се тело креће у датом временском интервалу.

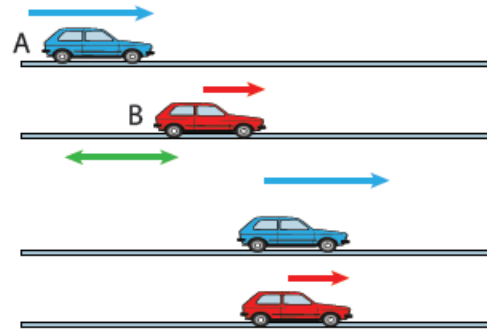
**Решење:**

- пут који тело пређе за време  $\Delta t_1 = 0,5 \text{ h}$  је  $s_1 = v_1 \cdot \Delta t_1 = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 0,5 \text{ h} = 18 \text{ km}$ ,
- пут који тело пређе за време  $\Delta t_2 = 1 \text{ h}$  је  $s_2 = v_2 \cdot \Delta t_2 = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 1 \text{ h} = 72 \text{ km}$ ,
- укупни пређени пут је  $s_u = s_1 + s_2 = 18 \text{ km} + 72 \text{ km} = 90 \text{ km}$ ,
- укупно време је  $t_u = \Delta t_1 + \Delta t_2 = 0,5 \text{ h} + 1 \text{ h} = 1,5 \text{ h}$ ,
- средња брзина је  $v_{sr} = \frac{s_u}{t_u} = \frac{90 \text{ km}}{1,5 \text{ h}} = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ .

**Напомена:** У овом задатку нису дати временски тренуци  $t_0$ ,  $t_1$  и  $t_2$ , већ временски интервали  $\Delta t_1 = t_1 - t_0$  и  $\Delta t_2 = t_2 - t_1$ . Али, ако би задатак гласио: „Аутомобил полази у 10 h и до 10 h 30 min креће се равномерно праволинијски брзином  $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , а затим до 11 h брзином  $72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Колики укупни пут је прешао аутомобил и колика је средња брзина на том путу?“ требало би урачунати временске тренутке  $t_0 = 10 \text{ h}$ ,  $t_1 = 10 \text{ h } 30 \text{ min}$  и  $t_2 = 11 \text{ h}$  и на основу њих одредити одговарајуће временске интервале  $\Delta t_1 = t_1 - t_0$  и  $\Delta t_2 = t_2 - t_1$ . Остале дате физичке величине су исте као и у примеру 1.

**Пример 2.**

Два аутомобила крећу истовремено у истом смеру из градова А и В, удаљена 72 km. Оба аутомобила крећу се равномерно праволинијски; аутомобил из места А брзином  $35 \frac{m}{s}$ , а аутомобил из места В брзином  $108 \frac{km}{h}$ . За које време ће један аутомобил сустићи други? Узети да је град А иза града В у односу на смер кретања аутомобила.



Слика 1.2.3: Сустизање два аутомобила

**Корак 1.** У задатку се комбинују два равномерно праволинијска кретања. Дато је почетно растојање и брзине кретања аутомобила.

**Корак 2. Поставка задатка:**

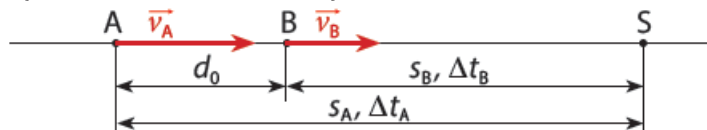
- почетно растојање,  $d_0 = 72 \text{ km}$ ,
- брзина аутомобила које полази из места А,  $v_A = 35 \frac{m}{s} = 126 \frac{km}{h}$ ,
- брзина аутомобила које полази из места В,  $v_B = 108 \frac{km}{h}$ .

**Тражи се:**

- временски интервал до сусрета  $t_s$ .

**Корак 3.** У овом задатку користи се само једна формула за брзину у равномерно праволинијском кретању,  $v = \frac{s}{t}$ .

**Корак 4.** Задатак се решава лако када га прикажемо на слици.



Слика 1.2.4: Илустрација за задатак у коме два аутомобила крећу из два различита места А и В и сустижу се у месту S.

Како оба аутомобила крећу истовремено, времена кретања су им једнака:  $\Delta t_A = \Delta t_B = t_s$ .

**Напомена:** Да је, на пример, возач из места В кренуо 5 минута касније, тада би  $\Delta t_A = t_s$ , а  $\Delta t_B = t_s - t_k$ , где је  $t_k = 5 \text{ min} = \frac{1}{12} \text{ h}$ .

- Са слике се види да је веза између пређених путева  $s_A$  и  $s_B$  и почетног растојања  $d_0$  између градова:  $d_0 = s_A - s_B$ .
- Пут који је прешао аутомобил из места А:  $s_A = v_A \cdot \Delta t_A = v_A \cdot t_s$ .
- Пут који је прешао аутомобил из места В:  $s_B = v_B \cdot \Delta t_B = v_B \cdot t_s$ .
- Следи да је  $d_0 = v_A \cdot t_s - v_B \cdot t_s = (v_A - v_B) \cdot t_s$ .

• Тражено протекло време до сусрета је  $t_s = \frac{d_0}{v_A - v_B} = \frac{72 \text{ km}}{126 \frac{km}{h} - 108 \frac{km}{h}} = \frac{72 \text{ km}}{18 \frac{km}{h}} = 4 \text{ h}$ .





### САЗНАЈ ВИШЕ

Овај задатак се могао решити и на други начин, користећи формулу за релативну брзину коју смо учили у шестом разреду:

$$v_r = \frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{\text{промена растојања међу телима}}{\text{време за које се то растојање променило}}$$

У нашем задатку је  $\Delta d = d_0 = 72 \text{ km}$ ,  $\Delta t = t_s$ , а релативна брзина

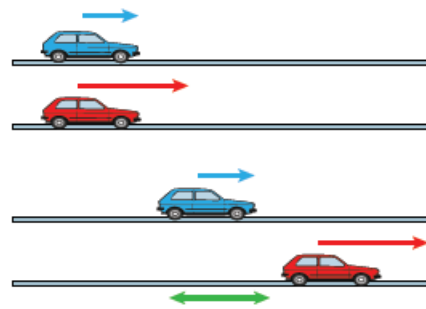
$$v_r = v_A - v_B = 18 \frac{\text{km}}{\text{h}}. \text{ Тражено време сусрета је } t_s = \frac{d_0}{v_r} = \frac{72 \text{ km}}{18 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 4 \text{ h}.$$



### ЗАДАТАК

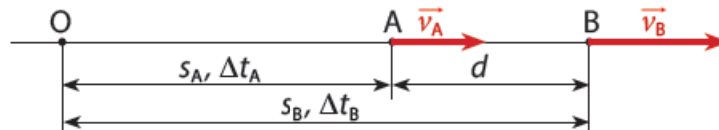
#### Друга варијанта задатка

Два аутомобила, А и В, крећу истовремено из истог града у истом смеру по правом путу. Оба аутомобила крећу се равномерно праволинијски, аутомобил А брзином  $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , а В брзином  $126 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . За које време ће растојање међу аутомобилима бити  $72 \text{ km}$ ?



Слика 1.2.5: Илустрација за задатак у ком два аутомобила крећу из истог места различитим брзинама.

Ово је задатак сличан претходном, па ће поступак решавања бити краћи. Овде се почетни положаји налазе у тачки О, а крајњи положаји аутомобила у тренутку када је њихово растојање  $72 \text{ km}$  су у тачкама А и В. Слика 1.2.6.



Слика 1.2.6: Удаљавање два аутомобила

#### Поставка задатка:

- $d = 72 \text{ km}$ ,
- $v_A = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 108 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ,
- $v_B = 126 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ .

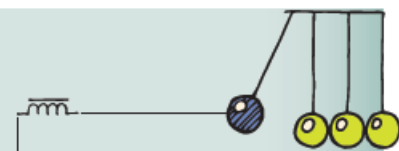
Тражи се временски интервал  $\Delta t_A = \Delta t_B = t$  за који ће растојање међу њима бити  $d$ .

#### Поступак решавања:

- $s_A = v_A \cdot \Delta t_A = v_A \cdot t$ ,
- $s_B = v_B \cdot \Delta t_B = v_B \cdot t$ ,
- $d = v_B \cdot t - v_A \cdot t = (v_B - v_A) \cdot t$ ,
- тражено време је  $t = \frac{d}{v_B - v_A} = \frac{72 \text{ km}}{18 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 4 \text{ h}$ .

# 1.3. ВЕЗА ИЗМЕЂУ СИЛЕ, МАСЕ И УБРЗАЊА.

## ДРУГИ ЊУТНОВ ЗАКОН



- резултанта
- управо и обрнуто сразмерне физичке величине
- Други Њутнов закон
- стална сила
- стрма раван



Слика 1.3.1А: Дечак баца камен, који лети у истом правцу и смеру деловања силе којом је избачен.



Слика 1.3.1Б: Аутомобил кочи и успорава, притом убрзање има исти правац и смер као сила трења која делује на њега.



Слика 1.3.1В: Човек гура аутомобил који се покварио. Аутомобил се креће у правцу и смеру силе која га гура



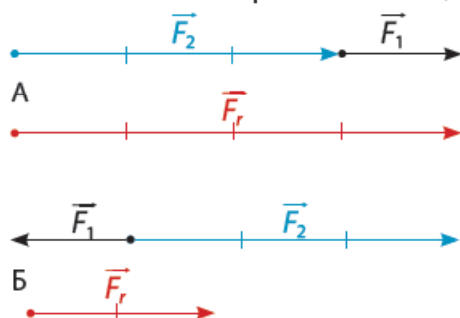
**Тренутна брзина** је брзина коју тело има у одређеном тренутку времена. Када се тренутна брзина мења током времена, кажемо да се тело креће променљиво.

**Убрзање** је једнако промени брзине у јединици времена:  $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ .

**Маса** је мера инертности тела. **Сила** је мера за интеракцију два тела.

**Материјална тачка** је тело чије се димензије током кретања могу занемарити у односу на пут који тело прелази.

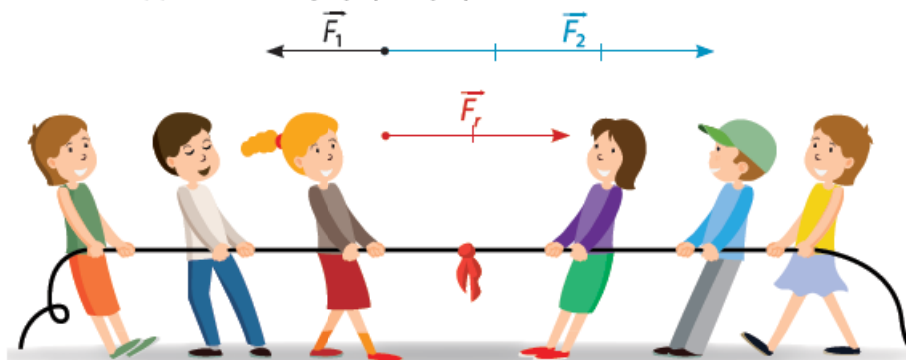
**Резултанта**  $\vec{F}_r$  је сила која је једнака векторском збиру двеју или више сила. У шестом разреду учили смо како да нађемо резултанту за две силе истог правца. У случају када силе имају исти смер, резултанта сила има исти смер као и те силе, а интензитет је једнак збиру њихових интензитета,  $F_r = F_1 + F_2$ .



Када силе имају супротне смерове, слика Б, резултанта има смер силе већег интензитета. Бројчану вредност резултанте налазимо тако што одузмемо интензитет слабије од интензитета јаче силе  $F_r = F_2 - F_1, F_2 > F_1$ .

Резултанта сила које имају исти правац.

У претходној лекцији научили смо да ако под дејством силе  $\vec{F}$  долази до промене брзине тела  $\Delta \vec{v}$ , услед чега се тело креће, убрзањем  $\vec{a}$ . Дакле, сила је узрок убрзања тела.



Слика 1.3.1Г: Ученици надвлаче конопца на часу физичког, правац и смер убрзања се поклапа са правцем и смером резултујуће силе, која делује у смеру деловања јаче групе.

## ЗАВИСНОСТ УБРЗАЊА ОД СИЛЕ И МАСЕ ТЕЛА

Из наведених примера закључујемо да вектор убрзања  $\vec{a}$  има исти правац и смер као вектор силе  $\vec{F}$  која делује на тело. У случају када на тело делује више сила истовремено, правац и смер убрзања  $\vec{a}$  има правац и смер резултанте која делује на тело  $\vec{F}_r$ .

Приметимо да сила већег интензитета доводи до већег убрзања. Када дечак на слици 1.3.1.А јаче баца камен, камен ће отићи даље, што значи да добија веће убрзање. Међутим, важно је разумети да сила није једина физичка величина која утиче на вредност убрзања. На пример, када дечак истом силом баца два различита камена, даље ће одлетети камен мање масе. Закључујемо да и маса тела утиче на убрзање.



ОГЛЕД

### Зависност убрзања од силе и масе тела

На колица ставимо мобилни телефон тако да не може са склизне са њих и поставимо их на хоризонтални сто. Закачимо динамометар и вучемо у хоризонталном правцу, слика 1.3.2. На динамометру очитавамо вредност силе, а на мобилном телефону вредност убрзања. Пошто је тешко одржавати сталну силу при убрзавању колица, бележићемо максималне вредности силе и убрзања колица.



Слика 1.3.2: На колица делујемо хоризонталном силом. Очитавамо максималне вредности убрзања на апликацији и максималне силе на динамометру.

У првом делу огледа, на исту масу делујемо различитим силама. Колица повучемо лагано, а затим јаче. На основу измерених вредности уочавамо да са порастом вредности силе која делује на тело расте и вредност убрзања. То значи да је убрзање тела сразмерно сили која делује на тело:

$$a \sim F.$$

У другом делу огледа, мењамо масу постављањем на колица тегова различитих маса. Затим повлачимо колица силом истог интензитета. На основу измерених вредности уочавамо да са порастом масе тела опада вредност убрзања. То значи да је убрзање тела обрнуто сразмерно маси тела на које сила делује:

$$a \sim \frac{1}{m}.$$



ПОДСЕЋАЊЕ

Ако повећање величине  $a$  узрокује повећање величине  $b$ , кажемо да је: физичка величина  $b$  сразмерна величини  $a$  и зајисујемо као  $b \sim a$  (може и  $b \propto a$ ). Уколико повећање величине  $a$  са собом повлачи смањење величине  $b$ , кажемо да је: физичка величина  $b$  обрнуто сразмерна величини  $a$  и зајисујемо као  $b \sim \frac{1}{a}$  (може и  $b \propto \frac{1}{a}$ ). Количник  $c$ ,  $c = \frac{a}{b}$ :  $c$  је ујраво сразмерно  $a$ , а обрнуто је сразмерно  $b$ .

Постоје многе апликације за мерење убрзања мобилним телефоном. Апликација **FizziQ** је напредна апликација која је осмишљена да се користи баш за експерименте и пројекте из физике.

Често желимо да смањимо утицај силе трења. Зато је боље да у огледима користимо колица, јер је сила трења при котрљању, која је пре свега у осовинама тачкова, значајно мања од силе трења при клизању

Овим огледом можемо доћи до закључка да је убрзање тела управо сразмерно сили која делује, а обрнуто сразмерно маси:

$$a = \frac{F}{m}$$

Овај израз представља **Други Њутнов закон** и најчешће се записује као:

$$m \cdot a = F.$$

**Производ масе тела и убрзања бројчано је једнак сили која делује на тело.**



#### САЗНАЈ ВИШЕ

Динамика је област физике која се бави изучавањем кретања тела услед деловања сила. Пошто је сила узрок убрзања, често се каже да је **Други Њутнов закон основни закон динамике**. Иако је уобичајено да се закон пише у облику  $F = m \cdot a$ , са становишта динамике правилније је писати као  $a = \frac{F}{m}$ , јер из познавања силе која делује и масе тела можемо одредити убрзање, а самим тим и кретање тела.

Из примера и огледа видимо да сила и убрзање имају исти правац и смер. Због тога се Други Њутнов закон у потпуном облику изражава формулом:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}.$$

**Убрзање тела је сразмерно сили, а обрнуто сразмерно маси.**

Ако на тело делују две или више сила, тада ће тело добити убрзање у смеру резултанте тих сила. Тада је:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_r}{m}.$$

Мерна јединица за силу је  $[F] = [m] \cdot [a] = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \text{N}$  и читамо је њутн. Значи, сила интензитета 1 N саопштиће телу масе 1 kg убрзање  $1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .



**1.2.1.** Колико убрзање саопштава сила од 20 N телу масе 10 kg?

Поставка задатка:

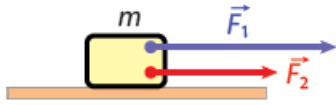
- сила која делује на тело  $F = 20 \text{ N}$ ,
- маса тела  $m = 10 \text{ kg}$ .

**Тражи се:** убрзање тела  $a$ .

**Решење:** Користимо формулу за Други Њутнов закон:  $a = \frac{F}{m} = \frac{20 \text{ N}}{10 \text{ kg}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

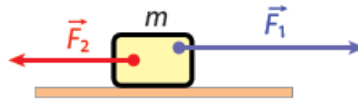
1.2.2. На тело масе 2 kg делују две силе:  $F_1 = 10 \text{ N}$  и  $F_2 = 8 \text{ N}$ .

а) Као на слици А.



Слика А

б) Као на слици Б.



Слика Б

Колико је убрзање тела у оба случаја?

**Поставка задатка:**

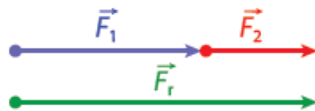
- $m = 2 \text{ kg}$ ,
- $F_1 = 10 \text{ N}$ ,  $F_2 = 8 \text{ N}$ .

**Тражи се:**

- Убрзање тела  $a$ .

**Решење:**

- а) Пошто на тело делују две силе, тражимо резултујућу силу  $F_r$ . Интензитет резултанте двеју сила које имају исти правац и исте смерове једнак је збиру интензитета тих сила:  $F_r = F_1 + F_2$ .



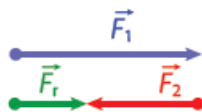
Резултанта двеју сила које делују у истом правцу и истом смеру. Смер вектора резултанте  $F_r$  поклапа се са смером вектора сила  $F_1$  и  $F_2$ .

$$F_r = F_1 + F_2 = 10 \text{ N} + 8 \text{ N} = 18 \text{ N}$$

- На основу Другог Њутновог закона, пошто је посматрано кретање равномерно праволинијско, можемо да напишемо:

$$a = \frac{F_r}{m} = \frac{18 \text{ N}}{2 \text{ kg}} = 9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

- б) Интензитет резултанте двеју сила које имају исти правац и супротне смерове једнак је разлици интензитета те две силе:  $F_r = F_1 - F_2$ .



Резултанта двеју сила које делују у истом правцу и супротним смеровима. Вектор  $F_1$  је дужи од вектора  $F_2$ . Резултанта  $F_r$  поклапа се са смером вектора јаче силе  $F_1$ .

(Сличан цртеж смо већ имали када смо одређивали смер вектора промене брзине  $\Delta v = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ .)

- Резултујућа сила је  $F_r = F_1 - F_2 = 10 \text{ N} - 8 \text{ N} = 2 \text{ N}$ .

- На основу Другог Њутновог закона, следи:  $a = \frac{F_r}{m} = \frac{2 \text{ N}}{2 \text{ kg}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

**1.2.3.** Ученици надвлаче конопца на часу физичког васпитања, слика 1.3.1.Г. Колико је убрзање конопца масе 2 kg, ако група која вуче на десно делује силом 600 N на конопца, а група која вуче на лево силом 602 N. Који је правац и смер вектора убрзања?

**Поставка задатка:**

- маса конопца  $m = 2 \text{ kg}$ ,
- сила која делује на десно  $F_1 = 600 \text{ N}$ ,
- сила која делује на лево  $F_2 = 602 \text{ N}$ .

**Тражи се:** убрзање канапа  $a$ .

**Решење:**

- Пошто на канап делују две силе истог правца а супротног смера, резултанта је  $F_r = F_2 - F_1$ .
- Према Другом Њутновом закону, када делује резултанта:

$$a = \frac{F_r}{m} = \frac{F_2 - F_1}{m} = \frac{602 \text{ N} - 600 \text{ N}}{2 \text{ kg}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Правац и смер убрзања је *налево* и поклапа са правцем и смером резултанте.

Из Другог Њутновог закона следи: ако је резултанта свих сила  $\vec{F}_r$  које делују на тело једнака нули, тада ће и убрзање тог тела такође бити једнако нули. У том случају, тело ће бити у стању мировања или равномерно праволинијског кретања, што је управо тврђење Првог Њутновог закона.



**САЗНАЈ ВИШЕ** 

Уколико тело није материјална тачка, тада, иако је резултанта једнака нули, оно може имати убрзање које је везано за ротацију. О томе ћете учити у старијим разредима.

## ПРАВОЛИНИЈСКО КРЕТАЊЕ ТЕЛА ПОД ДЕЈСТВОМ СТАЛНЕ СИЛЕ

**Стална сила** је сила код које се интензитет, правац и смер не мењају током времена:  $\vec{F} = \text{const}$ . Кретања код којих на тело делује сила која се мења као вектор (није стална сила) нећемо детаљније разматрати у седмом разреду, јер су превише сложена.

Свака раван нагнута у односу на хоризонталну раван у физици се назива **стрма раван**, на пример нагнута школска клупа или даска, улица под нагибом, страна крова и слично.



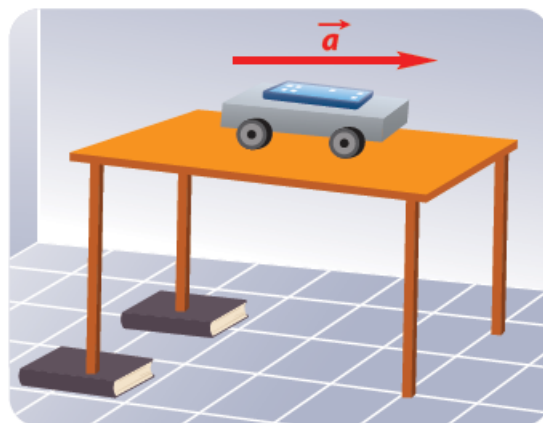
## ОГЛЕД

### Кретање тела под дејством сталне силе

У овом огледу истражујемо како нагиб подлоге утиче на кретање тела по њој. Посматраћемо кретање колица по нагнутој школској клупи. Нагиб клупе можемо мењати постављањем предмета испод једне стране клупе. При томе, треба водити рачуна да колица, услед великог нагиба, не добију превелику брзину и неконтролисано слете са клупе.

Поставимо колица са мобилним телефоном на нагнуто школску клупу и пустимо их да се крећу. За мерење убрзања колица користимо апликацију на телефону. Током кретања колица низ клупу примећујемо да је вредност убрзања стална (константна). Затим, повећамо нагиб клупе и поново пустимо колица низ њу. Опажамо опет да је вредност убрзања опет стална, али већа него у првом случају.

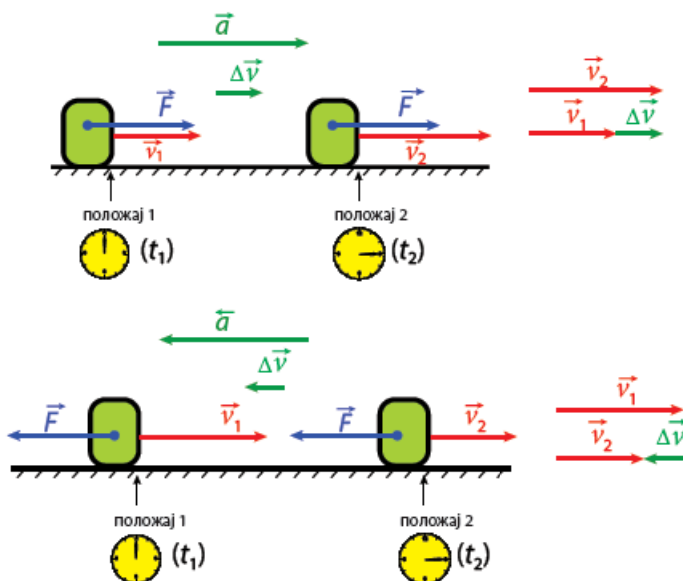
На основу Другог Њутновог закона, закључујемо да на колица која се крећу по стрмој равни делује резултанта сталног интензитета:  $F_r = m \cdot a$ . Осим тога, утврдили смо да се повећањем нагиба равни повећава убрзање колица, што значи да са повећава и интензитет силе која делује у правцу кретања.



Слика 1.3.3: Колица са мобилним телефоном на нагнутој школској клупи.

## ВЕЗА ИЗМЕЂУ СИЛЕ $\vec{F}$ , ВЕКТОРА ПРОМЕНЕ БРЗИНЕ $\Delta\vec{v}$ И УБРЗАЊА ТЕЛА $\vec{a}$

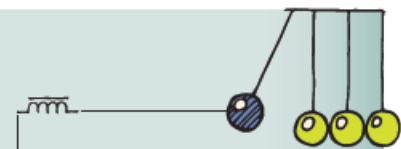
Погледајмо пример праволинијског кретања када на тело делује стална сила  $\vec{F}$  која има исти правац као почетна брзина  $\vec{v}_1$ . У зависности од смера силе разликујемо два случаја, како је приказано на сликама 1.3.4 и 1.3.5. Услед деловања силе  $\vec{F}$  интензитет брзине се мења, док њен правац и смер остају исти. У оба случаја, вектор убрзања  $\vec{a}$  има исти правац и смер као вектор силе  $\vec{F}$  и промене брзине  $\Delta\vec{v}$ . Тело убрзава или успорава у зависности од смера силе  $\vec{F}$  у односу на смер кретања.



Слика 1.3.4: Сила делује у смеру кретања. Тело убрзава:  $v_2 > v_1$ . Убрзање  $\vec{a}$  је истог правца и смера као почетна брзина тела  $\vec{v}_1$  у тренутку  $t_1$ . У тренутку  $t_2$  крајња брзина је  $\vec{v}_2$ .

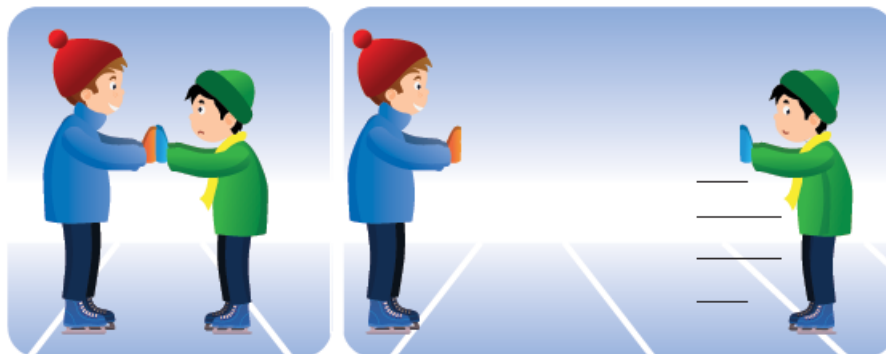
Слика 1.3.5: Сила делује супротно од смера кретања. Тело успорава:  $v_2 < v_1$ . Убрзање  $\vec{a}$  је истог правца и супротног смера од почетне брзине тела  $\vec{v}_1$  у тренутку  $t_1$ . У тренутку  $t_2$  крајња брзина је  $\vec{v}_2$ .

# 1.4. ТРЕЋИ ЊУТНОВ ЗАКОН



- Трећи Њутнов закон
- сила акције
- сила реакције
- реактивно кретање
- сила реакције подлоге
- сила затезања нити
- гравитациона сила

Два дечака стоје на леду. Један је крупнији од другог. Крупнији дечак одгурне другог, услед чега се удаљавају у супротним смеровима. Исто се дешава и када ситнији дечак одгурне крупнијег. У оба случаја, након одгуривања, мањи дечак добија већу брзину.



Слика 1.4.1: Два дечака на леду.

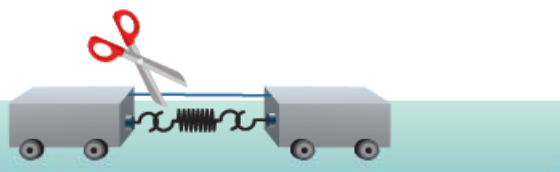


## ОГЛЕД

### Колица и опруга

Двоја колица повезаних канапом поставимо на хоризонтални сто. Канап којим су повезана држи опругу између њих у сабијеном стању. Кад прекинемо канап, опруга одгурне колица у различитим смеровима. Како се колица покрећу из мировања у супротним смеровима, закључујемо да ће и убрзања колица бити супротних смерова, као и силе које су их покренуле.

А)

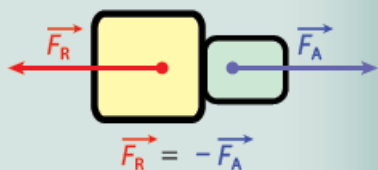


Б)



Слика 1.4.2: А) Колица са сабијеном опругом између њих.  
Б) Тренутак када смо прекинули канап и ослободили колица.

Када смо дефинисали силу, објаснили смо да је она физичка величина која описује *узајамно* деловање између тела. Из претходних примера запажамо да када једно тело делује силом на друго, то изазива тренутну реакцију другог тела које узвраћа деловањем силе истог правца и супротног смера на прво тело. **Трећи Њутнов закон** прецизно описује ову интеракцију.



**Силе којима два тела узајамно делују једно на друго једнаке су по интензитету и правцу, а супротне по смеру.**

Слика 1.4.3: Два тела делују узајамно једно на друго. Ако једно тело делује силом акције на друго тело, онда сила реакције другог тела делује на прво.

Ако једну од тих сила назовемо силом акције и означимо са  $\vec{F}_A$ , а другу силом реакције, са ознаком  $\vec{F}_R$ , онда Трећи Њутнов закон можемо да изразимо формулом:

$$\vec{F}_R = -\vec{F}_A.$$

**Сила реакције има исти правца и интензитет као и сила акције, али је супротно усмерена.**





## ОГЛЕД

### Два динамометра

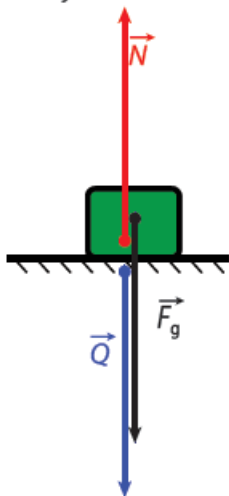
Закачимо два динамометра један за други. Повуцимо динамометре као на слици и опруге динамометара ће се истегнути. Примећујете ли да оба динамометра показују исту вредност?



Слика 1.4.4: На основу показивања оба динамометра закључујемо да је црвени динамометар деловао на плави истом силом којом и плави динамометар делује на црвени.

## ПРИМЕРИ ЗА ДЕЛОВАЊЕ СИЛА АКЦИЈЕ И РЕАКЦИЈЕ

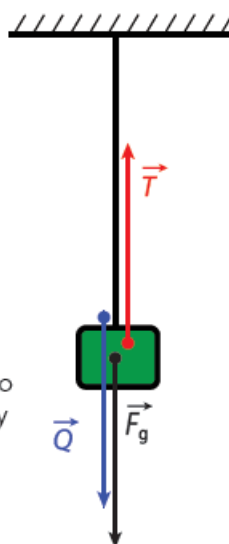
**Тело мирује на хоризонталној подлози.** Због деловања силе Земљине теже  $\vec{F}_g$ , оно притиска подлогу силом коју зовемо тежина тела и означавамо је са  $\vec{Q}$ . Истовремено, подлога делује на то тело силом која се назива **сила реакције подлоге** и означава се са  $\vec{N}$ .



Слика 1.4.5: Тело мирује на хоризонталној подлози. Силе акције и реакције су  $\vec{Q}$  и  $\vec{N}$ .

**Тело мирује окачено о нит.** Због деловања силе Земљине теже  $\vec{F}_g$ , оно затеже нит силом коју зовемо тежина тела и означавамо са  $\vec{Q}$ . Истовремено, нит делује на то тело силом која се назива **сила затезања нити** и означава са  $\vec{T}$ .

Слика 1.4.6: Тело мирује окачено о нит. Силе акције и реакције су  $\vec{Q}$  и  $\vec{T}$ .



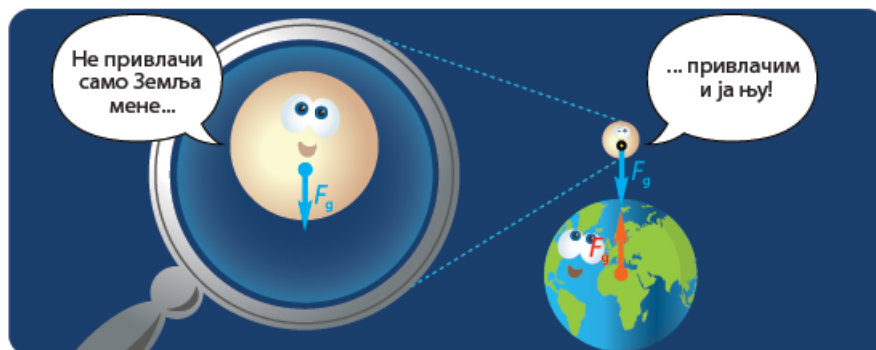
**Питање 1.4.1.** Дали су силе  $\vec{N}$  и  $\vec{F}_g$  силе акције и реакције?

**Одговор:** Нису, иако имају исти правац и интензитет, а супротан смер. Обе делују на исто тело, нападне тачке су им у истом телу! Силе акције и реакције се јављају код узајамног деловања два тела и свака од њих делује на своје тело. То су, у овом случају, тежина тела  $\vec{Q}$  и сила реакције подлоге  $\vec{N}$ .

Као што сте често чули у филмовима, за сваку акцију постоји иста и супротно усмерена реакција (For every action there is an equal and opposite reaction!). Трећи Њутнов закон је најцитиранији од свих Њутнових закона. Сусрећемо се са њим у свакодневном животу, у једном пренесеном значењу, када сагледамо све последице наших поступака или акција. Ипак, као физички закон он нема само симболичко значење. Заслужан је и за једно од највећих достигнуће људског рода, лет у свемир.

**Тело се налази у близини Земље.** На тело делује гравитациона сила којом га Земља привлачи, али и на Земљу делује **гравитациона сила** којом је тело привлачи. Пошто су то силе акције и реакције, имаће исти интензитет и правац, а супротне смерове.

Због своје огромне масе Земља се, током тог узајамног деловања не помера ка телима, него се тела померају ка њој.



Слика 1.4.7: Гравитационе силе којима се тела привлаче су исто силе акције и реакције.

И силе којим међусобно делују наелектрисана или магнетна тела су такође силе акције и реакције.

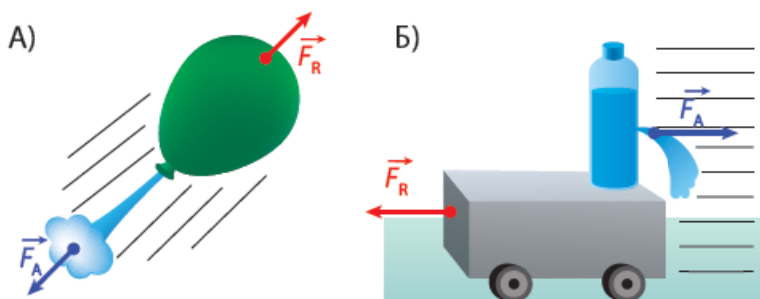
## ПРИМЕРИ ЗА РЕАКТИВНА КРЕТАЊА



ОГЛЕД

### Реактивно кретање балона и пластичне боце на колицима

Надувани балон пробушимо или пустимо ваздух да излази из њега. Ваздух излази из балона у једном смеру, а балон одлеће у супротном смеру. Сила којом балон делује на ваздух је сила акције, а сила којом ваздух делује на балон је сила реакције.



Слика 1.4.8: А) Лет надуваног балона у тренутку када из њега излеће ваздух. Б) Кретање колица са боцом из које истиче вода.

Пластичну боцу пробушимо са стране. Отвор прелепимо лепљивом траком. Затим ту боцу напунимо водом и поставимо на колица. Склонимо лепљиву траку са отвора и пустимо воду да истиче. Вода излази из боце у једном смеру, а боца са колицима се креће у другом смеру.

Кажемо да се тело креће **реактивно** када се кретање одвија у супротном смеру од смера избацивања неке супстанције из себе. Материја може бити гас, течност или неко чврсто тело које се налазило у њему, као што је то случај у следећим примерима:

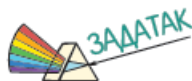
**Кретање ракете** исто је као кретање надуваног балона у тренутку када из њега излеће ваздух. Ракета избацује гасове уназад брзо и снажно, услед чега се креће унапред. Сила којом ракета делује на гасове је сила акције и делује уназад. Излазећи из ракете, гасови на њу делују силом реакције унапред. Тиме се објашњава лансирање ракете у свемир. Овде се избацује гас.

**Кретање медузе или хоботнице** која истискује воду из себе у супротном смеру од смера жељеног кретања. Овде се избацује течност.

**Трзај спортске пушке** приликом испаливања метка (избацавање чврстог тела).



Слика 1.4.9: Кретање медузе је један од примера за реактивно кретање.



**1.4.1** Два дечака стоје на леду као на слици 1.3.9. Маса крупнијег дечака је 60 kg, а ситнијег 40 kg.

Крупнији дечак гурне ситнијег хоризонталном силом од 60 N. Колики је интензитет силе која делује на другог дечака и колика су убрзања која су при томе обојица добила?

**Поставка задатка:**

- маса крупнијег дечака је  $m_1 = 60 \text{ kg}$ ,
- маса ситнијег дечака је  $m_2 = 40 \text{ kg}$ ,
- сила којом крупнији дечак делује на ситнијег  $F_{12} = 60 \text{ N}$ .

**Траже се:**

- сила којом ситнији дечак делује на крупнијег  $F_{21}$ ,
- убрзање крупнијег дечака  $a_1$ ,
- убрзање ситнијег дечака  $a_2$ .

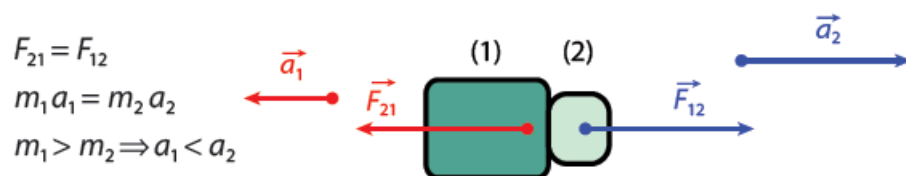
**Решење:**

- Према Трећем Њутновом закону:  $F_{21} = F_{12} = F = 60 \text{ N}$ ,

- Из Другог Њутновог закона следи:  $a_1 = \frac{F}{m_1} = \frac{60 \text{ N}}{60 \text{ kg}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  и  $a_2 = \frac{F}{m_2} = \frac{60 \text{ N}}{40 \text{ kg}} = 1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

У задатку 1.4.1. видели смо да је дечак веће масе добио мање убрзање од другог дечака. Да ли увек важи правило да тело веће масе добија мање убрзање при интеракцији два тела?

Из једнакости сила акције и реакције и Другог Њутновог закона можемо извести да приликом интеракције два тела, тело веће масе има мање убрзање, слика 1.4.10.



Слика 1.4.10:  $F_{12}$  је сила којом тело 1 делује на тело 2.  $F_{21}$  је сила којом тело 2 делује на тело 1. То су силе акције и реакције.



**Питање 1.4.2.**

Крупнији дечак прво гурне мањег, па мањи гурне њега. У ком од ова два случаја на мањег дечака делује већа сила него на крупнијег?

**Одговор:** У оба случаја силе којима се одгурну су истог интензитета.

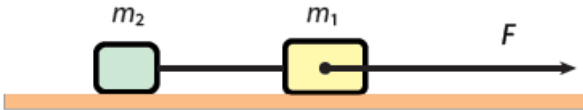


- Да ли је резултујућа сила сила акције и реакције једнака нули? Објасни одговор.
- Да ли су сила Земљине тежине и тежина тела силе акције и реакције? Објасни одговор.
- Да ли су тежина тела и сила реакције подлоге која делује на то тело силе акције и реакције? Објасни одговор.
- Ако тело мирује окачено о нит, које две силе су силе акције и реакције?
- Када кажемо да се неко тело креће реактивно?

## ЗАДАЦИ ИЗ ДИНАМИКЕ СИСТЕМА ДВА ВЕЗАНА ИЛИ СПОЈЕНА ТЕЛА

ЗАДАТАК

1. Два тела маса  $m_1 = 3 \text{ kg}$  и  $m_2 = 2 \text{ kg}$  повезана су преко лаке и неистегљиве нити. Прво тело вучемо силом  $F = 10 \text{ N}$ , слика 1.3.6. Коликим убрзањима ће се кретати тела и колика сила затезања нити делује на свако тело?



Слика 1.3.6: Два везана тела

**Физичка појава:** кретање тела под деловањем резултанте сила.

Дате су масе оба тела и сила која делује на једно од њих.

**Поставка задатка:**

- маса првог тела  $m_1 = 3 \text{ kg}$ ,
- маса другог тела  $m_2 = 2 \text{ kg}$ ,
- сила којом вучемо прво тело  $F = 10 \text{ N}$ .

**Тражи се:**

- убрзања тела  $a_1$  и  $a_2$ ,
- сила затезања нити  $T$ , слика 1.3.7.

**Решење:**

• Пошто су тела повезана преко неистегљиве нити, током деловања силе  $F$  кретаће се са једнаким убрзањима  $a_1 = a_2 = a$ .

• Током кретања, прво и друго тело, преко нити, делују једно на друго. Прво тело вуче за собом друго тело у смеру кретања, а друго тело делује на прво у супротном смеру. То деловање одвија се преко силе затезања нити  $T$ , која је на слици приказана црвеним вектором. На оба тела делују силе затезања нити истог интензитета, а супротног смера.

• На доњем делу слике видимо да се прво тело креће под деловањем силе  $F$  и силе затезања  $T$ . Резултанта ове две силе је  $F_r = F - T$ , тако да је Други Њутнов закон за прво тело:

$$m_1 \cdot a = F - T \quad (1).$$

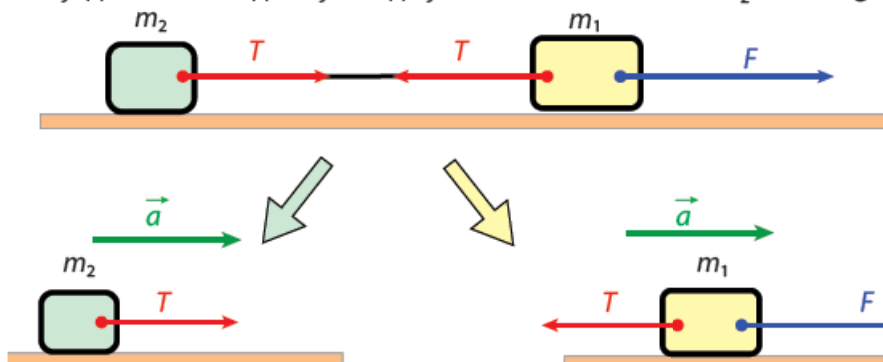
• Друго тело се креће само под деловањем силе затезања  $T$ , тако да Други Њутнов закон пишемо:

$$m_2 \cdot a = T \quad (2).$$

• Када саберемо леве и десне стране једначина (1) и (2) добијамо:  $m_1 \cdot a + m_2 \cdot a = F - T + T$ , па је  $(m_1 + m_2) \cdot a = F$ .

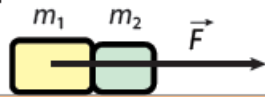
Следи да је убрзање којим се тела крећу:  $a = \frac{F}{m_1 + m_2} = \frac{10 \text{ N}}{2 \text{ kg} + 3 \text{ kg}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

• Из једначине (2) добијамо да је сила затезања  $T = m_2 \cdot a = 2 \text{ kg} \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 4 \text{ N}$ .



Слика 1.3.7: Решење проблема два везана тела.

2. Два тела маса  $m_1 = 3 \text{ kg}$  и  $m_2 = 2 \text{ kg}$  налазе се на хоризонталној подлози. На тело веће масе делује сила  $F = 10 \text{ N}$ , слика 1.3.8., услед чега се тела крећу убрзано. Коликим убрзањима ће се кретати тела и коликим силама делују једно на друго?



Слика 1.3.8: Једна сила гура два тела.

**Физичка појава:** кретање тела под деловањем резултанте. Дате су масе оба тела и сила која делује на једно од њих.

**Поставка задатка:**

- маса првог тела  $m_1 = 3 \text{ kg}$ ,
- маса другог тела  $m_2 = 2 \text{ kg}$ ,
- сила којом гурамо прво тело  $F = 10 \text{ N}$ .

**Тражи се:**

- убрзања тела  $a_1$  и  $a_2$ ,
- силе узајамног деловања  $F_{12}$  и  $F_{21}$ .

**Решење:**

• Пошто су тела у контакту, током деловања силе  $F$  кретаће се са једнаким убрзањима:  $a_1 = a_2 = a$ .

• Током кретања, прво тело делује на другом силом  $F_{12}$ , а друго на прво силом  $F_{21}$ . На слици су те силе приказане црвеним векторима. То су силе акције и реакције, тако да је  $F_{12} = F_{21}$ . На доњем делу слике видимо да се прво тело креће под деловањем силе  $F$  и силе  $F_{21}$ . Резултанта ове две силе је  $F_r = F - F_{21}$ , тако да је Други Њутнов закон за прво тело:

$$(1) m_1 \cdot a = F - F_{21}.$$

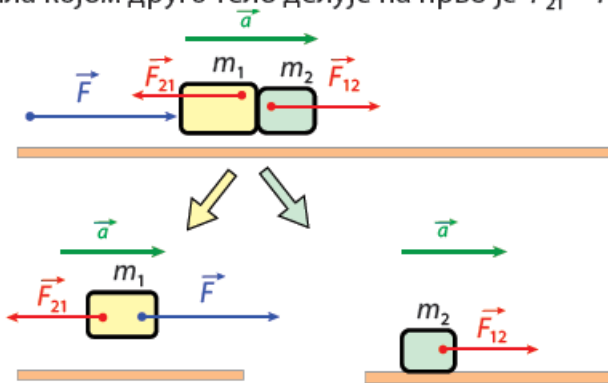
• Друго тело се креће само под деловањем силе  $F_{12}$ , тако да Други Њутнов закон пишемо:

$$(2) m_2 \cdot a = F_{12}.$$

• Када саберемо леве и десне стране једначина (1) и (2), добијамо:  $m_1 \cdot a + m_2 \cdot a = F - F_{21} + F_{12}$ , па је  $(m_1 + m_2) \cdot a = F$ .

Следи да је убрзање којим се тела крећу  $a = \frac{F}{m_1 + m_2} = \frac{10 \text{ N}}{2 \text{ kg} + 3 \text{ kg}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

- Из једначине (2) добијамо да је сила којом прво тело делује на друго  $F_{12} = m_2 \cdot a = 2 \text{ kg} \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 4 \text{ N}$ .
- Сила којом друго тело делује на прво је  $F_{21} = F_{12} = 4 \text{ N}$ .

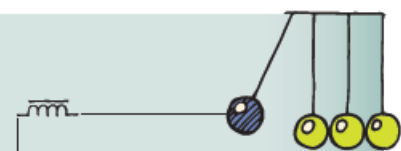


Слика 1.3.9: Илустрација уз решење.



- Какав је смер вектора убрзања у односу на смер резултујуће силе?
- На два тела различитих маса делује иста константна сила. Које тело добија веће убрзање – тело са већом или мањом масом?
- Ако на исто тело делују две различите силе, која сила саопштава телу веће убрзање – сила већег или сила мањег интензитета?
- На тело делују две силе истог правца, интензитета и смера. Како рачунамо резултанту? Како рачунамо резултанту када те две силе имају супротне смерове?
- Брзина тела се повећава током времена. Како су усмерени вектор убрзања и вектор промене брзине? Како су усмерени када се брзина тела смањује?

# 1.5. РАВНОМЕРНО ПРОМЕНЉИВО ПРАВОЛИНИЈСКО КРЕТАЊЕ



- равномерно променљиво праволинијско кретање
- промена брзине
- равномерно убрзано и равномерно успорено праволинијско кретање

## ПОДСЕЋАЊЕ

Када се тело креће **равномерно праволинијски**, тада оно у једнаким временским интервалима прелази једнаке путеве, а вектор тренутне брзине  $\vec{v}$  у сваком тренутку времена има исти интензитет, правац и смер ( $\vec{v} = const$ ).

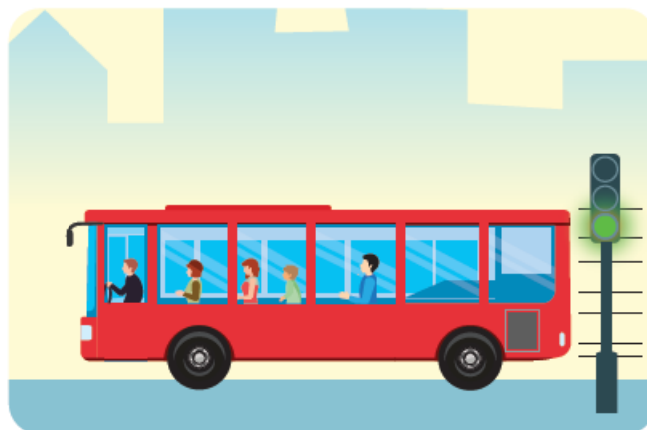
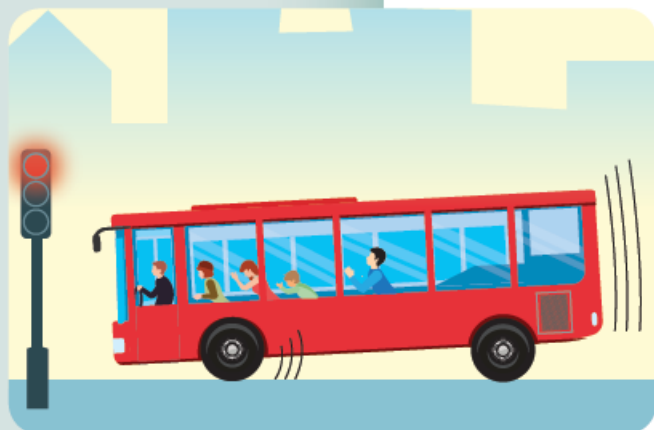
Убрзање за праволинијско кретање:  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ .

Други Њутнов закон за случај када на тело делује више сила:  $\vec{a} = \frac{\vec{F}_r}{m}$ .

Стална сила је сила константног интензитета, правца и смера:  $\vec{F} = const$ . Кретање тела по стрмој равни је један од примера кретања тела под деловањем сталне силе. Стална сила саопштава телу константно убрзање.

## РАВНОМЕРНО ПРОМЕНЉИВО ПРАВОЛИНИЈСКО КРЕТАЊЕ

Када на станици улазиш у аутобус, он мирује. Потом се затворе врата и аутобус крене. Често чујеш путнике који негодују: „Дајте гас“, или „Успорите мало“. У зависности од тога да ли је гужва у саобраћају, има ли семафора и пешачких прелаза, аутобус убрзава или успорава.



Слика 1.5.1: У зависности од ситуације у саобраћају, аутобус убрзава или успорава.

Из Другог Њутновог закона следи да ако на тело делује стална резултујућа сила, оно ће се кретати са сталним убрзањем. Падање камена, котрљање куглице по равним или косим површинама или кочење аутомобила могу се сматрати кретањима под дејством сталне резултујуће силе.



Код променљивих кретања, убрзање не мора да има сталну вредност. Кретање тела са сталним (константним) убрзањем је посебан случај променљивих кретања. Ако је путања тела права линија и ако је његово убрзање стално, онда се такво кретање зове равномерно променљиво праволинијско кретање. Како је  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ , добијамо  $\Delta v = a \cdot \Delta t$ , што значи да за исте временске интервале промена брзине има исте вредности или брзина се равномерно мења.

**Равномерно променљиво праволинијско кретање је кретање тела по правој линији са сталним убрзањем.**

У зависности од тога да ли се брзина равномерно повећава или смањује, разликујемо две врсте равномерно променљивог кретања.

БРЗИНА РАВНОМЕРНО РАСТЕ	РАВНОМЕРНО УБРЗАНО ПРАВОЛИНИЈСКО КРЕТАЊЕ	$\Delta v > 0$	$a > 0$
БРЗИНА РАВНОМЕРНО ОПАДА	РАВНОМЕРНО УСПОРЕНО ПРАВОЛИНИЈСКО КРЕТАЊЕ	$\Delta v < 0$	$a < 0$

Табела 1.5.1.

## ТАБЕЛАРНО ПРИКАЗИВАЊЕ РАВНОМЕРНО ПРОМЕНЉИВОГ ПРАВОЛИНИЈСКОГ КРЕТАЊА



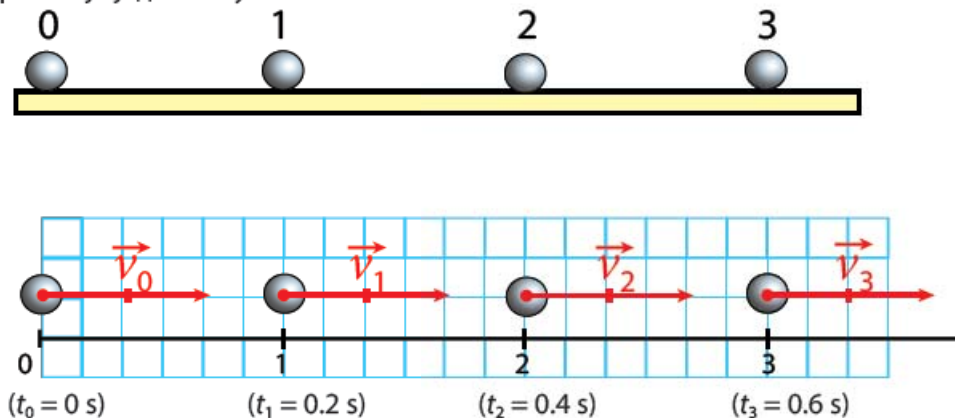
ОГЛЕД

### Кретање куглице по хоризонталној подлози

Подсетићемо се огледа из 6. разреда.

Куглицу гурнемо да се котрља по хоризонталној подлози неком брзином. Кретање је праволинијско. Снимимо видео кретања куглице, затим снимак убацимо у апликацију *FizziQ* и анализирамо кретање.

Видимо да куглица у истим временским интервалима прелази једнаке путеве, котрљајући се сталном брзином. Такво кретање је равномерно праволинијско. Како је промена брзине једнака нули, и убрзање је једнако нули.



Слика 1.5.2: Равномерно праволинијско котрљање куглице по хоризонталној подлози. Положаји куглице су одређени апликацијом за дате временске тренутке, вектори брзина су доцртани.

## ЗАВИСНОСТ БРЗИНЕ ОД ВРЕМЕНА КОД РАВНОМЕРНО ПРОМЕНЉИВОГ ПРАВОЛИНИЈСКОГ КРЕТАЊА



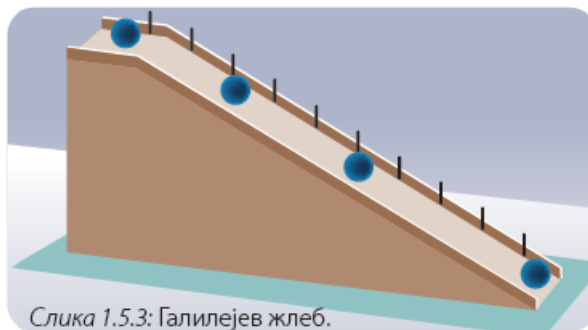
ОГЛЕД

### Кретање куглице низ и уз Галилејев жлеб

Галилејев жлеб је апаратура на којој се експериментално испитује кретање куглице под дејством сталне (константне) резултујуће силе. То је строга равна са жлебом низ који се пушта куглица. Дуж жлеба могу бити постављени сензори, повезани за дигитални хронометар, који показује време за које куглица пређе одређено растојање.

Пошто на куглицу делује стална резултујућа сила, она ће се по жлебу кретати са сталним убрзањем  $a = \text{const}$ . Вредност убрзања зависи од угла нагиба жлеба или његове стрмине. Што је већи тај угао, биће веће убрзање. Подесимо угао нагиба тако

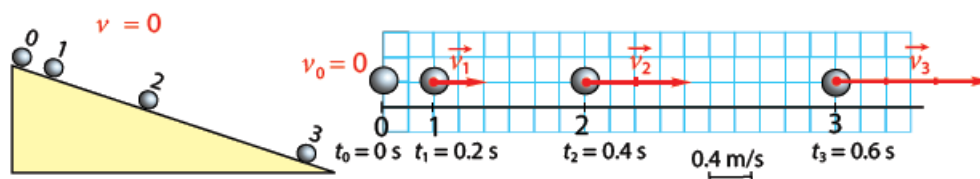
да убрзање буде  $a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  и посматрајмо кретање куглице низ и уз жлеб.



Слика 1.5.3: Галилејев жлеб.

### Кретање куглице низ жлеба

Поставимо куглицу на врх жлеба и пустимо је да се котрља. Кретање је праволинијско и убрзано, сталним убрзањем. Снимимо видео кретања куглице, затим снимак убацимо у апликацију FizziQ и анализирамо кретање. Посматрамо неки кратак временски интервал, рецимо 0,2 s. Видимо да за сваке 0,2 s брзина расте за исту вредност  $0,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  (табела 1.5.2). Куглица у сваком следећем временском интервалу прелази дужи пут.



$t [s]$	$v \left[ \frac{m}{s} \right]$
0	0
0,2	0,4
0,4	0,8
0,6	1,2

Табела 1.5.2. Брзина куглице у разним временским тренуцима. За исте временске интервале промена брзине има исту вредност.

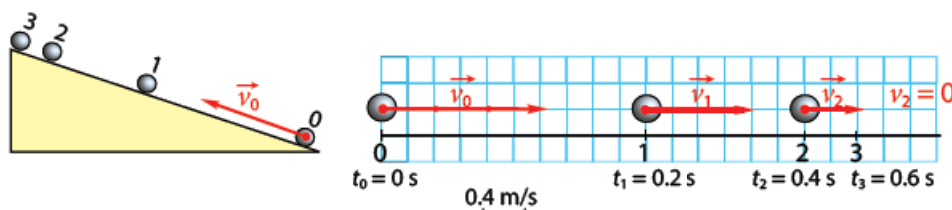
Слика 1.5.4: Галилејев жлеб. Равномерно убрзано праволинијско кретање. Положаји куглице су одређени апликацијом за дате временске тренутке, вектори брзине су доцртани.

### Кретање куглице уз жлеб

Поставимо куглицу на дну жлеба и саопшtimo јој почетну брзину  $v_0 = 1,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , како би се котрљала уз жлеб. Нагиб жлеба је исти као када се куглица котрљала низ жлеб. Кретање је праволинијско и успорено, са сталним убрзањем. Снимимо видео кретања куглице, затим снимак убацимо у апликацију Fizziq и анализирамо кретање. Посматрамо неки кратак временски интервал, може бити поново 0,2 s.

Уочавамо да за сваке 0,2 s брзина опада за исту вредност  $0,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  (табела 1.5.3).

Куглица у сваком следећем временском интервалу прелази краћи пут.



$t [s]$	$v \left[ \frac{m}{s} \right]$
0	1,2
0,2	0,8
0,4	0,4
0,6	0

Табела 1.5.3. Брзина куглице у разним временским тренуцима. За исте временске интервале промена брзине има исту вредност. Зауствано време куглице је 0,6 s.

Слика 1.5.5: Галилејев жлеб. Равномерно успорено праволинијско кретање. Положаји куглице су одређени апликацијом за дате временске тренутке, вектори брзине су доцртани.





● **Питање 1.5.1.** У опису табеле 1.5.3. пише да је **зауствано време** 0,6 s. Како бисте дефинисали зауствано време?

**Одговор:** **Зауствано време** је време потребно телу које се креће да се заустави, или време за које брзина тела од неке почетне вредности падне на нулу. Пут који тело пређе од поласка до заустављања је зауствани пут.

● **Питање 1.5.2.** Претпоставимо да је почетна брзина куглице кад се котрља уз исти жлеб  $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

а) Да ли би у том случају њена промена брзине за интервал 0,2 s била већа него када се котрља низ жлеб?

б) Колика би у том случају била вредност заустваног времена куглице?

**Одговор:** Промена брзине у оба случаја била би једнака  $0,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Зауствано време је 10 s. Приметимо да када се куглица заустави, истог тренутка креће да се спушта низ жлеб. После 10 s ће имати исту брзину као на почетку кретања.

## ИНТЕНЗИТЕТ, ПРАВАЦ И СМЕР ВЕКТОРА УБРЗАЊА И ВЕКТОРА ТРЕНУТНЕ БРЗИНЕ



**ЗАДАТАК**

**1.5.1.** На основу података из табеле 1.5.2. и слике 1.5.3. израчунати убрзање куглице између временских тренутака  $t_3$  и  $t_1$ .

**Решење:** За дате временске тренутке временски интервал је:

$$\Delta t = t_3 - t_1 = 0,6 \text{ s} - 0,2 \text{ s} = 0,4 \text{ s},$$

$$\text{промена брзине је } \Delta v = v_3 - v_1 = 1,2 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0,4 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$\text{тако да је убрзање } a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,4 \text{ s}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

**Како је смер убрзања  $\vec{a}$  исти као смер кретања, кретање је убрзано,  $a > 0$**  (види табелу 1.1.2, лекција 1.1).



**ЗАДАТАК**

**1.5.2.** На основу података из табеле 1.5.2. и слике 1.5.3. израчунати убрзање куглице између временских тренутака  $t_2$  и  $t_0$ .

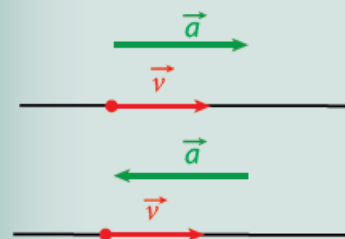
**Решење:** За дате временске тренутке временски интервал је:

$$\Delta t = t_2 - t_0 = 0,4 \text{ s} - 0 \text{ s} = 0,4 \text{ s},$$

$$\text{промена брзине је } \Delta v = v_2 - v_0 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = -0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$\text{тако да је убрзање } a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,4 \text{ s}} = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

**Како је смер убрзања  $\vec{a}$  супротан од смера кретања, кретање је успорено,  $a < 0$**  (види табелу 1.1.2, лекција 1.1).

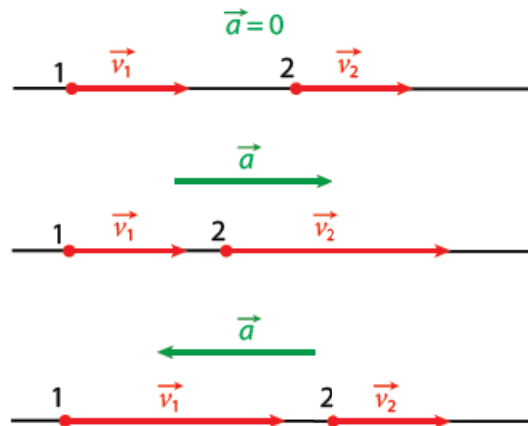


Слика 1.5.6: Код праволинијског кретања  $\vec{a}$  има исти правац као  $\vec{v}$ .

Код равномерно убрзаног праволинијског кретања  $\vec{a}$  има исти смер као  $\vec{v}$ , док су код равномерно успореног праволијског кретања смерови  $\vec{a}$  и  $\vec{v}$  супротни.

На слици 1.5.7. приказани су вектори почетне брзине  $\vec{v}_1$ , крајње брзине  $\vec{v}_2$  и вектор убрзања  $\vec{a}$  за следећа три случаја:

- равномерно праволинијско кретање  $a = 0$ ,  $v_1 = v_2$ ,  $v = \text{const}$ ,
- равномерно убрзано праволинијско кретање  $a > 0$ ,  $v_1 < v_2$ ,  $v$  расте,
- равномерно успорено праволинијско кретање  $a < 0$ ,  $v_1 > v_2$ ,  $v$  опада.



Слика 1.5.7: Правац и смер вектора брзине и убрзања код праволинијских кретања.



- Када вектори убрзања и вектори тренутних брзина код равномерно променљивог праволинијског кретања имају исте, а када супротне смерове?
- Када се тело креће равномерно убрзано, а када равномерно успорено?
- Каква мора да буде сила која делује на тело да би се оно кретало равномерно променљиво праволинијски?
- Када вредност убрзања има позитивну, а када негативну вредност?
- Убрзање има супротан смер од смера тренутне брзине. Да ли убрзање има позитивну или негативну вредност?

# 1.6. ЗАВИСНОСТ БРЗИНЕ ОД ВРЕМЕНА.

## ГРАФИЧКО ПРЕДСТАВЉАЊЕ ЗАВИСНОСТИ БРЗИНЕ ОД ВРЕМЕНА КОД РАВНОМЕРНО ПРОМЕНЉИВОГ ПРАВОЛИНИЈСКОГ КРЕТАЊА



Равномерно променљиво праволинијско кретање је кретање тела по правој линији са сталним убрзањем. Када је убрзање стално, тада је иста и промена брзине за једнаке временске интервале:  $\Delta v = a \cdot \Delta t$ .

Када брзина равномерно расте, тада је  $a > 0$ , а када опада, онда је  $a < 0$ . Сетимо се да уместо **убрзања**  $a$  као негативне величине често пише да је у питању **успорење**  $a$ , које је позитивна величина једнака њеној апсолутној вредности.

### ЗАВИСНОСТ БРЗИНЕ ОД ВРЕМЕНА У РАВНОМЕРНО ПРОМЕНЉИВОМ ПРАВОЛИНИЈСКОМ КРЕТАЊУ

Током војње аутомобилом или било којим превозним средством у саобраћају, могуће је да се нађемо у некој од следећих ситуација: - потребом за бржом војњом, на пример да брзину од

$60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  повећамо на  $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ,

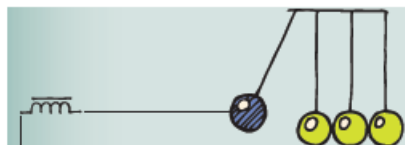
- успорење испред возила које се спорије креће,

- заустављањем испред раскрснице или семафора и сл.

За заустављање аутомобила веома је важно **време реаговања**, колико нам треба да опазимо опасну ситуацију, да донесемо одлуку шта да радимо и да физички одреагујемо притискањем кочнице.



Слика 1.6.1: Од времена реаговања зависи колико ће возач добро реаговати у ситуацији као на слици.



- почетна брзина
- тренутна или крајња брзина
- време кретања
- зависност брзине од времена



#### САЗНАЈ ВИШЕ

Просечно време реаговања је око једне секунде, а креће се од 0,3 до 1,5 секунде и зависи од многих физичких и психичких карактеристика возача. Алкохол, неки лекови и разне психохемијске супстанце могу значајно продужити ово време реаговања.

## ПОДСЕЋАЊЕ

Да се подсетимо, брзиномер нам у сваком тренутку показује тренутну брзину.

Знајући убрзање или успорење аутомобила и почетну брзину, можемо да израчунамо време за које ћемо достићи одређену брзину, било да убрзавамо или успоравамо. Или, рецимо, ако знамо просечно време реаговања, можемо проценити брзину у сваком наредном тренутку успоравања.

Тренутак у коме смо почели да посматрамо кретање назива се **почетни тренутак** ( $t_0$ ). Обично узимамо да је  $t_0 = 0$  s.

Брзина у тренутку  $t_0$  којом тело почиње да убрзава или успорава је **почетна брзина тела** ( $v_0$ ).

**Време кретања**  $\Delta t$  је временски интервал за који ће се брзина повећати или смањити на одређену вредност.

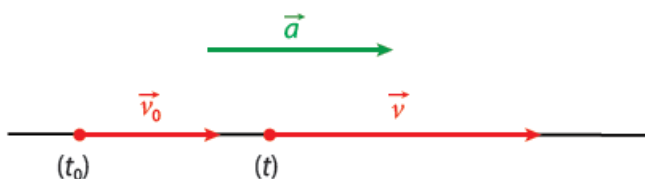
Ако је  $t_0 = 0$  s, тада је време кретања  $\Delta t = t$ , где је  $t$  – дати **временски тренутак** у коме се убрзавање или успоравање завршава.

**Тренутна брзина тела**,  $v$  је брзина у тренутку  $t$  (често се користи и назив **крајња брзина**, јер је то брзина коју тело има када прође време кретања  $\Delta t$ ).

## ЗАВИСНОСТ БРЗИНЕ ОД ВРЕМЕНА КОД РАВНОМЕРНО УБРЗАНОГ ПРАВОЛИНИЈСКОГ КРЕТАЊА

### ЗАДАТАК

**1.6.1.** Одредити брзину аутомобила 5 секунди након што је кренуо брзином  $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , а убрзање је стално и једнако  $a = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . У овом случају почетна брзина је  $v_0 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , а време кретања је  $t = 5$  s.



Графичко приказивање равномерно убрзаног кретања за два тренутка, почетни  $t_0 = 0$  s и крајњи  $t$ .

При равномерно убрзаном кретању, после сваког временског интервала  $\Delta t = t$  брзина  $v_0$  се **повећава** за вредност  $\Delta v = a \cdot t$ , тако да је тренутна брзина  $v = v_0 + \Delta v$ . На тај начин добијамо да је

**зависност интензитета тренутне брзине  $v$  од времена за равномерно убрзано кретање:**

$$v = v_0 + at.$$

Ако је убрзање  $a = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ , то значи да после сваке секунде брзина расте за  $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . После 5 секунди, брзина се повећа за  $\Delta v = a \cdot t = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ s} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , тако да је крајња брзина  $v = v_0 + \Delta v = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 25 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 45 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

Задатак можемо да урадимо тако што ћемо све бројчане вредности из задатка 1.6.1.

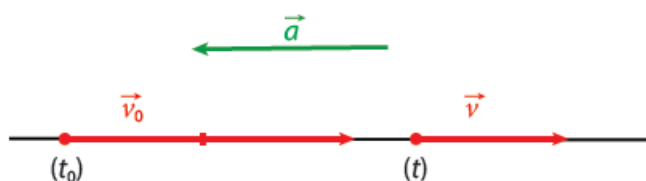
убацити у формулу  $v = v_0 + at$  и добијамо да је крајња брзина:

$$v = v_0 + at = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ s} = 45 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

## ЗАВИСНОСТ БРЗИНЕ ОД ВРЕМЕНА КОД РАВНОМЕРНО УСПОРЕНОГ ПРАВОЛИНИЈСКОГ КРЕТАЊА



**1.6.2.** Аутомобил у почетном тренутку има брзину  $40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  и почиње да кочи успорењем које је стално и једнако  $a = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  (убрзање је  $-5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ). Колику брзину ће имати после 5 секунди од тренутка када је почео да кочи?



Графичко приказивање равномерно успореног кретања за два тренутка, почетни  $t_0 = 0 \text{ s}$  и крајњи  $t$ .

При равномерно успореном кретању, после сваког временског интервала  $\Delta t = t$  брзина  $v_0$  се смањује за вредност  $\Delta v = a \cdot t$  (сетимо се договора да пишемо интензитет убрзања који је увек позитивна величина, али да у тексту назначимо да је у питању успорење). Тако да је тренутна брзина  $v = v_0 - \Delta v$ . Тако добијамо да је

**зависност интензитета тренутне брзине  $v$  од времена за равномерно успорено кретање:**

$$v = v_0 - at.$$

Ако је успорење  $a = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ , то значи да после сваке секунде брзина аутомобила опада за  $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . После 5 секунди брзина се смањује за  $\Delta v = a \cdot t = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ s} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , тако да је крајња брзина  $v = v_0 - \Delta v = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 25 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

Задатак можемо да урадимо тако што ћемо све бројчане вредности из задатка 1.6.1.

убацити у формулу  $v = v_0 - at$  и добијамо да је крајња брзина

$$v = v_0 - at = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ s} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

**За равномерно променљиво кретање зависност интензитета тренутне брзине од времена дата је формулом:**

$$v = v_0 \pm at.$$

Знак плус [+] користи се за равномерно убрзано кретање, а минус [-] за равномерно успорено кретање.

## ЗАДАТАК

**1.5.3.** Тренутни светски рекорд у трци на 100 метара држи Јусеин Болт из Јамајке: 9,58 секунди (2009. година). Колика је његова средња брзина и колико му је убрзање ако би ту брзину достигао, равномерно убрзавајући, за две секунде?

У овом задатку разматрамо комбинацију променљивог кретања на целој стази и равномерно убрзаног кретања за две секунде.

### Поставка задатка:

- дужина стазе  $s_u = 100 \text{ m}$ ,
- време за које је стаза претрчана  $t_u = 9,58 \text{ s}$ ,
- време за које равномерно убрзава  $t = 2 \text{ s}$ .

### Траже се:

- средња брзина  $v_{sr}$
- убрзање за две секунде  $a$ .

### Решење:

- Средња брзина је  $v_{sr} = \frac{s_u}{t_u} = \frac{100 \text{ m}}{9,58 \text{ s}} \approx 10,44 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

- Из формуле за убрзање  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ , ако узмемо да је  $\Delta v = v_{sr}$  и  $\Delta t = t$ , добијамо

$$a = \frac{v}{t} = \frac{10,44 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \text{ s}} = 5,22 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

До ове формуле могли смо доћи одмах, полазећи од формуле зависности брзине од времена када је почетна брзина једнака 0,  $v = a \cdot t$ .

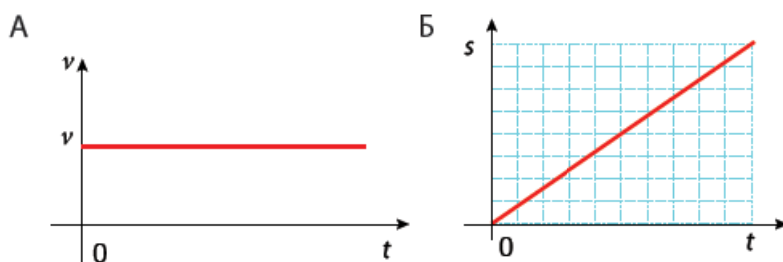


- Написати једначине које описују зависност брзине од времена код равномерно убрзаног и равномерно успореног праволинијског кретања.
- Шта сматрамо почетном, а шта крајњом брзином?
- Којом једначином се описује зависност брзине од времена када је почетна брзина  $0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ?
- За колико се брзина мења сваке секунде, ако је убрзање а)  $3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ , б)  $-3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ?
- Да ли се вредност убрзања убацује као позитивна или негативна вредност у једначини зависности брзине од времена у случају равномерно успореног кретања?

# 1.7. ГРАФИЧКО ПРИКАЗИВАЊЕ ЗАВИСНОСТИ БРЗИНЕ ОД ВРЕМЕНА



**ПОДСЕЋАЊЕ**  
 Подсећање: У шестом разреду смо учили да зависност између две физичке величине можемо приказати графички и табеларно. На слици 1.7.1.А представљена је зависност брзине од времена  $v(t)$ , а на слици 1.7.1.Б зависност пређеног пута од времена  $s(t)$  код равномерно праволинијског кретања.



Слика 1.7.1: Зависност брзине и пређеног пута код равномерно праволинијског кретања.

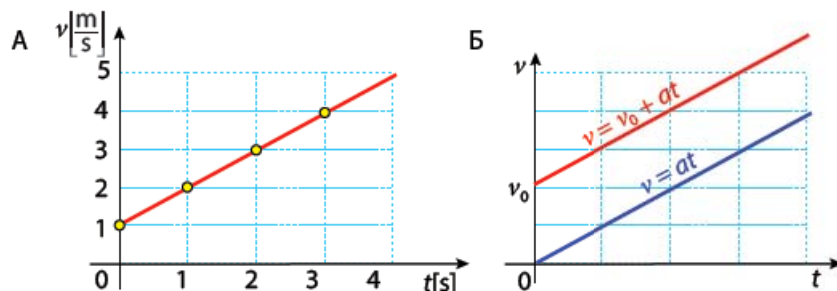
Почетни тренутак за оба графика је  $t_0 = 0$ .

Вратимо се сада табеларним приказима код равномерно променљивог кретања и прикажимо их графички.

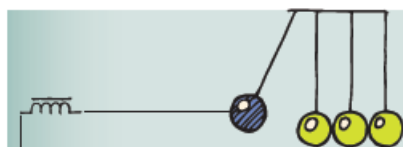
## ГРАФИЧКО ПРИКАЗИВАЊЕ ЗАВИСНОСТИ БРЗИНЕ ОД ВРЕМЕНА КОД РАВНОМЕРНО УБРЗАНОГ ПРАВОЛИНИЈСКОГ КРЕТАЊА

Тело се креће равномерно убрзано са убрзањем  $a = 1 \frac{m}{s^2}$ . Почетна брзина је  $v_0 = 1 \frac{m}{s}$ . Када у формулу  $v = v_0 + at$  убацимо вредности за убрзање и почетну брзину, добијамо вредности брзина за дате временске тренутке.

Прикажимо сада на графику податке из табеле 1.7.1. На хоризонталну осу наносимо бројчане вредности временских тренутака у секундама, а на вертикалну тренутне брзине у метрима по секунди.



Слика 1.7.2: Графички приказ зависности брзине од времена у равномерно убрзаном праволинијском кретању.



- графички приказ зависности брзине од времена
- зауставно време

$t [s]$	0	1	2	3	4
$v \left[ \frac{m}{s} \right]$	1	2	3	4	5

Табела 1.7.1.

Жуте тачке имају координате  $(0 \text{ s}, 1 \frac{\text{m}}{\text{s}})$ ,  $(1 \text{ s}, 2 \frac{\text{m}}{\text{s}})$ ,  $(2 \text{ s}, 3 \frac{\text{m}}{\text{s}})$  и  $(3 \text{ s}, 4 \frac{\text{m}}{\text{s}})$ , које су узете из табеле 1.7.1. Све те тачке леже на једној правој, која је на слици 1.7.2. приказана црвеном бојом. Та права линија представља график зависности брзине од времена за посматрано равномерно убрзано кретање.

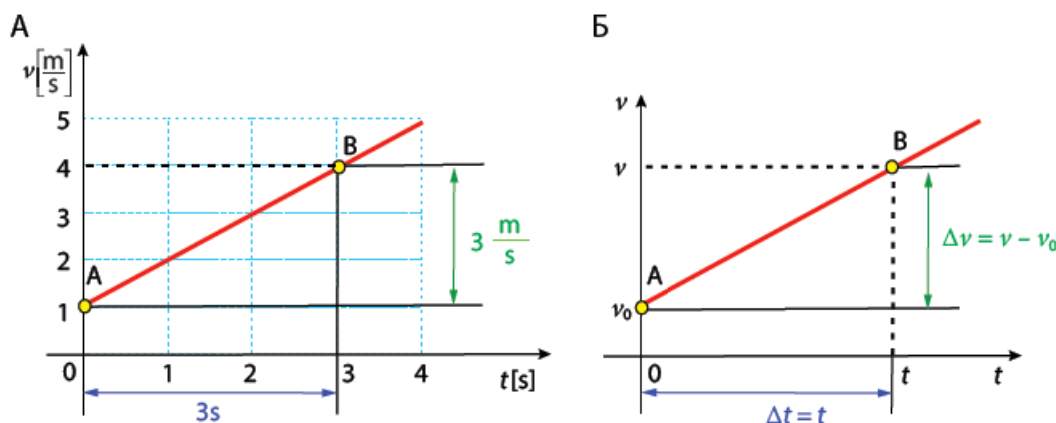
На слици 1.7.2.Б, приказан је општи случај зависности брзине од времена. Он сече вертикалну  $v$ -осу у тачки која има координате  $(t_0 = 0 \text{ s}, v_0)$ . Плавом линијом је приказана зависност брзине од времена у случају када је почетна брзина једнака нули. Приметимо да су црвена и плава линија паралелне.

### ЗАДАТАК

**1.7.1.** Табеларно прикажите вредности брзина за временске тренутке 1 s, 2 s и 3 s, ако је убрзање тела  $a = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ , а почетна брзина у тренутку  $t = 0 \text{ s}$  је  $v_0 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

### ЗАДАТАК

**1.7.2.** Претпоставимо да већ имамо график зависности брзине од времена као на слици 1.7.3 А. Како на основу њега можемо одредити колико је убрзање тела?



Слика 1.7.3. Одређивање убрзања у равномерно убрзаном кретању ако имамо график зависности брзине од времена.

Уочимо на графику било које две тачке зависности брзине од времена, на пример А  $(0 \text{ s}, 1 \frac{\text{m}}{\text{s}})$  и В  $(3 \text{ s}, 4 \frac{\text{m}}{\text{s}})$ . Вертикално растојање између тих тачака даје нам промену брзине,  $\Delta v = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , а хоризонтално временски интервал у коме је дошло до те промене,  $\Delta t = 3 \text{ s}$ . Када поделимо вертикално са хоризонталним растојањем, добијамо колика је бројчана вредност убрзања за кретање приказано датим графиком. За изабране вредности добили смо

да је  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{3 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3 \text{ s}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ , што одговара вредности убрзања помоћу кога смо добили податке

из табеле 1.7.1.

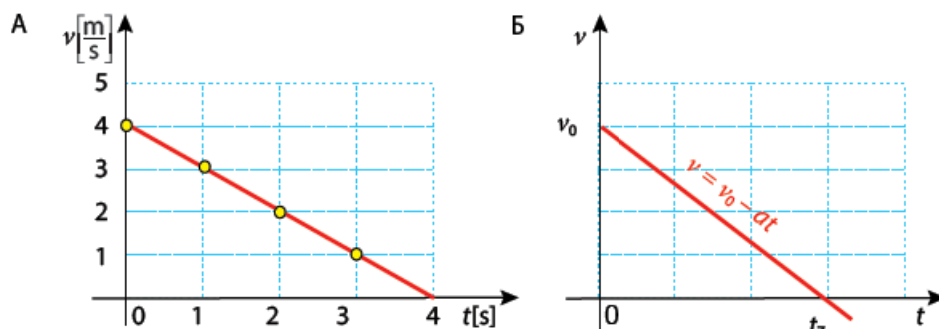


## ГРАФИЧКО ПРИКАЗИВАЊЕ ЗАВИСНОСТИ БРЗИНЕ ОД ВРЕМЕНА КОД РАВНОМЕРНО УСПОРЕНОГ ПРАВОЛИНИЈСКОГ КРЕТАЊА

$t [s]$	0	1	2	3	4
$v \left[ \frac{m}{s} \right]$	4	3	2	1	0

Табела 1.7.2.

Прикажимо сада на графику податке из табеле 1.7.2. Слика 1.7.4.А



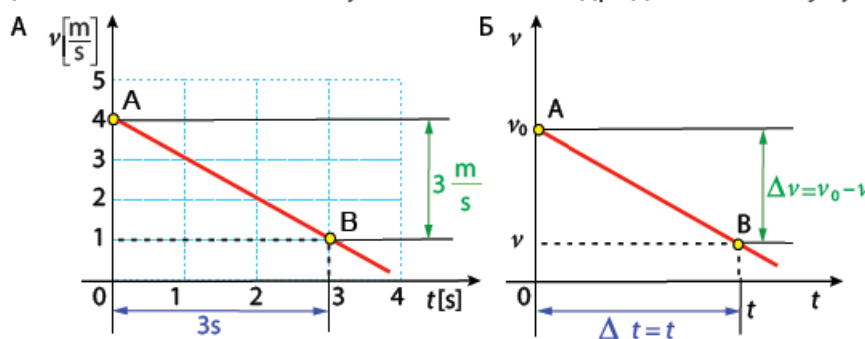
Слика 1.7.4: Зависност брзине од времена у равномерно успореном праволинијском кретању.

Жуте тачке имају координате  $(0 s, 4 \frac{m}{s})$ ,  $(1 s, 3 \frac{m}{s})$ ,  $(2 s, 2 \frac{m}{s})$  и  $(3 s, 1 \frac{m}{s})$  узете из табеле 1.7.2. Кроз њих смо провукли график зависности брзине од времена за равномерно успорено кретање.

На слици 1.7.4.Б, приказан је општи случај зависности брзине од времена. Он сече вертикалну  $v$ -осу у тачки која има координате  $(t_0 = 0 s, v_0)$ . Друга тачка је на  $t$ -оси и сече је за  $t = t_z$  (тренутак заустављања). Време које прође од почетног тренутка до тренутка заустављања назива се *зауставно време*.



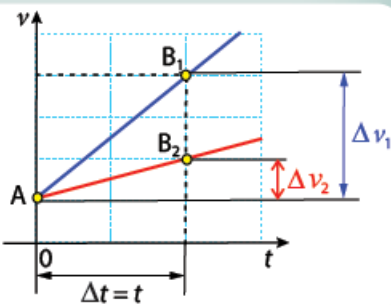
**1.7.3.** Претпоставимо да већ имамо график зависности брзине од времена као на слици 1.7.5.А). Како на основу њега можемо одредити колико је убрзање тела?



Слика 1.7.5: Одређивање убрзања у равномерно успореном кретању помоћу графика зависности брзине од времена.

Уочите тачке А  $(0 s, 4 \frac{m}{s})$  и В  $(3 s, 1 \frac{m}{s})$  на графику 1.7.5.А. Вертикално растојање између тих тачака даје нам промену брзине,  $\Delta v = 3 \frac{m}{s}$ , а хоризонтално временски интервал у коме је дошло до те промене,  $\Delta t = 3 s$ . Када поделимо вертикално са хоризонталним растојањем, добијамо колика је бројчана вредност убрзања за кретање приказано датим графиком:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{3 \frac{m}{s}}{3 s} = 1 \frac{m}{s^2}$$

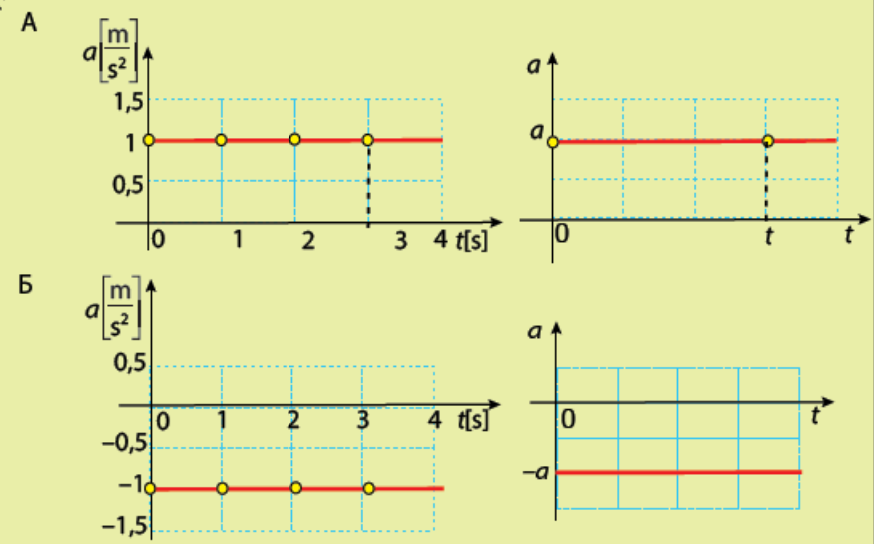


Слика 1.7.6. На слици су дата два графика зависности брзине од времена. Плави график је стрмији у односу на црвени. За исти временски интервал  $\Delta t = t$  видимо да је промена брзине за график 1 већа него промена брзине за график 2,  $v_1 > v_2$ , па закључујемо да је убрзање за први график веће него за други. Дакле, што је график стрмији, то је убрзање тела, чија је зависност брзине од времена приказана графиком, веће.

На слици 1.7.5.Б видимо да у општем случају убрзање можемо израчунати помоћу формуле  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$  за било које две изабране тачке А и В са графика.



САЗНАЈ ВИШЕ



Слика 1.7.7: График зависности убрзања од времена за случај убрзаног, слика А, и случај успореног кретања, слика Б.

РАВНОМЕРНО ПРОМЕНЉИВО КРЕТАЊЕ

Промена тренутне брзине  $v$  је  $\Delta v = a \cdot \Delta t$ .

За равномерно убрзано кретање:

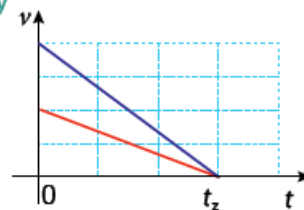
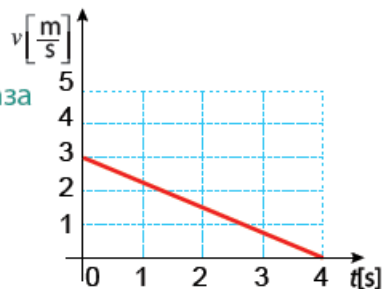
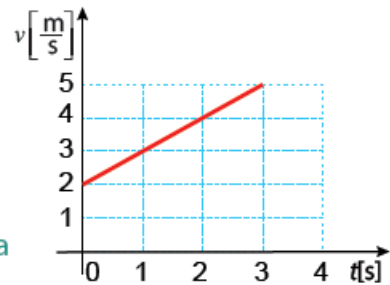
$$v = v_0 + at.$$

За равномерно успорено кретање:

$$v = v_0 - at.$$



- Дат је график зависности брзине од времена.
  - а) Која врста равномерно променљивог кретања је приказана овим графиком?
  - б) Колика је почетна брзина тела?
  - в) Колика је убрзање тела?
  - г) Како би изгледао график да је почетна брзина тела била једнака нули?
- Дат је график зависности брзине од времена.
  - а) Која врста равномерно променљивог кретања је приказана овим графиком?
  - б) Колика је почетна брзина тела?
  - в) Колика је убрзање тела?
  - г) Колика је зауставно време?
- На слици су дати црвени и плави график, који означавају зависност за два тела. Који од ова два графика одговара:
  - а) већој почетној брзини тела?
  - б) већем интензитету убрзања?
  - в) већем зауставном времену?



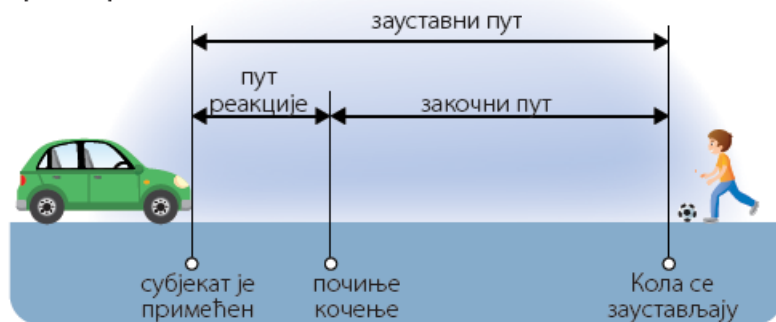
# 1.8. ЗАВИСНОСТ ПРЕЂЕНОГ ПУТА ОД ВРЕМЕНА, ПОЧЕТНЕ И КРАЈЊЕ БРЗИНЕ И УБРЗАЊА

## ПОДСЕЋАЊЕ

**Убрзање** је у равномерно променљивом праволинијском кретању изражено формулом  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t}$ .

Уколико је  $a > 0$ , тада тело убрзава, а ако је  $a < 0$ , тада тело успорава.

За равномерно променљиво кретање зависност интензитета тренутне брзине од времена дата је формулом  $v = v_0 \pm at$ . Знак плус [+] се користи за равномерно убрзано кретање, а минус [-] за равномерно успорено кретање.



Слика 1.8.1А: Ситуације у саобраћају у којима безбедносно растојање игра важну улогу. У саобраћају је веома битно да водимо рачуна о безбедносном простору, а нарочито о удаљености возила од пешачког прелаза, ако хоћемо да закочимо на време.



Слика 1.8.1Б: Приликом претицања, треба водити рачуна о дужини возила које претичемо, као и о почетном и крајњем растојању између возила пре и после претицања.



Слика 1.8.1В: Присетимо се се такође да када полиција излази на увиђај после саобраћајног удеса, прво мери **дужину трага кочења**.

На слици 1.8.2 приказана је зависност брзине од времена, када је  $t_0 = 0$  и када је убрзање једнако нули. Приметимо обојени правоугаоник који је ограничен координатним осама, графиком и правом која је паралелна  $v$ -оси и пролази кроз тачку  $t$  на  $t$ -оси. Површина овог правоугаоника представља бројчану вредност пређеног пута до тренутка  $t$ .



Слика 1.8.2: Одређивање пређеног пута на графику зависности брзине од времена за равномерно праволинијско кретање.





### САЗНАЈ ВИШЕ

Површина на графику зависности брзине од времена једнака пређеном путу и за случај било којег променљивог кретања у коме се брзина мења на произвољан начин. Пример је дат на слици 1.7.3. Површина било које фигуре која је ограничена координатним осама, графиком и правом која је паралелна  $v$ -оси и и пролази кроз тачку  $t$  на  $t$ -оси једнака је по бројчаној вредности пређеном путу  $s$  за дати временски интервал  $\Delta t = t$ .



Слика 1.8.3: Зависност брзине од времена за неко променљиво кретање.

Поново се враћамо на графике зависности брзине од времена за равномерно праволинијско убрзано кретање које смо разматрали у претходној лекцији. Примењујући правило израчунавања пређеног пута преко површине на тим графицима, наћи ћемо зависност пређеног пута од времена, средњу брзину и зависност пређеног пута од квадрата почетне и крајње брзине.

### ЗАВИСНОСТ ПРЕБЕНОГ ПУТА ОД ПОЧЕТНЕ И КРАЈЊЕ БРЗИНЕ, УБРЗАЊА И ВРЕМЕНА КРЕТАЊА. СРЕДЊА БРЗИНА У РАВНОМЕРНО УБРЗАНОМ КРЕТАЊУ

Посматрамо график са слике 1.8.4. за убрзано кретање. Брзина расте од почетне брзине  $v_0$  до крајње (тренутне) брзине  $v$  за време  $\Delta t = t$ . Геометријска фигура која се добија је правоугли трапез. Бројчане вредности почетне и крајње брзине једнаке су дужинама основице трапеца. Висина трапеца бројчано је једнака времену кретања  $\Delta t = t$ . Када применимо формулу за површину трапеца, пређени пут биће једнак

$$s = \frac{v_0 + v}{2} \cdot t.$$

Дата формула даје нам везу **између пређеног пута  $s$ , почетне брзине  $v_0$ , крајње брзине  $v$  и времена кретања  $t$** . Пошто је  $v = v_0 + a \cdot t$ , добијамо да је

$$s = \frac{v_0 + v}{2} \cdot t = \frac{(v_0 + v_0 + a \cdot t) \cdot t}{2} = \frac{2v_0 \cdot t + a \cdot t \cdot t}{2}.$$

Коначним сређивањем добија се да је **формула за зависност пређеног пута од времена кретања за равномерно убрзано праволинијско кретање:**

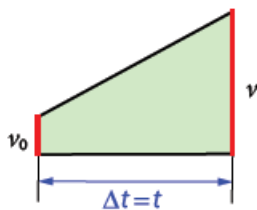
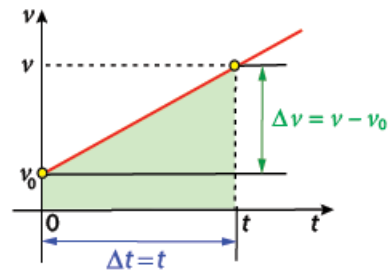
$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2.$$

Приметимо да је средња линија трапеца на слици 1.8.4. уједно и средња брзина кретања  $v_{sr} = \frac{v_0 + v}{2}$ . То се лако добија из  $s = \frac{v_0 + v}{2} \cdot t$  и дефиниције средње брзине  $v_{sr} = \frac{s_u}{t_u}$ .

**Средња брзина код равномерног убрзаног кретања једнака је аритметичкој средини почетне и крајње брзине.**

**Веза квадрата крајње  $v$  и почетне брзине  $v_0$  са пређеним путем  $s$  и убрзањем  $a$  при убрзаном кретању дата је формулом**

$$v^2 = v_0^2 + 2a \cdot s.$$



Слика 1.8.4: Рачунање пређеног пута преко графика зависности брзине од времена за равномерно убрзано кретање.



### САЗНАЈ ВИШЕ

Ако у израз за пређени пут  $s = \frac{v_0 + v}{2} \cdot t$  ставимо да је  $t = \Delta t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{v - v_0}{a}$ , добијамо да је

$s = \frac{1}{2}(v + v_0) \cdot \frac{(v - v_0)}{a} = \frac{(v + v_0) \cdot (v - v_0)}{2 \cdot a}$ . Користећи израз за разлику квадрата два броја

( $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ ), добијамо да је веза између пређеног пута  $s$ , квадрата почетне брзине  $v_0^2$ , квадрата крајње брзине  $v^2$  и убрзања  $a$  за равномерно убрзано кретање дата са

$$s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}.$$

Ова формула се најчешће записује као  $v^2 = v_0^2 + 2a \cdot s$ .

## ЗАВИСНОСТ ПРЕЂЕНОГ ПУТА ОД ПОЧЕТНЕ И КРАЈЊЕ БРЗИНЕ, УБРЗАЊА И ВРЕМЕНА КРЕТАЊА. СРЕДЊА БРЗИНА У РАВНОМЕРНО УСПОРЕНОМ КРЕТАЊУ

У случају **равномерно успореног кретања**, када брзина опада од почетне брзине  $v_0$  до крајње брзине  $v$  за време  $\Delta t = t$ , видимо да је ограничена површина опет трапез чије су основице почетна  $v_0$  и крајња брзина  $v$ , а висина  $\Delta t = t$ . Тако да је веза између пређеног пута  $s$ , почетне брзине  $v_0$ , крајње брзине  $v$  и протеклог времена  $t$  и за равномерно успорено кретање дата истом формулом:

$$s = \frac{v_0 + v}{2} \cdot t.$$

Пошто је за равномерно успорено кретање  $v = v_0 - a \cdot t$ , добијамо **зависност пређеног пута од времена за равномерно успорено праволинијско кретање**:

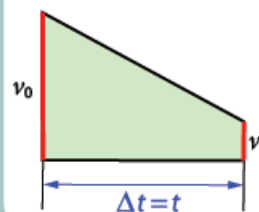
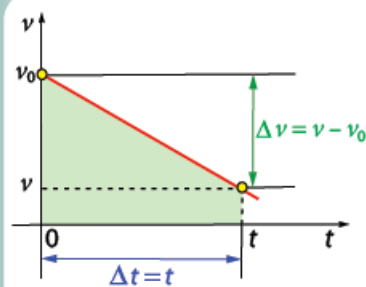
$$s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} a \cdot t^2.$$

**Средња брзина и у случају равномерно успореног праволинијског кретања јесте средња линија на слици 1.7.5:**

$$v_{sr} = \frac{v_0 + v}{2}.$$

**Веза квадрата крајње  $v$  и почетне брзине  $v_0$  са пређеним путем  $s$  и убрзањем  $a$  при равномерно успореном кретању дата је формулом**

$$v^2 = v_0^2 - 2a \cdot s.$$



Слика 1.8.5: Рачунање пређеног пута преко графика зависности брзине од времена за равномерно успорено кретање.



### САЗНАЈ ВИШЕ

Ако опет у формулу за пређени пут  $s = \frac{v_0 + v}{2} \cdot t$  убацимо да је

$t = \Delta t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{v_0 - v}{a}$ , добијамо да је веза између пређеног пута  $s$ ,

квадрата почетне брзине  $v_0^2$ , квадрата крајње брзине  $v^2$  и убрзања  $a$

за равномерно успорено кретање дата са  $s = \frac{v_0^2 - v^2}{2a}$ . Ова формула

се најчешће записује као  $v^2 = v_0^2 - 2a \cdot s$ .

## ФОРМУЛЕ ЗА РАВНОМЕРНО ПРОМЕНЉИВО ПРАВОЛИНИЈСКО КРЕТАЊЕ

**а) Веза између пређеног пута  $s$ , почетне брзине  $v_0$ , крајње брзине  $v$  и времена кретања  $t$ :**

$$s = \frac{v_0 + v}{2} \cdot t.$$

Ако је почетна брзина  $v_0 = 0$ , тада је пређени пут  $s = \frac{v}{2} \cdot t$ .

**б) Зависност пређеног пута од времена:**

$$s = v_0 \cdot t \pm \frac{1}{2} a \cdot t^2,$$

знак плус је за равномерно убрзано, а минус за равномерно успорено кретање. Ако је почетна брзина  $v_0 = 0$ , тада је пређени пут  $s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$ .

**в) Веза између пређеног пута и квадрата почетне и крајње брзине:**

$$v^2 = v_0^2 \pm 2a \cdot s,$$

знак плус је за равномерно убрзано, а минус за равномерно успорено кретање. Ако је почетна брзина  $v_0 = 0$ , тада је за убрзано кретање  $v^2 = 2a \cdot s$ . Ако је за успорено крајња брзина  $v = 0$ , из  $0 = v_0^2 - 2a \cdot s$  следи да је  $v_0^2 = 2a \cdot s$ . Пређени пут који тело пређе до заустављања називамо зауставни пут.

**г) Средња брзина је иста за оба случаја:**  $v_{sr} = \frac{v_0 + v}{2}$ . Код убрзаног кретања, ако је почетна брзина  $v_0 = 0$ , тада је  $v_{sr} = \frac{v}{2}$ . Код успореног кретања, ако је крајња брзина  $v = 0$ , тада је  $v_{sr} = \frac{v_0}{2}$ .

**Напомена.** Покушајте да ове формуле за почетак не учите напамет. Приликом њиховог извођења користили смо само следеће чињенице.

**1. Убрзање је у равномерно променљивом праволинијском кретању дато са**

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t}.$$

**2. Фигура на графику зависности брзине од времена представља траpez чије основице имају бројчане вредности почетне и крајње брзине, а висина је бројчано једнака времену кретања:**  $s = \frac{v_0 + v}{2} \cdot t$ .

Комбиновањем ове две формуле изводе се све остале формуле из ове лекције.

### ЗАДАТАК

**1.8.1.** Мотоциклиста убрзава из мировања и за шест секунди достиже брзину од  $108 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Колики пут је прешао за то време и колико му је убрзање?

**Поставка задатка:**

- време кретања  $t = 6 \text{ s}$ ,
- крајња брзина  $v = 108 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

**Решење:**

На основу формуле  $a = \frac{v}{t} = \frac{30 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{6 \text{ s}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

Пређени пут можемо израчунати из следећих формула:

- $s = \frac{1}{2} a \cdot t^2 = \frac{1}{2} 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (6 \text{ s})^2 = \frac{1}{2} 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 36 \text{ s}^2 = 90 \text{ m}$

•  $v^2 = 2a \cdot s$  одакле следи да је  $s = \frac{v^2}{2a} = \frac{\left(30 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{900 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 90 \text{ m}$

• Из формуле  $v_s = \frac{s_u}{t_u}$  добијамо да је  $s_u = s = v_s \cdot t = \frac{v}{2} \cdot t = \frac{30 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} \cdot 6 \text{ s} = 90 \text{ m}$ .

Као што видите, пређени пут можемо израчунати на три начина.



**1.8.2.** Возач аутомобила масе 3 тоне ударио је у саобраћајни знак. Полицајац који је дошао на увићај измерио је да је траг кочења аутомобила био дужине 20 метара. У том месту дозвољена брзина је  $40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . У свом приручнику, полицајац је нашао податак да је средња сила кочења за ту марку аутомобила 30 kN. Да ли је возач прекорачио дозвољену брзину и тиме себе и остале довео у опасност?

**Поставка задатка:**

- маса тела  $m = 3 \text{ t} = 3000 \text{ kg}$ ,
- зауставни пут  $s_z = 20 \text{ m}$ ,
- дозвољена брзина  $v_D = 40 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 11,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .
- средња сила кочења  $F = 30 \text{ kN} = 30.000 \text{ N}$ .

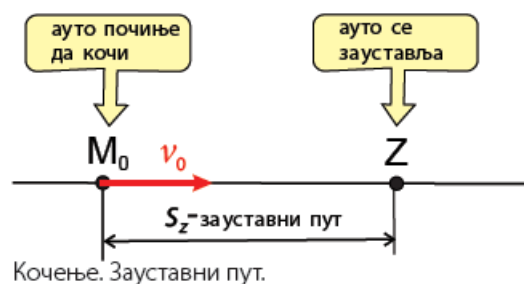
**Решење:**

Успоренје које је имао аутомобил током кочења рачунамо из Другог Њутновог закона:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{30.000 \text{ N}}{3000 \text{ kg}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Из формуле  $v^2 = v_0^2 - 2a \cdot s$ , пређени пут једнак је зауставном путу, а крајња брзина је једнака нули,  $s = s_z$  и  $v = 0$ , тако да је  $0 = v_0^2 - 2a \cdot s_z$ . Добијамо да је брзина којом је тело почело да кочи  $v_0 = \sqrt{2a \cdot s} = \sqrt{2 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 20 \text{ m}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

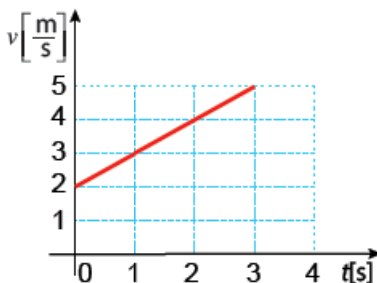
Израчуната брзина је скоро двоструко већа од дозвољене брзине,  $v_D = 11,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , тако да је возач извршио прекршај прекорачења дозвољене брзине.



Кочење. Зауставни пут.



- Како можемо да рачунамо пређени пут на основу графика зависности брзине од времена?
- Написати једначину која даје зависност пређеног пута од времена код равномерно убрзаног кретања и код равномерно успореног кретања.
- Написати једначину која повезује почетну, крајњу брзину и пређени пут (а не користи време) код равномерно убрзаног кретања и код равномерно успореног кретања.
- Написати једначину за зависност пређеног пута од почетне, крајње брзине и времена кретања код равномерно убрзаног кретања и код равномерно успореног кретања.
- Како називамо пут који аутомобил пређе од тренутка почетка кочења до тренутка заустављања?
- Одредити са графика колики пут пређе тело у прве три секунде кретања.





## САЖЕТАК

- **Тренутна брзина** тела је векторска величина. Када се тренутна брзина тела мења, онда такво кретање називамо **променљивим кретањем**.

- Сила је узрок промени брзине.

- **Убрзање** је једнако промени брзине у јединици времена:  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ . Мерна јединица је  $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

- **Средња брзина** бројчано је једнака количнику укупног пређеног пута и времена за које тело је прешло тај пут:  $v_{sr} = \frac{s_u}{t_u}$ .

- Дужина путање коју тело пређе у току кретања назива се пређени пут. Израчунава се према формули:  $s = v \cdot t$

- **Други Њутнов закон гласи:** убрзање тела је управо сразмерно сили, а обрнуто сразмерно маси тела,  $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$ .

Када на тело делује више сила, онда оно добија убрзање у правцу и смеру деловања резултанте тих сила:  $\vec{a} = \frac{\vec{F}_r}{m}$ .

Из Другог Њутновог закона следи да је њутн, мерна јединица за силу,  $\text{N} = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

**Трећи Њутнов закон гласи:** силе којима два тела узајамно делују једно на друго једнаке су по интензитету и правцу, а супротне по смеру. То су силе акције и реакције:  $\vec{F}_R = -\vec{F}_A$ . Неки од примера за Трећи Њутнов закон су: тежина тела и сила реакције подлоге ( $\vec{Q}$  и  $\vec{N}$ ), тежина окаченог тела и сила затезања нити ( $\vec{Q}$  и  $\vec{T}$ ) и **реактивна кретања**.

- **Равномерно променљиво праволинијско кретање** је кретање тела по правој линији са сталним убрзањем. У зависности од тога да ли се брзина равномерно повећава или смањује, разликујемо две врсте равномерно променљивог кретања: *равномерно убрзано* и *равномерно успорено кретање*. Код равномерно убрзаног кретања вектори убрзања и тренутне брзине имају исти, а код успореног кретања супротан смер.

- За равномерно променљиво кретање **зависност интензитета тренутне брзине од времена** дата је формулом:

$$v = v_0 \pm at.$$

Знак плус [+] користимо за равномерно убрзано кретање, а минус [-] за равномерно успорено кретање.

Графички се представља правом линијом. Пређени пут је једнак површини испод графика зависности брзине од времена за дати временски интервал.





## ПРОВЕРИ ЗНАЊЕ

1. Свакој величини придружи одговарајућу формулу:

а) Брзина тела у зависности од времена при равномерно успореном кретању \_\_\_\_\_

$$1) v^2 = v_0^2 + 2a \cdot s$$

$$5) v = v_0 + a \cdot t$$

$$2) v = v_0 - a \cdot t$$

$$6) s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

б) Пређени пут при равномерно успореном кретању \_\_\_\_\_

$$3) s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

$$7) a = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

в) Пређени пут при равномерно праволинијском кретању \_\_\_\_\_

$$4) v^2 = v_0^2 - 2a \cdot s$$

$$8) s = v \cdot t$$

г) Убрзање тела \_\_\_\_\_

2. Одговори са **ДА** или **НЕ**.

Када се тело креће равномерно убрзано, тада:

а) интензитет брзине се не мења \_\_\_\_\_;

б) брзина се смањује по интензитету \_\_\_\_\_;

в) интензитет убрзања се не мења \_\_\_\_\_;

г) у једнаким временским интервалима прелази једнаке путеве \_\_\_\_\_.

3. Допуни следеће реченице:

а) Убрзање је бројчано једнако \_\_\_\_\_ у јединици времена.

б) Код равномерно променљивог кретања не мења се интензитет \_\_\_\_\_.

в) Код равномерно променљивог кретања средња брзина једнака је половини збира \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_ брзине.

г) Код равномерно променљивог кретања \_\_\_\_\_ се равномерно мења по интензитету.

4. **А)** Са датог графика види се да брзина мења смер у тренутку:

а) 2 s

б) 4 s

в) 6 s

г) током приказаног кретања брзина не мења смер.

**Б)** Са датог графика види се да убрзање мења смер у тренутку:

а) 2 s

б) 4 s

в) 6 s

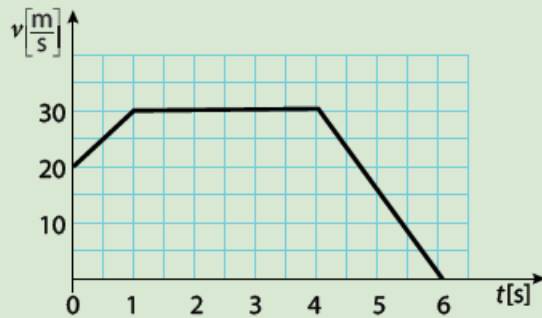
г) током приказаног кретања убрзање не мења смер.





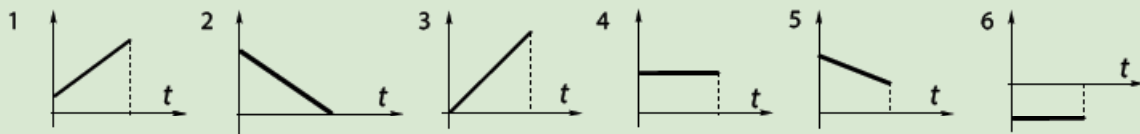
5. Дат је график зависности брзине од времена. Одговори на следећа питања:

- Колико је укупно време кретања тела? \_\_\_\_ s
- Тело је започело кретање брзином \_\_\_\_ m/s.
- Највећа брзина коју је тело достигло током кретања је \_\_\_\_ m/s.



6. Свакој физичкој величини придружи одговарајући график (дописати број одговарајућег графика на црту):

- пређени пут код равномерно праволинијског кретања \_\_\_\_\_;
- брзина код равномерно убрзаног праволинијског кретања, почетна брзина  $v_0 \neq 0$  \_\_\_\_\_;
- брзина код равномерно успореног праволинијског кретања, тело се не зауставља током посматраног времена кретања \_\_\_\_\_.



7. Свакој физичкој величини придружи одговарајућу мерну јединицу:

- пређени пут \_\_\_\_\_      1)  $\frac{m}{s}$     2) s    3) m    4)  $\frac{m}{s^2}$
- време кретања \_\_\_\_\_
- убрзање \_\_\_\_\_
- брзина \_\_\_\_\_

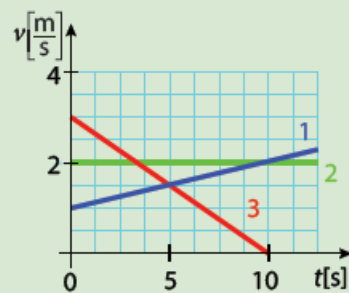
8. На графику су приказане зависности брзине од времена три тела: 1, 2 и 3.

A) Повежи сваки од графика са одговарајућим кретањем:

- равномерно праволинијско кретање \_\_\_\_\_;
- равномерно убрзано кретање \_\_\_\_\_;
- равномерно успорено кретање \_\_\_\_\_.

Б) Које тело је прешло највећи пут за првих 10 секунди? \_\_\_\_\_.

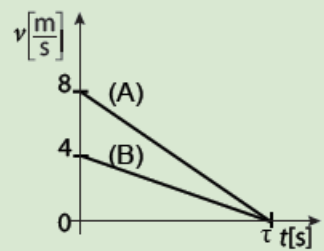
В) Које тело је имало највећи интензитет убрзања? \_\_\_\_\_.





9. Дати су графици зависности брзина за тела А и В.

Колики је однос њихових зауставних путева  $\frac{s_{zA}}{s_{zB}}$  ?



10. Одговори са **ДА** или **НЕ**.

а) Силе акције и реакције имају нападну тачку у истом телу: \_\_\_\_\_.

б) Што је већа сила која делује на тело, убрзање је мање: \_\_\_\_\_.

в) Када сила истог интензитета делује на два тела, тело мање масе добиће веће убрзање: \_\_\_\_\_.

г) Реактивно кретање је последица Трећег Њутновог закона: \_\_\_\_\_.

11. Изведена мерна јединица њутн (N) једнака је:

а)  $\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$    б)  $\text{kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$    в)  $\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$    г)  $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$    д)  $\text{kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$

12. Који од наведених појмова представљају физичке величине?

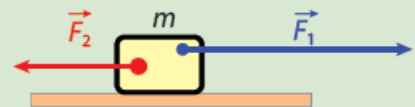
а) сила   б) време   в) убрзање   г) график   д) путања

13. Када на тело делује стална сила, које од следећих физичких величина се мењају?

а) маса тела   б) убрзање   в) брзина   г) пређени пут

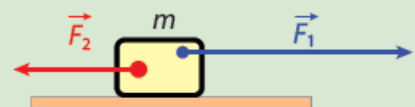
14. На тело делују две силе,  $F_1$  и  $F_2$ , као на слици. Резултујућа сила:

- а) има смер силе већег интензитета,
- б) има смер силе мањег интензитета,
- в) једнака је нули.



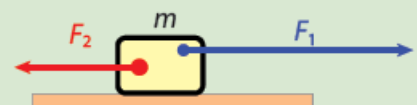
15. На тело које се налази у стању мировања почињу да делују две силе,  $F_1$  и  $F_2$ , као на слици. Тело:

- а) се креће у смеру силе већег интензитета,
- б) се креће у смеру силе мањег интензитета,
- в) мирује.



16. На тело које се налази у стању мировања почињу да делују две силе,  $F_1$  и  $F_2$ , као на слици. Убрзање тела:

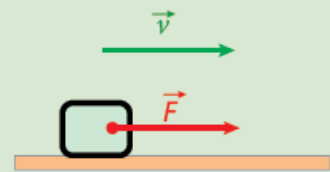
- а) има исти смер као сила већег интензитета,
- б) има исти смер као сила мањег интензитета,
- в) једнако је нула.





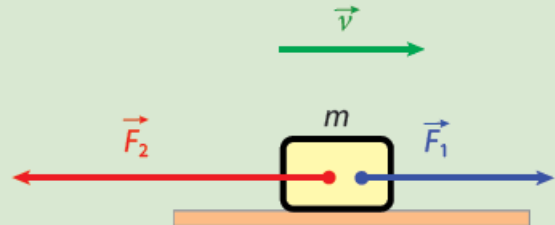
17. На слици су приказани вектори  $F$  силе која делује на тело и вектор тренутне брзине  $v$ . Тело се креће:

- а) убрзано,
- б) успорено,
- в) равномерно праволинијски.



18. На слици су приказани вектори две силе,  $F_1$  и  $F_2$ , које делује на тело и вектор тренутне брзине  $v$ . Тело се креће:

- а) убрзано,
- б) успорено,
- в) равномерно праволинијски.

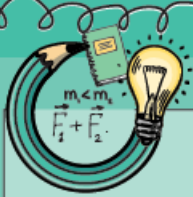


19. На слици је приказано тело у два различита временска тренутка. У тренутку  $t_1$  брзина тела је  $v_1$ , а у тренутку  $t_2$  брзина тела је  $v_2$ . Одговарајући вектори  $v_1$  и  $v_2$  приказани су на слици.



Датом кретању придружи одговарајућу слику вектора силе  $\vec{F}$  која делује на тело и вектора убрзања  $\vec{a}$ .

- |    |  |    |  |
|----|--|----|--|
| а) |  | б) |  |
| в) |  | г) |  |



## ОСНОВНЕ ФОРМУЛЕ

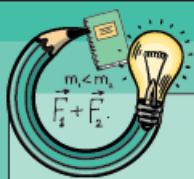
УБРЗАЊЕ	
$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}$	$a$ – убрзање тела $\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$
	$t_0$ – почетни тренутак [s]
	$t$ – крајњи тренутак [s]
	$v_0$ – почетна брзина $\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$
	$v$ – крајња брзина $\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$

СРЕДЊА БРЗИНА	
$v_{sr} = \frac{s_u}{t_u}$	$v_{sr}$ – средња брзина $\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$
	$s_u$ – укупни пређени пут [m]
	$t_u$ – укупно време [s]

ДРУГИ ЊУТНОВ ЗАКОН	
$a = \frac{F_r}{m}$	$a$ – убрзање тела $\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$
	$F_r$ – резултанта сила [N]
	$m$ – маса тела [kg]

ТРЕЋИ ЊУТНОВ ЗАКОН	
$\vec{F}_R = -\vec{F}_A$	$F_A$ – сила акције [N]
	$F_R$ – сила реакције [N]

	ДРУГИ ЊУТНОВ ЗАКОН		
	РАВНОМЕРНО УБРЗАНО КРЕТАЊЕ		РАВНОМЕРНО УСПОРЕНО КРЕТАЊЕ
	Почетна брзина $v_0 = 0$	Почетна брзина $v_0 \neq 0$	
ЗАВИСНОСТ БРЗИНЕ ОД ВРЕМЕНА	$v = a \cdot t$	$v = v_0 + a \cdot t$	$v = v_0 - a \cdot t$
ЗАВИСНОСТ ПРЕЂЕНОГ ПУТА ОД ВРЕМЕНА	$s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$	$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$	$s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} a \cdot t^2$
ВЕЗА КВАДРАТА ПОЧЕТНЕ И КРАЈЊЕ БРЗИНЕ И ПРЕЂЕНОГ ПУТА	$v^2 = 2a \cdot s$	$v^2 = v_0^2 + 2a \cdot s$	$v^2 = v_0^2 - 2a \cdot s$
СРЕДЊА БРЗИНА	$v_{sr} = \frac{v}{2}$	$v_{sr} = \frac{v_0 + v}{2}$	



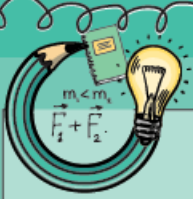
## ЗАДАЦИ

### • СРЕДЊА БРЗИНА И РАВНОМЕРНО ПРОМЕНЉИВО ПРАВОЛИНИЈСКО КРЕТАЊЕ

- Аутобусу је требало три сата да дође од Београда до Чачка.
  - Ако је удаљеност ова два града 140 km, колика је средња брзина аутобуса?
  - Исто растојање аутомобил пређе за сат и по времена. Колика је средња брзина аутомобила?
- Дечак је прешао прву четвртину пешачке стазе за 10 s, а остали део за 15 s. Дужина стазе је 20 m. Колика је средња брзина дечака на:
  - целој стази, б) првој четвртини стазе?
- Дечак прелази стазу за 25 s. У првој петини укупног времена прелази 30 m, а за преостало време 90 m. Колика је средња брзина дечака:
  - на целој стази,
  - на делу пута коју је прешао за прву петину времена?
- Петар је изашао из куће да би се сусрео са другарима на терену за кошарку. Успут је прошао поред зграде где живи Душан, па су даље наставили заједно. До Душанове куће је прешао 1 km за 10 min. Душан га је чекао испред зграде и ту су стајали 3 min и разговарали. До кошаркашког терена су ходали уједначеним ходом још 1,5 km за 12 min. Колика је средња брзина Петра од куће до кошаркашког терена?

**Напомена:** Док Душан и Петар разговарају испред Душанове зграде, време протиче иако дечаци стоје у месту. Време стајања утиче на укупно време, па самим тим и на средњу брзину.
- Младић и девојка пролазе електричним тротинетима поред уличне светиљке, у размаку од 5 минута, крећући се равномерно праволинијски. Прво пролази девојка, а после ње младић. После 20 минута од проласка младића растојање међу њима је 3 km и у том тренутку је младић испред девојке. Колика је брзина девојке, ако је брзина младић  $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ?

**Напомена:** Брзина електричног тротинета иде и до  $70 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ !
- Почетна брзина аутомобила је  $v_0 = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Колику ће брзину ( $v$ ) имати након пређених  $s = 10$  m пута, ако се креће:
  - убрзано  $a = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ , б) успорено  $a = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .
- Воз полази из станице сталним убрзањем и за 10 s достигне брзину  $36 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Колики пут је прешао за то време?
- Ракета креће из мировања и након пређених 50 km достигне брзину  $5 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ . Колико је убрзање и време за које ће достићи дату брзину? Изразити убрзање у  $\frac{\text{km}}{\text{s}^2}$ .

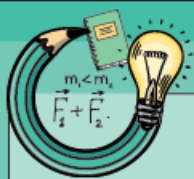


9. Лопта се котрља низ дугачку стрму улицу убрзањем  $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ , без почетне брзине. Колики пут пређе за прве 4 s, а колики у шестој секунди?
10. Из места А и В крећу два тела један другом у сусрет једнаким почетним брзинама  $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Тело креће из места А убрзањем  $a_A = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ , а из места В успорењем  $a_B = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . Тела се срећу након 4 s. Колико је растојање између места А и В? На ком растојању од места А долази до сусрета?
11. Из места А и В која су међусобно удаљена 18 m крећу два тела, једно према другом, једнаким почетним брзинама  $3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Из места А тело креће убрзањем  $a_A = 0,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ , а из места В успорењем  $a_B = 0,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . После колико времена ће се тела срести? На ком растојању од места В долази до сусрета?
12. По нагнутом путу крећу се два дечака на бициклама, један према другом. Почетна брзина првог је  $v_{01} = 18 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ , а убрзање којим се спушта низбрдо је  $a_1 = 0,1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . Почетна брзина другог дечака је  $v_{02} = 14,4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ , а успорење при његовом кретању узбрдо једнако по интензитету убрзању првог дечака  $a_1 = a_2 = 0,1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . Ако је њихово почетно растојање било 80 m, одредити време и место сусрета у односу на почетни положај првог дечака.
13. Мотоциклиста се креће праволинијски. Мерене су тренутне вредности брзине у одређеним тренуцима и приказане су у табели. Графички приказати зависност брзине од времена и одредити убрзање тела. Колики је пут прешао мотоциклиста између четврте и осме секунде?

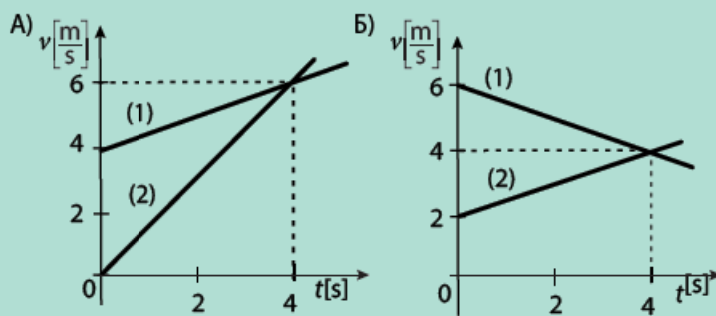
$t$ [s]	0	4	8	12
$v$ [ $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ ]	12	24	36	48

14. Аутомобил се креће праволинијски. Мерене су тренутне вредности брзине у одређеним тренуцима и табеларно су приказане. Графички приказати зависност брзине од времена и одредити убрзање тела, зауставно време и пут.

$t$ [s]	4	6	8	10
$v$ [ $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ ]	15	10	5	0



15. Дати су графици А и Б зависности брзина од времена за два тела 1 и 2. Ако су оба тела у почетном тренутку времена била у истом положају и крећу се у истом правцу и смеру, наћи после колико времена ће се тела сустићи и колики пут ће при томе прећи за оба случаја А и Б.



**Помоћ:** Средње брзине оба тела су једнаке за време кретања од поласка до сусрета.

16. Аутобус полази из станице А и равномерно убрзава убрзањем  $0,8 \frac{m}{s^2}$ , све до достизања брзине  $v_1 = 12 \frac{m}{s}$ . Неко време  $t_2$  креће се том брзином, а потом равномерно успорава и зауставља се у станици В. Растојање између А и В је  $L = 270 m$ , а пут који аутобус пређе при успореном кретању је  $s_3 = 24 m$ . Израчунати:

- а) време током којег аутобус убрзава  $t_1$ ,
- б) време током којег аутобус успорава до заустављања  $t_3$ ,
- в) и укупно време кретања  $t_u$ .

### • ДРУГИ ЊУТНОВ ЗАКОН

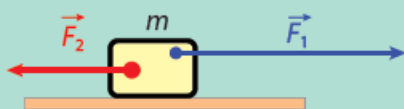
17. На тело масе  $2 kg$ , које се налази у стању мировања, почињу да делују две силе истог правца  $F_1 = 8 N$  и  $F_2 = 4 N$ :

а) у истом смеру, б) у супротном смеру. Колики ће бити интензитет убрзања тела у оба случаја?

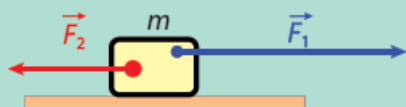
18. Наћи однос убрзања  $\frac{a_2}{a_1}$  за тела масе  $m_1 = 2 kg$  и  $m_2 = 6 kg$  ако је на оба тела деловала сила истог интензитета.

### • РАВНОМЕРНО ПРОМЕНЉИВО КРЕТАЊЕ И ДРУГИ ЊУТНОВ ЗАКОН

19. На тело масе  $3 kg$  које се налази у стању мировања, почињу да делују две силе  $F_1 = 15 N$  и  $F_2 = 3 N$  као на слици. Колику брзину ће имати тело после  $5 s$ ?



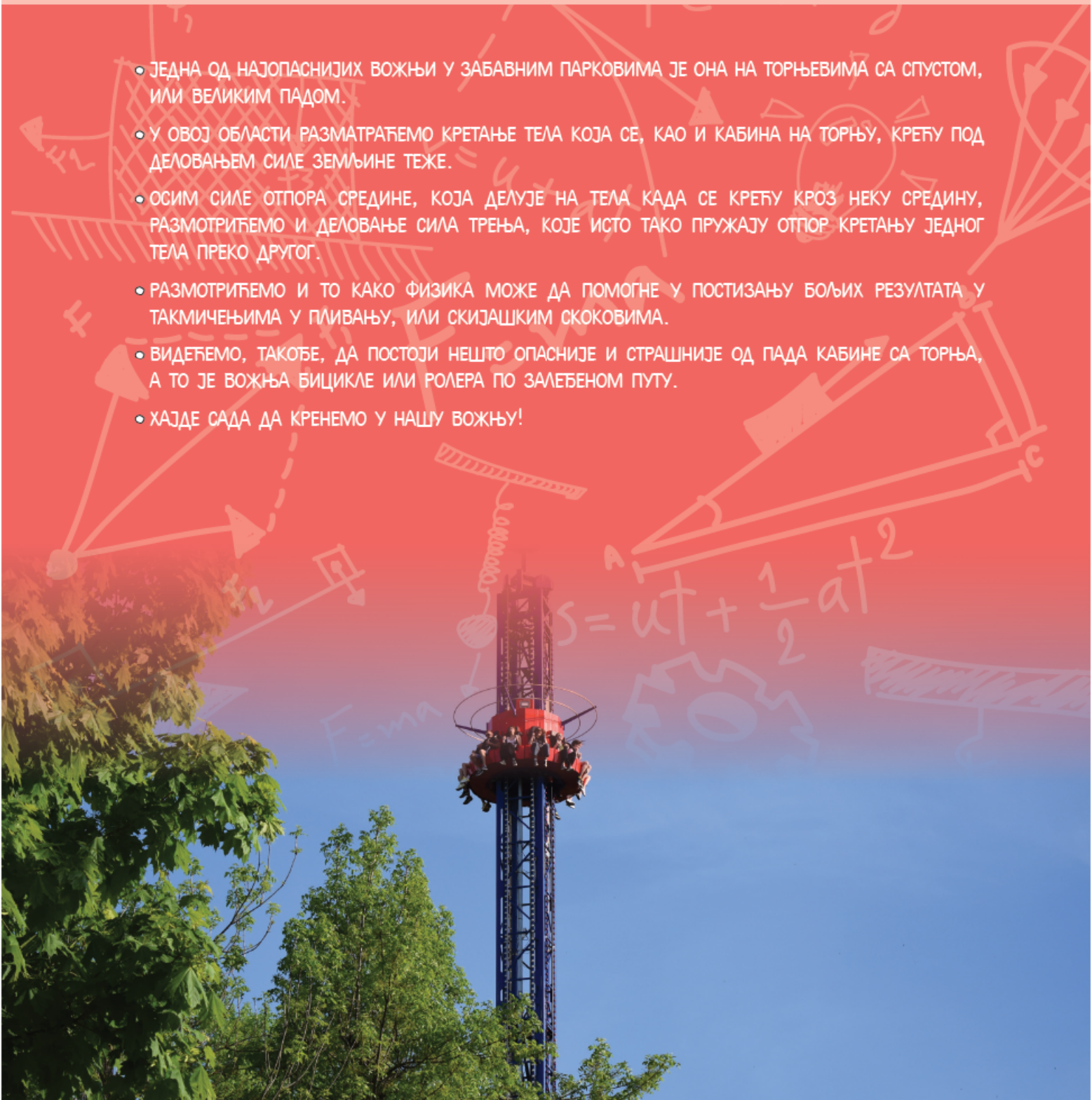
20. На тело масе  $3 kg$  које се налази у стању мировања, почињу да делују две силе као на слици:  $F_1 = 18 N$ ,  $F_2 = 3 N$ . Колики пут ће прећи тело после  $5 s$ ?





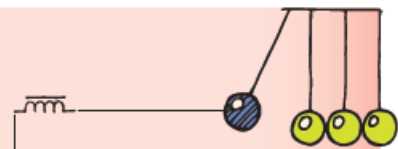
# 2 КРЕТАЊЕ ПОД ДЕЈСТВОМ СИЛЕ ТЕЖЕ И СИЛА ОТПОРА

- ЈЕДНА ОД НАЈОПАСНИЈИХ ВОЖЊИ У ЗАБАВНИМ ПАРКОВИМА ЈЕ ОНА НА ТОРЊЕВИМА СА СПУСТОМ, ИЛИ ВЕЛИКИМ ПАДОМ.
- У ОВОЈ ОБЛАСТИ РАЗМАТРАЋЕМО КРЕТАЊЕ ТЕЛА КОЈА СЕ, КАО И КАБИНА НА ТОРЊУ, КРЕћУ ПОД ДЕЛОВАЊЕМ СИЛЕ ЗЕМЉИНЕ ТЕЖЕ.
- ОСИМ СИЛЕ ОТПОРА СРЕДИНЕ, КОЈА ДЕЛУЈЕ НА ТЕЛА КАДА СЕ КРЕћУ КРОЗ НЕКУ СРЕДИНУ, РАЗМОТРИЋЕМО И ДЕЛОВАЊЕ СИЛА ТРЕЊА, КОЈЕ ИСТО ТАКО ПРУЖАЈУ ОТПОР КРЕТАЊУ ЈЕДНОГ ТЕЛА ПРЕКО ДРУГОГ.
- РАЗМОТРИЋЕМО И ТО КАКО ФИЗИКА МОЖЕ ДА ПОМОГНЕ У ПОСТИЗАЊУ БОЉИХ РЕЗУЛТАТА У ТАКМИЧЕЊИМА У ПЛИВАЊУ, ИЛИ СКИЈАШКИМ СКОКОВИМА.
- ВИДЕЋЕМО, ТАКОЂЕ, ДА ПОСТОЈИ НЕШТО ОПАСНИЈЕ И СТРАШНИЈЕ ОД ПАДА КАБИНЕ СА ТОРЊА, А ТО ЈЕ ВОЖЊА БИЦИКЛЕ ИЛИ РОЛЕРА ПО ЗАЛЕБЕНОМ ПУТУ.
- ХАЈДЕ САДА ДА КРЕНЕМО У НАШУ ВОЖЊУ!



# 2.1. УБРЗАЊЕ ПРИ КРЕТАЊУ ТЕЛА ПОД ДЕЈСТВОМ ЗЕМЉИНЕ ТЕЖЕ.

## ГАЛИЛЕЈЕВ ОГЛЕД



- убрзање силе Земљине теже
- време пада
- сила теже
- Галилејев оглед
- јачина гравитационог поља



Сила којом Земља привлачи сва тела ка центру назива се **сила Земљине теже** или, краће, сила теже  $\vec{F}_g$ .

Тежина тела  $Q$  је сила којом тело притиска подлогу или затеже нит о коју је окачено:  $\vec{Q} = m \cdot \vec{g}$ . Тела имају тежину због деловања силе теже.

Према Другом Њутновом закону, резултујућа сила и убрзање повезани су формулом  $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ . Ако на тело делује константна сила, саопштиће му константно убрзање.

Пређени пут за равномерно убрзано кретање, при почетној брзини  $v_0 = 0$ , рачунамо по формули  $s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$ .

Приликом кретања тела кроз неку средину јавља се сила отпора средине, која зависи од облика тела, брзине којом се тело креће и густине те средине.



Слика 2.1.1: Кретање мобилног телефона након што вам је испао из руке или пад кишних капи неки су од примера кретања тела под дејством силе теже из свакодневног живота.

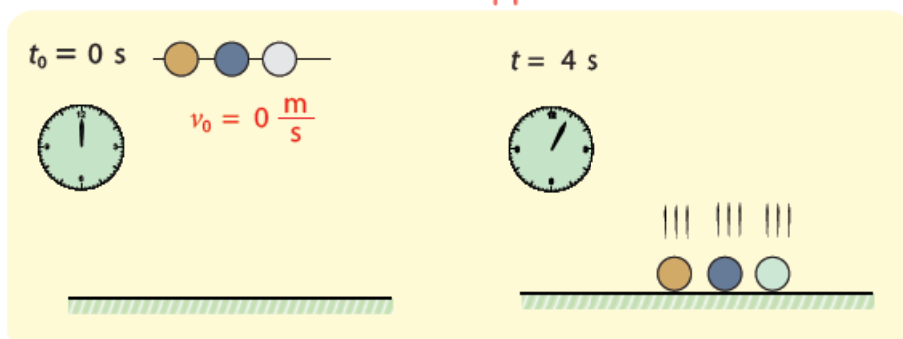
У овој лекцији изучавамо силу којом гравитациона сила Земље привлачи тела у близини своје површине. На основу Њутнових закона, објаснићемо зашто свако тело које пада има исто убрзање, када је отпор ваздуха занемарљив, без обзира на своју масу.



### САЗНАЈ ВИШЕ

По Њутновом закону гравитације, свака два тела привлаче се силом која је сразмерна производу маса тих тела, а обрнуто сразмерна квадрату растојања међу њима. Како је средњи полупречник Земље  $R = 6370$  km, можемо сматрати да је сила гравитације којом Земља привлачи тела на својој површини, па све до висине од, на пример, 20 km, сразмерна само маси тела. Због елипсоидног облика Земље, њен полупречник на екватору је 6378 km, а на половима 6357 km, па је гравитациона сила на половима нешто јача него на екватору.

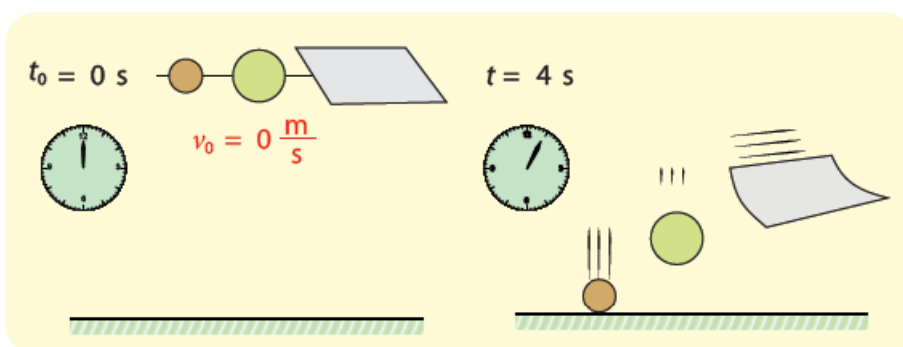
## ШТА СВЕ УТИЧЕ НА ВРЕМЕ ПАДА НЕКОГ ТЕЛА?



Слика 2.1.2: Пад дрвене и металне куглице и облог каменчића са исте висине.

Ако дрвена куглица, метална куглица и обли каменчић истих величина падну са исте висине, скоро истовремено ће ударити о земљу. Закључујемо да **време пада не зависи од масе тела и материјала од којег је тело направљено**.

**Време пада** је време за које тело падне на подлогу са дате висине.



Слика 2.1.3: Пад дрвене куглице, лопте од стиропора и листа папира са исте висине.

Ако дрвена куглица, лопта од стиропора и лист папира падају са исте висине, време пада неће бити исто за сва три тела. Узрок томе лежи у сили отпора ваздуха, која најјаче делује на лист папира. Чак и у случају када дрвена куглица има исту масу као и папир, и тада ће папир дуже падати. На основу тога можемо закључити да **време пада зависи од облика тела**. На тела делује резултанта силе теже и силе отпора ваздуха. Резултанта је мањег интензитета што је отпор ваздуха већи па је убрзање тела мање и време пада дуже.

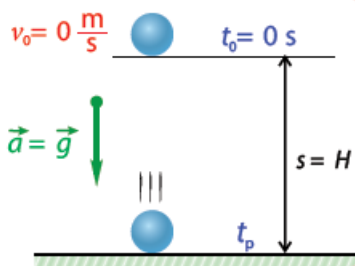
## ГАЛИЛЕЈЕВ ОГЛЕД

Код тела као што су металне кугле отпор ваздуха може да се занемари, чак и када би падале са већих висина, од око 50 метара. Да би експериментално проверио ову теорију, **Галилео Галилеј** је пуштао кугле истих величина, а различитих маса да падају са Кривог торња у Пизи, слика 2.1.4. Све кугле би истовремено пале на земљу. На основу овог експеримента дошао је до закључка:

**Сва тела сличних облика, а различитих маса падају на тло истим убрзањем.**



Слика 2.1.4: Галилејев оглед



## КАКО ДА ИЗМЕРИМО УБРЗАЊЕ КОЈИМ ТЕЛА ПАДАЈУ НА ЗЕМЉУ?

Пустимо тело да пада са висине  $H = 2 \text{ m}$  (почетна брзина  $v_0 = 0$ ) и измеримо време пада  $t_p = 0,63 \text{ s}$  (помоћу апликације *FizziQ*), слика 2.1.5. Из формуле  $s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$ , узимајући да је пређени пут  $s$  једнак висини  $H$  ( $s = H$ ), следи да је убрзање тела при паду  $a = \frac{2H}{t_p^2} = \frac{4 \text{ m}}{(0,63 \text{ s})^2} = 10,1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . Вредност која се добија за убрзање износи  $10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . Прецизнијим мерењима добила би се вредност **9,81  $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$** .

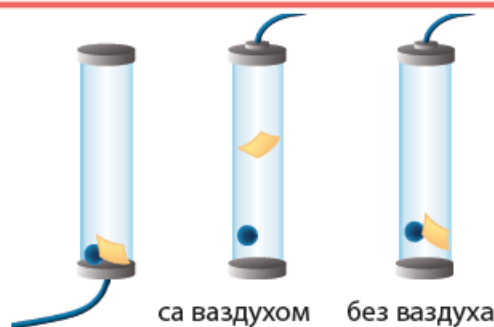
Слика 2.1.5: Тело пада без почетне брзине са висине  $H$ , време пада је  $t_p$ .



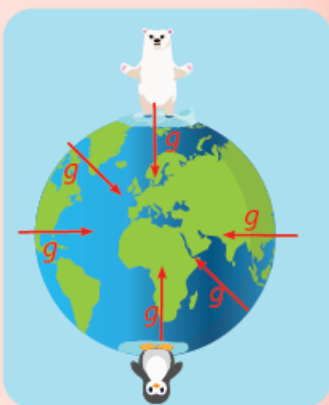
### ОГЛЕД

#### Њутнова цев

Да бисмо експериментално испитали пад тела различитих облика без утицаја силе отпора ваздуха, користимо Њутнову цев. Ако бисмо гвоздену куглицу и перо ставили у цев која је испуњена ваздухом, па ту цев обрнули наопачо, на доњи део цеви би прво пала куглица. Ако из цеви уклонимо ваздух и поновимо исти оглед, видећемо да оба тела истовремено падају на дно.



Слика 2.1.6: Њутнова цев.



Слика 2.1.7: Смер вектора убрзања Земљине теже усмерен је ка центру Земље и нормалан је на Земљину површину.

## УБРЗАЊЕ СИЛЕ ЗЕМЉИНЕ ТЕЖЕ

Убрзање којим тела падају на земљу, ако је отпор ваздуха занемарљив, назива се **убрзање Земљине теже** или **убрзање слободног пада** и означава се са  $\vec{g}$ . Вектор убрзања Земљине теже  $\vec{g}$  је нормалан на површину Земље и усмерен ка центру.

Када се тело креће само под деловањем силе теже  $\vec{F}_g$ , тада је, према другом Њутновом закону:

$$m \cdot \vec{a} = \vec{F}_g = m \cdot \vec{g}.$$

Из датог израза следи да су ова два убрзања једнака:  $\vec{a} = \vec{g}$ .

Ако занемаримо силу отпора ваздуха, сва тела имају исто убрзање  $\vec{g}$  при падању на Земљу.

Сила Земљине теже или сила теже израчунава се као производ масе тела  $m$  и убрзања Земљине теже  $g$ :

$$F_g = m \cdot g.$$

Има исти правац и смер као и убрзање Земљине теже  $\vec{g}$ :

$$\vec{F}_g = m \cdot \vec{g}.$$

### САЗНАЈ ВИШЕ

Сматрамо да је сила Земљине теже увек усмерена ка центру Земље, односно нормална на површину Земље. Међутим, због Земљине ротације, постоји мали отклон од нормале и интензитета, о чему ћете учити у вишим разредима.

## ВЕЗА ИЗМЕЂУ ЈАЧИНЕ ГРАВИТАЦИОНОГ ПОЉА $G$ И УБРЗАЊА ЗЕМЉИНЕ ТЕЖЕ $g$

У шестом разреду сте учили да тежину тела  $Q$ , када се тело налази на хоризонталној подлози, рачунамо као производ масе тела  $m$  и јачине **гравитационог поља  $G$** .

$$Q = m \cdot G,$$

где је  $G = 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ .

Када тело мирује на хоризонталној подлози, на њега делују само сила теже  $\vec{F}_g$  и сила реакције подлоге  $\vec{N}$ .

Пошто је  $N = Q$  по Трећем Њутновом закону, а  $N = F_g$  (тело мирује, резултанта сила која делује на тело по Другом Њутновом закону једнака је нули), следи да је  $F_g = Q$ . Одатле можемо да закључимо да је:

$$Q = m \cdot G = m \cdot g.$$

**Јачина гравитационог поља бројчано је једнака убрзању Земљине теже. Ове две физичке величине имају исте мерне**

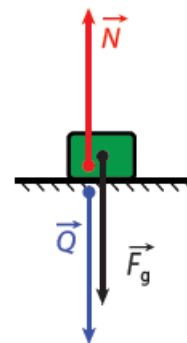
$$\text{јединице: } \frac{\text{N}}{\text{kg}} = \frac{\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\text{kg}} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

**Напомена:**  $Q = m \cdot G$  је само у случају када је тело окачено о нит или мирује на хоризонталној подлози. О томе ћемо говорити више у следећим лекцијама.



• Два тела различитих облика почну истовремено да падају са исте висине на земљу. Да ли ће пасти истовремено на земљу ако: а) занемаримо отпор ваздуха, б) не занемаримо отпор ваздуха?

- Шта је време пада тела и од чега оно зависи?
- Колика је тежина тела које стоји на хоризонталној равnoj подлози, а колика када је окачено о нит?
- а) Шта је исто код Земљине теже и тежине тела, као векторских величина, у случају када тело мирује на хоризонталној равnoj подлози? б) Шта је исто код Земљине теже и силе реакције подлоге, као векторских величина, у случају када тело мирује на хоризонталној равnoj подлози?
- Која је мерна јединица за силу Земљине теже, а која за убрзање Земљине теже?



Слика 2.1.8: Сила Земљине теже  $F_g$  и тежина тела  $Q$



Слика 2.1.9: Пирамида у Београду, Кнез Михаилова улица, на којој пише тачна вредност за убрзање Земљине теже на датој локацији

$$g = 9,8060225 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

## 2.2. СЛОБОДНО ПАДАЊЕ ТЕЛА. БЕСТЕЖИНСКО СТАЊЕ.



Основне формуле које користимо у равномерно променљивим кретањима су:

- зависност брзине од времена  $v = v_0 \pm at$ ,
- зависност пређеног пута од времена  $s = v_0 \cdot t \pm \frac{1}{2} a \cdot t^2$ .

У овим формулама знак плус [+] се користи за равномерно убрзано кретање, а минус [-] за равномерно успорено кретање.

Ако су све силе које делују на тело занемарљиве, осим силе Земљине теже, тада је његово убрзање једнако убрзању Земљине теже ( $\vec{a} = \vec{g}$ ).

У прошлом разреду учили смо да је тежина тела сила којом тело притиска подлогу или затеже нит о коју је окачено. У овом разреду, када смо радили Трећи Њутнов закон, научили смо да је тежина тела једнака сили реакције подлоге  $N$  када је тело на подлози, тј. сили затезања  $T$  када је тело окачено о нит.

**Хидростатички притисак** је притисаку у течностима које мирују. Једнак је притиску на дно суда или на неки хоризонтални пресек испод уоченог стуба течности. Тај притисак настаје због тежине течности.

Можемо га рачунати формулом  $p = \rho_0 \cdot g \cdot h$ , где су  $\rho_0$  – густина течности,  $h$  – висина тог стуба течности и  $g$  – убрзање Земљине теже.



Слика 2.2.1: Одвајање леденица и скок банџијем су само неки од примера за слободан пад.

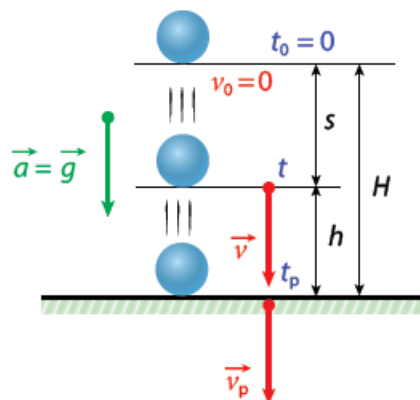
Испадање предмета из наше руке на земљу, скок банџијем до тренутка када се каиш затегне, одвајање леденица са крова у зимским данима, пад зреле воћке са гране – за све ове примере видимо да је заједничко то што тела падају без почетне брзине само под деловањем силе Земљине теже. Отпор ваздуха у овим случајевима можемо занемарити, па је убрзање тела једнако убрзању Земљине теже  $\vec{a} = \vec{g}$ . Ако је и почетна брзина једнака нули, такво кретање називамо **слободан пад**.

Тело слободно пада када се креће само под деловањем силе Земљине теже, при чему је почетна брзина једнака нули.

Да бисмо описали кретање тела у слободном паду, користићемо једначине за равномерно убрзано кретање у којима је почетна брзина једнака нули ( $v_0 = 0$ ) и  $\vec{a} = \vec{g}$ .

	РАВНОМЕРНО УБРЗАНО ПРАВОЛИНИЈСКО КРЕТАЊЕ	СЛОБОДАН ПАД
ЗАВИСНОСТ БРЗИНЕ ОД ВРЕМЕНА	$v = v_0 + a \cdot t$	$v = g \cdot t$
ЗАВИСНОСТ ПРЕБЕНОГ ПУТА ОД ВРЕМЕНА	$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$	$s = \frac{1}{2} g \cdot t^2$
ВЕЗА КВАДРАТА БРЗИНА И ПРЕБЕНОГ ПУТА	$v^2 = v_0^2 + 2a \cdot s$	$v^2 = 2g \cdot s$

Табела 2.2.1. Извођење основних формула које користимо у задацима са слободним падом.



$H$  - висина са које тело пада  
 $s$  - пређени пут  
 $h$  - тренутна висина  
 $v$  - тренутна брзина  
 $v_p$  - брзина пада

Слика 2.2.3: Слободан пад тела. Посматрамо положаје и брзине за три тренутка: почетни тренутак  $t_0 = 0$ , тренутак пада на земљу  $t_p$  и неки тренутак  $t$  између почетног  $t_0$  и тренутка пада на земљу  $t_p$ .

Тренутна висина  $h$  је растојање од земље у одређеном тренутку  $t$ , а **брзина пада**  $v_p$  је брзина којом тело удара о земљу у тренутку пада  $t_p$ .

**Напомена:** У задацима ћемо подразумевати да је убрзање силе Земљине теже  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ , осим ако се негде не нагласи да се користи вредност  $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .



### ЗАДАТАК

**2.2.1** Наћи брзину тела после једне секунде слободног пада и пут који при томе пређе.

Узети да је  $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

**Физичка појава:** слободан пад

**Поставка задатка:**

- време кретања  $t = 1 \text{ s}$

**Напомена:** време кретања је једнако временском тренутку.

- почетна брзина  $v = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

**Тражи се:**

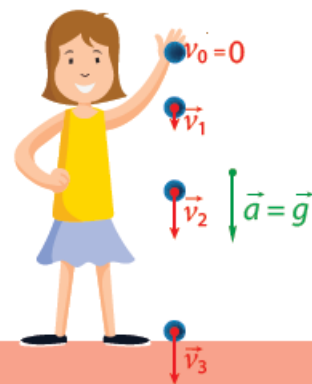
- крајња брзина  $v$ ,
- пређени пут  $s$ .

**Решење:**

- Из табеле 2.2.1 крајња брзина је  $v = g \cdot t = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1 \text{ s} = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

- пређени пут је  $s = \frac{1}{2} g \cdot t^2 = \frac{1}{2} 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (1 \text{ s})^2 = 4,905 \text{ m}$ .

### слободан пад



Слика 2.2.2: Слободан пад лоптице. Почетна брзина је једнака нули, убрзање тела једнако је убрзању Земљине теже  $\vec{a} = \vec{g}$ . Тренутне брзине лоптице у произвољна три временска тренутка су  $\vec{v}_1$ ,  $\vec{v}_2$  и  $\vec{v}_3$ .

**Брзина пада је брзина коју тело има непосредно пре удара о земљу.**

**2.2.2:** Тело слободно пада са висине 10 метара. Израчунати висину  $h$  на којој се тело налази после 1 секунде и брзину у том тренутку, а затим брзину тела у тренутку додира са земљом, брзину пада  $v_p$  и време пада  $t_p$ .

**Поставка задатка:**

висина са које тело пада  $H = 10 \text{ m}$ ,  
време кретања  $t = 1 \text{ s}$ .

**Тражи се:**

тренутна висина  $h$ ,  
крајња брзина  $v$ ,  
брзина пада  $v_p$ ,  
време пада  $t_p$ .

**Решење:**

- Из табеле 2.2.1. крајња брзина је  $v = g \cdot t = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1 \text{ s} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .
- Пређени пут је  $s = \frac{1}{2} g \cdot t^2 = \frac{1}{2} 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (1 \text{ s})^2 = 5 \text{ m}$ .
- Тренутна висина је  $h = H - s = 10 \text{ m} - 5 \text{ m} = 5 \text{ m}$ .
- За тренутак пада тела на земљу  $t_p \cdot s = H$  и  $v = v_p$ , тако да формула  $s = \frac{1}{2} g \cdot t^2$  из табеле 2.2.1. прелази у формулу  $H = \frac{1}{2} g \cdot t_p^2$ , одакле добијамо да је време пада  $t_p = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \text{ m}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = \sqrt{2} \text{ s} = 1,41 \text{ s}$ .
- брзина пада  $v_p = g \cdot t_p = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,41 \text{ s} = 14,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Приметимо да смо у задатку 1 за убрзање Земљине теже узели вредност  $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ , док смо у задатку 2 користили приближну вредност  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . И у једном и у другом задатку рачунали смо брзину тела после једне секунде. Упоредите добијене вредности тих брзина.

**БЕСТЕЖИНСКО СТАЊЕ**

Тела која су у паду нити притискају подлогу, нити затежу нит, па самим тим немају тежину. За тела без тежине кажемо да су у **бестежинском стању**.



Слика 2.2.4: Док се налази на руци плесачице и на поду, лоптица има тежину. У ваздуху, док пада, њена тежина је једнака нули.





### ОГЛЕД

#### Слободан пад пробушене флаше пуне воде

Узмимо флашу коју смо претходно пробушили на два места и напунимо је водом. Поставимо пуну, отворену флашу да мирује. Вода ће истицати кроз оба отвора, при чему ће на нижем отвору (2) истицати брже. Пустимо сада пуну флашу да слободно пада. Вода *не истицаче* ни кроз један отвор! Током слободног пада, вода у флаши је у бестежинском стању, услед чега не прави хидростатички притисак, који доводи до истицања.



Слика 2.2.5: А) флаша мирује, а вода истицаче из отвора; Б) флаша слободно пада, а вода не истицаче из ње.

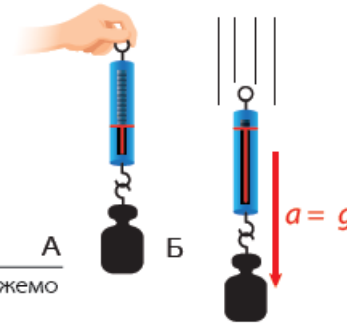
Када флаша мирује, вода у њој својом тежином ствара хидростатички притисак, који доводи до истицања кроз отворе. На ком отвору (1) или (2) је хидростатички притисак већи?



### ОГЛЕД

#### Слободан пад динамометара са тегом

Окачимо тег о динамометар који мирује. Опруга се при томе истеже и ми можемо очитати вредност тежине теча. Ако сада пустимо динамометар са тегом да пада, опруга се враћа у неистегнуто стање, и очитавамо да је вредност тежине теча 0.



Слика 2.2.6: А) динамометар мирује, тежину теча можемо очитати на скали; Б) динамометар и тег слободно падају, тег нема тежину.

Препорука је да се слободан пад тела снима мобилним телефоном. После можемо погледати успорени снимак и тако боље сагледати резултате огледа. Ако пустимо тела да слободно падају са висине 2m, време падања је  $t_p < 0,64$  s.



### ЗАДАТАК

**2.2.3:** Путна торба масе 30 kg налази се на поду лифта који се креће убрзањем  $5 \frac{m}{s^2}$  на доле. Колика је тежина торбе у лифту?

**Физичка појава:** промена тежине тела у зависности од референтног система у коме се налази.

**Поставка задатка:**

- маса тела  $m = 30$  kg,
- убрзање којим се креће лифт  $a_0 = 5 \frac{m}{s^2}$ .

**Тражи се:** тежина тела  $Q_0$  у лифту.

**Решење:**

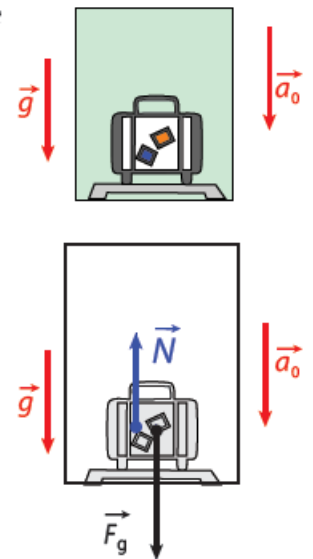
• Замислимо да је лифт од стакла, провидан. Пошто тело мирује на поду лифта, посматрач види да се тело креће заједно са лифтом, тако да и тело и лифт имају исто убрзање  $a_0$ . На тело делују сила Земљине теже и сила реакције подлоге. Пошто је убрзање лифта усмерено на доле  $F_g > N$  (види слику) резултујућа сила која делује на кофер је  $F_r = F_g - N$ . Према Другом Њутновом закону:  $m \cdot a_0 = F_g - N$ .

Према Трећем Њутновом закону:  $Q_0 = N = F_g - m \cdot a_0 = 30 \text{ kg} \cdot 10 \frac{m}{s^2} - 30 \text{ kg} \cdot 5 \frac{m}{s^2} = 150 \text{ N}$ .

Приметимо да је ова тежина мања од тежине коју би кофер имао на непокретној подлози:

$$Q = m \cdot g = 300 \text{ N},$$

$$Q_0 < Q!$$



## БЕСТЕЖИНСКО СТАЊЕ



**ЗАДАТАК**

**2.2.5:** На поду лифта стоји робот.

У једном моменту се сајла откачи и лифт почиње слободно да пада. Маса робота је 30 kg. Колика је тежина робота у лифту?

**Физичка појава:** бестежинско стање.

**Поставка задатка:**

- маса робота  $m = 30 \text{ kg}$
- Пошто лифт слободно пада, његово убрзање једнако је убрзању силе

Земљине теже:  $a_0 = g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

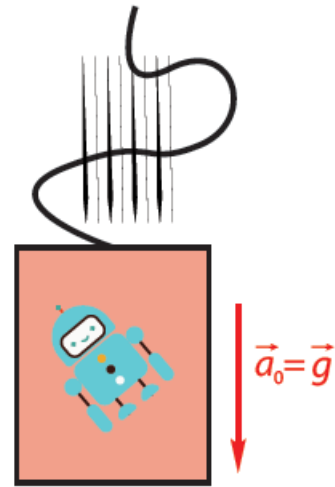
**Тражи се:** тежина робота  $Q$ .

**Решење:**

- Према решењу задатка 2.2.3:

$$Q = N = F_g - m \cdot a_0 = 30 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 30 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 0 \text{ N}$$

Можемо закључити да се у лифту који слободно пада робот налази у бестежинском стању.



- Колика је почетна брзина, а колики интензитет убрзања тела у слободном паду?
  - а) Да ли тело које слободно пада прелази за исто време прву и другу половину пута?
  - б) Да ли тело које слободно пада прелази исте путеве у првој и другој половини времена пада?
- У којој од формула се види зависност брзина пада тела од висине са које пада?
- Када је тело у бестежинском стању?
- Да ли је пад падобранца са отвореним падобраном слободни пад? Да ли је падобранец тада у бестежинском стању?



## 2.3. ХИТАЦ НАВИШЕ И ХИТАЦ НАНИЖЕ



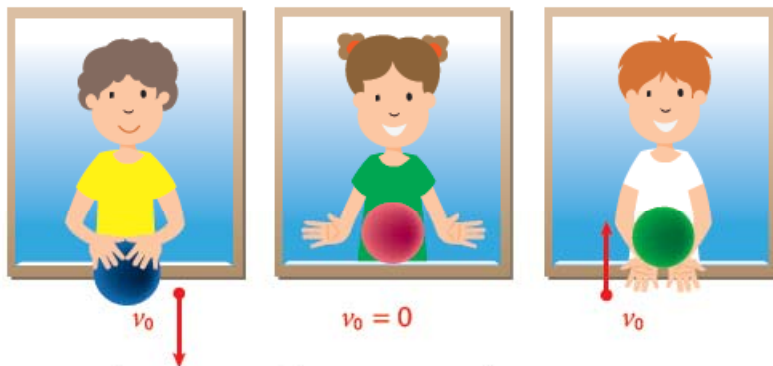
Основне формуле које користимо код равномерно променљивих кретања су:

зависност брзине од времена  $v = v_0 \pm a \cdot t$  и

зависност пређеног пута од времена  $s = v_0 \cdot t \pm \frac{1}{2} a \cdot t^2$ .

У овим формулама знак плус [+] се користи за равномерно убрзано кретање, а минус [-] за равномерно успорено кретање.

Замислимо да на прозорима првог спрата школе стоје три ученика и да имају три исте лопте које се разликују једино по боји. Истовремено, један ученик баца лопту вертикално надолу, други је пусти да слободно пада, а трећи лопту баца вертикално нагоре.



Слика 2.3.1: Са исте висине бацамо три лопте. Једну вертикално надолу, другу пустимо да слободно падне, а трећу бацамо навише

Да ли ће лопте у исто време пасти на тло? Која лопта ће имати највећу брзину којом удара у тло?

Током кретања на лопте делује сила Земљине теже и све три се крећу са убрзањем  $\vec{a} = \vec{g}$ . Лопте се разликују само по смеру почетне брзине  $\vec{v}_0$ . У овој лекцији размотрићемо како интензитет, правац и смер почетне брзине утичу на кретање тела под деловањем силе Земљине теже.

### ХИТАЦ НАНИЖЕ

Када телу саопшtimo почетну брзину  $\vec{v}_0$ , чији је смер исти као убрзање Земљине теже  $\vec{g}$  (слика 2.3.1, плава лоптица) и пустимо да се креће надолу под деловањем силе Земљине теже, тада ће се тело кретати равномерно убрзано праволинијски, убрзањем које је једнако убрзању Земљине теже ( $\vec{a} = \vec{g}$ ). Овакву врсту кретања зовемо хитац наниже.

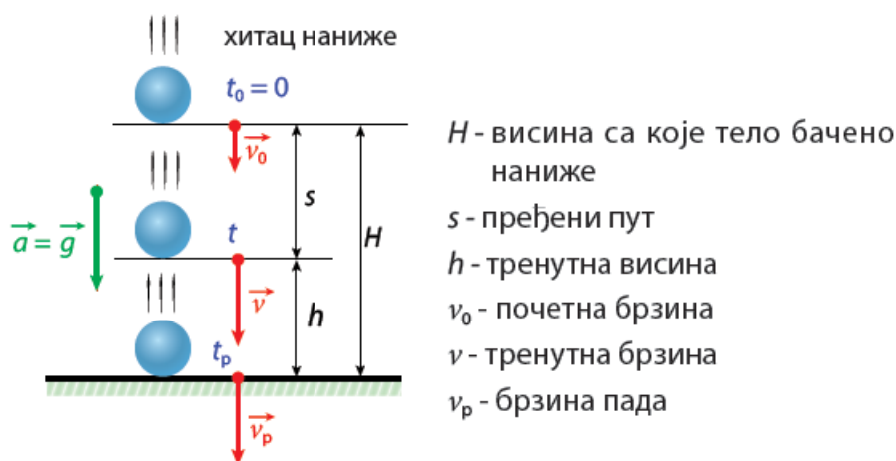
**Хитац наниже је равномерно убрзано кретање под деловањем силе Земљине теже, са почетном брзином која је различита од нуле и има смер убрзања Земљине теже.**



Да бисмо описали кретање тела код хица наниже, користићемо једначине за равномерно убрзано кретање у којима тело има почетну брзину  $v_0$  и  $a = g$ . Пошто вектори убрзања Земљине теже и почетне брзине имају исти правац и смер, кретање је равномерно убрзано праволинијско.

	РАВНОМЕРНО УБРЗАНО ПРАВОЛИНИЈСКО КРЕТАЊЕ	ХИТАЦ НАНИЖЕ
ЗАВИСНОСТ БРЗИНЕ ОД ВРЕМЕНА	$v = v_0 + a \cdot t$	$v = v_0 + g \cdot t$
ЗАВИСНОСТ ПРЕБЕНОГ ПУТА ОД ВРЕМЕНА	$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$	$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2$
ВЕЗА КВАДРАТА БРЗИНА И ПРЕБЕНОГ ПУТА	$v^2 = v_0^2 + 2a \cdot s$	$v^2 = v_0^2 + 2g \cdot s$

Табела 2.3.1. Извођење основних формула које користимо у задацима са хицом наниже.



Слика 2.3.2: Хитац наниже. Посматрамо положаје и брзине за три тренутка: почетни  $t_0 = 0$ , тренутак пада на земљу  $t_p$  и неки тренутак  $t$  између почетног  $t_0$  и тренутка пада на земљу  $t_p$ . Видимо да је реч о истим физичким величинама као на слици 2.2.1, у лекцији 2.2. Једина разлика у односу на слободни пад јесте у томе што тело сада има почетну брзину  $v_0$  истог смера као и убрзање Земљине теже.

**ЗАДАТАК**

**2.3.1:** Лоптица са слике 2.3.2. бачена је наниже почетном брзином  $2 \frac{m}{s}$ . Колико износи брзина лоптице после  $0,5 s$  и колики је пређени пут за то време?

**Физичка појава:** хитац наниже.

**Поставка задатка:**

- почетна брзина  $v_0 = 2 \frac{m}{s}$ ,
- време кретања  $t = 0,5 s$ .

**Тражи се:**

- крајња брзина  $v$ ,
- пређени пут  $s$ .

**Решење:**

- Из табеле 2.3.1. видимо да је крајња брзина:  $v = v_0 + g \cdot t = 2 \frac{m}{s} + 10 \frac{m}{s^2} \cdot 0,5 s = 7 \frac{m}{s}$ .
- Пређени пут је:  $s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2 = 2 \frac{m}{s} \cdot 0,5 s + \frac{1}{2} 10 \frac{m}{s^2} \cdot (0,5 s)^2 = 2,25 m$ .

## ЗАДАТАК

**2.3.2:** Колико износе брзина којом тело падне на земљу и време пада ако је бачено вертикално наниже брзином  $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  са висине 3 m?

### Поставка задатка:

- висина са које је тело бачено наниже  $H = 3 \text{ m}$ ,
- почетна брзина тела  $v_0 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

### Тражи се:

- брзина пада  $v_p$ ,
- време пада  $t_p$ .

### Решење:

- За тренутак  $t_p$  пада тела на земљу:  $s = H$  и  $v = v_p$ , тако да формула из табеле 2.3.1.  $v^2 = v_0^2 + 2g \cdot s$  прелази у формулу  $v_p^2 = v_0^2 + 2g \cdot H$ , одакле следи да је брзина пада

$$v_p = \sqrt{v_0^2 + 2g \cdot H} = \sqrt{\left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + 2 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3 \text{ m}} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- Из формуле за брзину пада на земљу  $v_p = v_0 + g \cdot t_p$  добијамо да је тренутак пада:

$$t_p = \frac{v_p - v_0}{g} = 0,6 \text{ s}.$$

## ХИТАЦ НАВИШЕ

Када тело бацимо навише почетном брзином  $\vec{v}_0$ , чији је смер супротан од убрзања Земљине теже  $\vec{g}$  (слика 2.3.1, зелена лопта) и пустимо да се креће под деловањем силе Земљине теже, нагоре, оно ће се кретати равномерно успорено праволинијски са успорењем по бројчаној вредности које је једнако убрзању Земљине теже ( $\vec{a} = -\vec{g}$ ). Тело ће се прво кретати равномерно успорено све док се не заустави, а потом ће наставити кретање равномерно убрзано. Овакву врсту кретања зовемо хитац навише.

Да бисмо описали кретања тела код хица навише, раздвојићемо га на два дела: први део – кретање навише, и други део – слободно падање. Користимо једначине за равномерно успорено кретање у којима тело има почетну брзину  $v_0$  и  $a = g$ .

**Хитац навише је равномерно успорено кретање тела под деловањем силе Земљине теже, са почетном брзином која је супротно усмерена од убрзања Земљине теже.**

У првом делу хица навише, пошто вектори убрзања Земљине теже и почетне брзине имају исти правац али супротан смер, кретање ће бити равномерно успорено праволинијско.

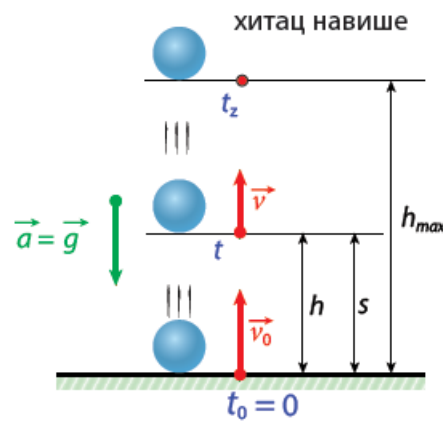
	РАВНОМЕРНО УСПОРЕНО ПРАВОЛИНИЈСКО КРЕТАЊЕ	ХИТАЦ НАВИШЕ
ЗАВИСНОСТ БРЗИНЕ ОД ВРЕМЕНА	$v = v_0 - a \cdot t$	$v = v_0 - g \cdot t$
ЗАВИСНОСТ ПРЕБЕНОГ ПУТА ОД ВРЕМЕНА	$s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} a \cdot t^2$	$s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$
ВЕЗА КВАДРАТА БРЗИНА И ПРЕБЕНОГ ПУТА	$v^2 = v_0^2 - 2a \cdot s$	$v^2 = v_0^2 - 2g \cdot h$

Табела 2.3.2.



Слика 2.3.3: Дете које скаче увис од среће и вода која излеће из фонтане неки су од примера за хитац навише.

**Важна напомена:** Формуле из табеле 2.3.2. можемо користити само до тренутка док се тело не заустави. После тога користимо формуле из табеле 2.2.1. за слободни пад.



$h_{max}$  - максимална висина  
 $s$  - пређени пут  
 $h$  - тренутна висина  
 $v_0$  - почетна брзина  
 $v$  - тренутна брзина

Слика 2.3.4: Хитац навише, до тренутка заустављања  $t_z$  када тело достигне максималну висину  $h_{max}$  и његова брзина је нула, а пређени пут једнак је максималној висини.

Посматрамо положаје и брзине за три тренутка: почетни  $t_0 = 0$ , тренутак заустављања  $t_z$  и неки тренутак  $t$  између почетног  $t_0$  и зауставног тренутка  $t_z$ .

У другом делу хица наниже тело пада са висине  $h_{max}$  без почетне брзине. Такво кретање је слободан пад (види слику 2.2.2. и табелу 2.2.1).

### ЗАДАТАК

**2.3.3:** Колико износе брзине и пређени путеви лоптице која је бачена вертикално навише брзином  $30 \frac{m}{s}$  након 1 s и после 2 s?

**Физичка појава:** хитац навише.

**Поставка задатка:**

- почетна брзина  $v_0 = 30 \frac{m}{s}$ ,
- прво време кретања  $t_1 = 1$  s,
- друго време кретања  $t_2 = 2$  s.

**Тражи се:**

- брзине након времена  $t_1$  и  $t_2$ ,  $v_1$  и  $v_2$ ,
- пређени путеви након времена  $t_1$  и  $t_2$ ,  $s_1$  и  $s_2$ .

**Решење:**

- брзина након времена  $t_1$   $v_1 = v_0 - g \cdot t_1 = 20 \frac{m}{s}$ ,
- пређени пут након времена  $t_1$   
 $s_1 = v_0 \cdot t_1 - \frac{1}{2} g \cdot t_1^2 = 25$  m,
- брзина након времена  $t_2$   
 $v_2 = v_0 - g \cdot t_2 = 10 \frac{m}{s}$ ,
- пређени пут након времена  $t_2$   
 $s_2 = v_0 \cdot t_2 - \frac{1}{2} g \cdot t_2^2 = 40$  m.

### ЗАДАТАК

**2.3.4:** Тело је бачено вертикално навише брзином  $10 \frac{m}{s}$ . Колико износе максимална висина коју достиже тело и време за које тело достигне ту висину?

**Поставка задатка:**

- почетна брзина тела  $v_0 = 10 \frac{m}{s}$ .

**Тражи се:**

- максимална висина  $h_{max}$ ,
- време заустављања  $t_z$ .

**Решење:**

- У тренутку када тело достигне максималну висину  $v = 0$  и  $t = t_z$ . Применом на формулу  $v = v_0 - g \cdot t$  добијамо да је  $v = v_0 - g \cdot t_z$ . Зауоставно време је  $t_z = \frac{v_0}{g} = 1$  s.
- Из формуле,  $v^2 = v_0^2 - 2a \cdot s$  за  $v = 0$  и  $s = h_{max}$  добијамо  $h_{max} = \frac{v_0^2}{2g} = 5$  m.

Приметимо да је максимална висина  $h_{max}$  по бројчаној вредности једнака зауставном путу,  $h_{max} = s_z$ .

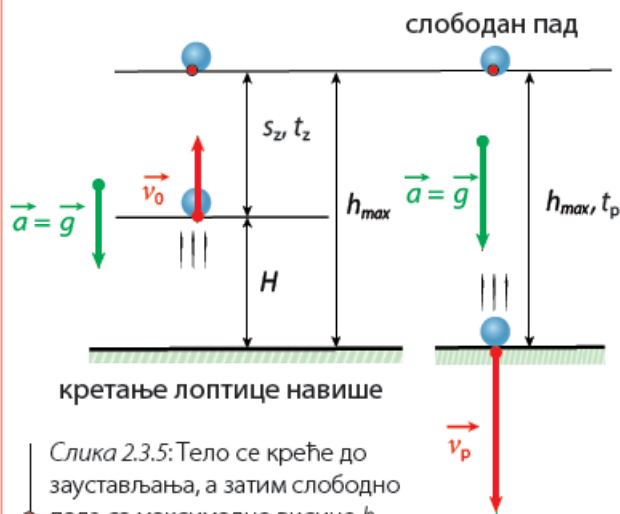
### ЗАДАТАК

**2.3.5:** Одмарајући се између тениских сетова, Новак Ђоковић се током паузе игра тениском лоптицом и у једном тренутку је баци вертикално навише брзином  $6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . У тренутку бацања рука му је на висини 2 m.

- Колику максималну висину ће достигнути лоптица у односу на земљу?
- Колико је укупно време кретања лоптице од тренутка када је бачена до пада на земљу?
- Којом брзином ће лоптица пасти на земљу?

**Физичка појава:** хитац навише до максималне висине  $h_{\text{max}}$  а затим слободно пада са те исте висине.

Тело се креће до заустављања, а затим слободно пада са максималне висине  $h_{\text{max}}$ .



Слика 2.3.5: Тело се креће до заустављања, а затим слободно пада са максималне висине  $h_{\text{max}}$ .

### Поставка задатка:

- почетна брзина лоптица  $v_0 = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ,
- висина са које је лоптица бачена навише  $H = 2 \text{ m}$ .

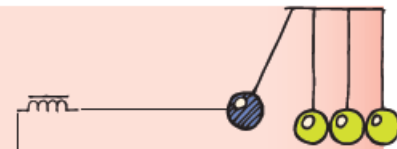
### Тражи се:

- а) максимална висина коју је достигла лоптица  $h_{\text{max}}$
  - б) укупно време кретања лоптице  $t_u$ ,
  - в) брзина којом је лоптица пала на Земљу  $v_p$ .
- а) Пут који лоптица пређе до заустављања је  $s_z = \frac{v_0^2}{2g} = 1,8 \text{ m}$ . Са слике видимо да је максимална висина  $h_{\text{max}} = H + s_z = 3,8 \text{ m}$ .
- б) Зауствавно време је  $t_z = \frac{v_0}{g} = 0,6 \text{ s}$ , а време за које слободно пада са висине  $h_{\text{max}}$  добијамо из формуле  $h_{\text{max}} = \frac{1}{2}g \cdot t_p^2$ , одакле следи да је време пада  $t_p = \sqrt{\frac{2h_{\text{max}}}{g}} = 0,9 \text{ s}$ .
- Укупно време кретања једнако је збиру зауствавног времена и времена пада:  $t_u = t_z + t_p = 1,5 \text{ s}$ .
- в) Брзина којом је лоптица пала на земљу је  $v_p = g \cdot t_p = 9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .



- Која је разлика између слободног пада и хица наниже?
- Два тела почињу да падају истовремено са неке висине. Једно има почетну брзину нула, а друго је бачено наниже неком почетном брзином. а) Које тело има већу брзину пада? б) Које тело је на већој тренутној висини у сваком тренутку времена?
- Која је врста кретања код хица навише од места бацања до максималне висине, а која када се креће од максималне висине наниже?
- Са које висине, веће или мање, треба да пустимо тело да слободно пада да би стигло на земљу у исто време као и тело које је бачено надоле? Оба тела крећу у истом тренутку. Ако би оба тела кренула са исте висине, које од њих би требало да крене раније да би оба тела истовремено пала на земљу – тело које слободно пада или оно које је бачено надоле?
- Код којег вертикалног хица је тренутна висина тела једнака пређеном путу и када?

## 2.4. СИЛЕ ТРЕЊА



- трење
- покретање
- клизање
- котрљање
- силе трења мировања, клизања и котрљања
- коефицијент трења клизања.



Слика 2.4.3: Да нема трења, не би било могуће правити чворове од конопца, којима бисмо везали чамце за стубове.



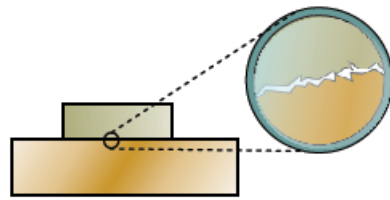
Слика 2.4.4: Шаре на гумама и ђоновима ципела повећавају трење при вожњи и ходању



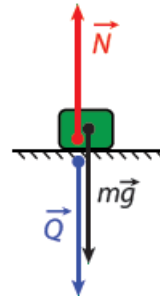
Слика 2.4.5: Воскирање скија да би се смањила сила трења.



**Трење** је физичка појава код које једно тело пружа отпор другом телу које се по њему креће и при томе долази до успоравања или заустављања тог тела. Узрок трења је интеракција између додирних површина тела и подлоге.



Слика 2.4.1: Због неравнина на додирним површинама приликом кретања подлога пружа отпор кретању тела.



Слика 2.4.2: Када је тело на хоризонталној подлози, тежина тела  $\vec{Q}$  и сила реакције подлоге су силе акције и реакције, при чему је  $N = Q = m \cdot g$ , где је  $g$  убрзање силе Земљине теже.

Мера за ову врсту интеракције је сила трења.

Према Другом Њутновом закону, убрзање тела је сразмерно резултујућој сили. Ако је та сила једнака нули, тело мирује или се креће равномерно праволинијски.

Силе трења имају важну улогу у нашем свакодневном животу и техници. Без сила трења ништа не би стајало на своме месту. Ексер не би могао да остане укуцан у зид, намештај би „побегао“ из једног дела стана у други, не бисмо могли да држимо телефоне у руци, чамци не би могли да буду привезани за стубове на реци итд.

Такође, без силе трења не бисмо могли да пишемо оловком, да бришемо гумицом, превлачимо механичким мишем рачунара преко подлоге. Најбитније, без ње не бисмо могли да ходамо, нити би аутомобили могли да се покрену због проклизавања (шлајфовања) гума.

С друге стране, силе трења могу и да нам отежају живот. Због њих се наша гардероба тањи и цепа. Многи механички уређаји имају свој рок трајања зато што се њихови делови, услед трења, хабају или ломе. Аутомобили морају бити подвргнути редовним техничким прегледима, на којима се посебна пажња поклања провери кочионог система, који највише дотрајава услед трења. Исто тако се и гуме на разним возилима морају мењати, јер с временом долази до губљења шара на њима. Такве гуме се обично називају „ћелаве гуме“.

Скијаш се боре против силе трења тако што специјалним воском за ту намену подмазују доњи део скија, како би добили на брзини. Ако сте лош скијаш, ово вам не бисмо препоручили.

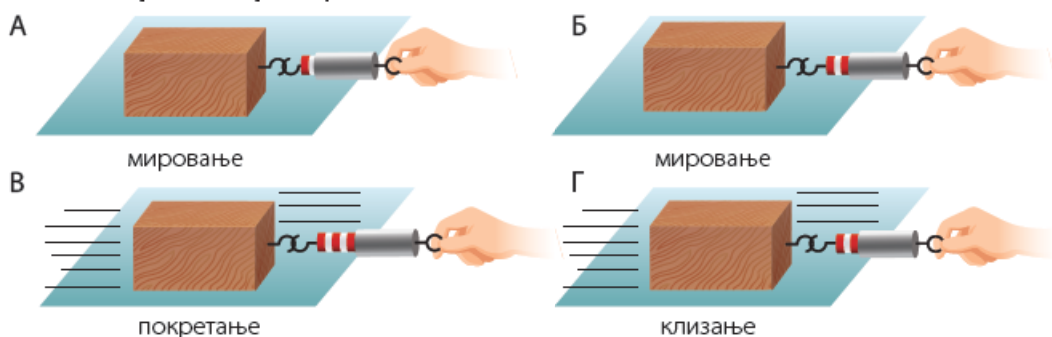




## ОГЛЕД

### Деловање сила трења приликом покретања и клизања тела

Поставимо дрвени квадар на хоризонталну подлогу. Затим за њега прикачимо динамометар. Држећи динамометар у хоризонталном положају, полако га повлачимо, повећавајући интензитет силе. Примећујемо да, иако динамометар показује одређену вредност хоризонталне силе која делује на квадар, он и даље **остаје у стању мировања**. Тек при одређеној вредности показивања динамометра, квадар ће се покренути. Ако даље наставимо да вучемо нешто мањом силом од оне која га је покренула, квадар ће **клизати равномерно** преко стола.



Слика 2.4.6: Како се понаша тело на које почиње да делује сила чији се интензитет постепено повећава.

У овом огледу, на квадар су од почетка повлачења деловале силе трења. Током мировања квадра и нашег покушаја да га покренемо, на њега је деловала **сила трења мировања**. Након покретања, док је клизао, на њега је деловала **сила трења клизања**.

Размотримо сада деловање сваке од ових сила трења.

### СИЛА ТРЕЊА МИРОВАЊА

При покушају да покренемо квадар из стања мировања, динамометар нам је показивао хоризонталну силу  $\vec{F}$ . Према Другом Њутновом закону, резултујућа сила која је деловала на квадар док мирује, једнака је нули. То значи да се хоризонталној сили  $\vec{F}$  супротставља сила која има исти правац и интензитет, а супротан смер. Зато је сила коју показује динамометар у сваком тренутку једнака сили трења мировања.

**Сила којом се тело супротставља покретању и има исти правац и интензитет као хоризонтална сила  $\vec{F}$  којом се делује да би се тело покренуло назива се сила трења мировања.**

Сила трења мировања назива се још и статичка сила трења и означава се са  $\vec{F}_{ts}$ .

Правац силе трења мировања је паралелан са подлогом. Слика 2.4.7. Цртамо је тако да нападна тачка буде у телу, изнад додирне површине тела и подлоге.



Слика 2.4.7: Деловање силе трења мировања на тело које је на хоризонталној подлози.

Тело хоћемо да покренемо деловањем хоризонталне силе  $\vec{F}$ . Тој сили се одупире сила трења мировања  $\vec{F}_{ts}$ . Док тело мирује,  $\vec{F}_{ts} = -\vec{F}$ .

Када сила којом желимо да покренемо тело достигне одговарајући интензитет, тело ће се покренути. У том тренутку сила трења мировања достигла је своју максималну вредност  $F_{ts} = F_{max}$ . Све док је сила којом се делује да би се тело покренуло мањег интензитета од максималне вредности силе трења мировања  $F_{max}$ , тело се неће покренути.

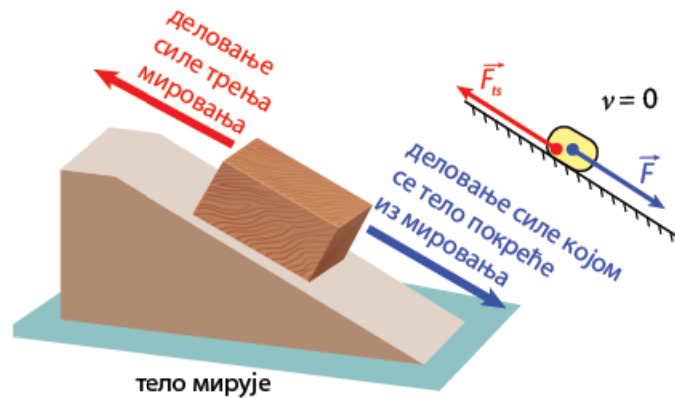


### ОГЛЕД

#### Тело на стрмој равни

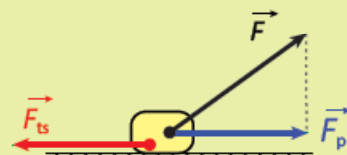
Ставимо тело на стрму равну (школску клупу) и постепено повећавамо нагиб равни. Приметимо да тело, током повећања нагиба, мирује на равни, па се у једном тренутку покрене.

Слика 2.4.8: Деловање силе трења мировања на тело које је на стрмој равни.



### САЗНАЈ ВИШЕ

Када сила  $F$  којом се делује да се тело покрене делује под неким углом, тада је сила трења мировања једнака компоненти силе која је паралелна са подлогом  $F_p$ ,  $F_{ts} = F_p$  (слика 2.4.9). Како се налазе компоненте неке силе учићемо већ у следећој области.



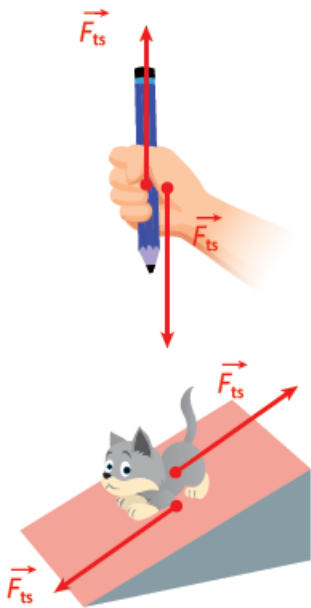
Слика 2.4.9: Сила делује под углом

Сила  $\vec{F}$  делује на тело и паралелна је са косином. Са повећањем нагиба расте и вредност силе  $\vec{F}$ . Све док тело мирује на равни, тој сили се одупире сила трења мировања  $\vec{F}_{ts}$  и тело остаје у мировању  $\vec{F}_{ts} = -\vec{F}$ .

### СИЛА ТРЕЊА КЛИЗАЊА

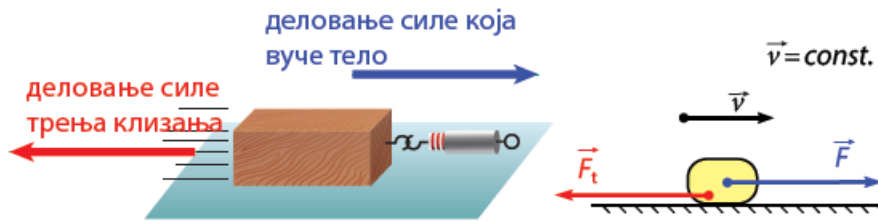
У тренутку покретања квадрa, у огледу 1, динамометар је показао максималну вредност силе трења мировања  $F_{max}$ . Након тога, настављамо да вучемо квадрат тако да се креће равномерно. Примећујемо да динамометар показује нешто мању вредност од максималне вредности силе трења мировања. Та вредност се не мења док се тело креће равномерно. Од тренутка покретања, на тело, осим хоризонталне силе  $\vec{F}$ , делује и сила трења клизања  $\vec{F}_t$ .

**Сила трења клизања је сила којом подлога делује на тело које се клиза преко ње.**



Слика 2.4.10: Да нема силе трења мировања, предмети би нам испадали из руке, а мачка не би могла да лежи на крову зграде.

Према Другом Њутновом закону, резултујућа сила која делује на тело док се креће равномерно једнака је нули. То значи да сила  $\vec{F}_t$  има исти правац и интензитет, а супротан смер од силе  $\vec{F}$ .

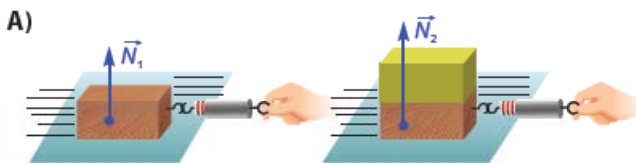


Слика 2.4.11: Сила трења клизања  $\vec{F}_t$  током кретања тела има сталну вредност и нешто је слабија од максималне вредности силе трења мировања  $F_{\max}$ .



### Од чега зависи сила трења?

Мењамо услове при којима се тело равномерно креће и посматрамо вредност  $F$  коју показује динамометар. Испитајмо од чега зависи сила трења клизања кроз три случаја (А, Б и В).

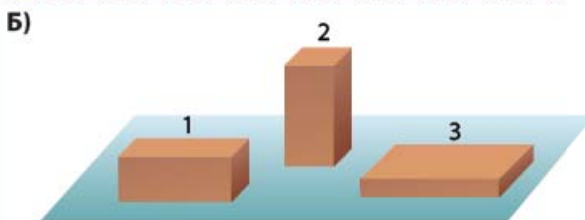


Слика 2.4.12: Промена тежине тела.

Тежину  $\vec{Q}$  повећавамо тако што на квадар стављамо друго тело. Укупна тежина оба квадра је већа него тежина једног. Повећањем тежине  $\vec{Q}$  повећавамо и силу реакције подлоге  $\vec{N}$ . Са слике 2.4.8. запажамо да је за  $N_2 > N_1$ ,  $F_2 > F_1$ .

**Закључујемо:** интензитет силе трења клизања управо је сразмеран интензитету силе реакције подлоге.

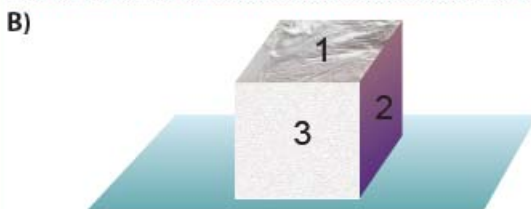
$$F_t \sim N$$



Слика 2.4.13: Промена додирне површине квадра са подлогом 1, 2 и 3.

Очекивали бисмо да је трење мање што је додирна површина мања, али експеримент указује на то да је вредност коју показује динамометар  $F$  за све три стране (1, 2 и 3) иста:  $F_1 = F_2 = F_3$ .

**Закључујемо:** интензитет силе трења клизања не зависи од величине додирне површине тела.



- 1- алуминијумска фолија
- 2- тканина
- 3- стиропор

Слика 2.4.14: Промена материјала додирне површине.

На сваку страну квадра можемо залепити три врсте материјала: алуминијумску фолију (1), тканину (2) и стиропор (3) и преко тих страна можемо покретати квадар (видети слику 2.4.14). Примећујемо да је  $F_1 < F_2 < F_3$ .

**Закључујемо:** сила трења клизања зависи од врсте материјала тела и подлоге. Што је храпавост (неуглачаност) додирних површина већа, јача је и сила трења клизања.

Из ова три огледа можемо доћи до закључка да је **сила трења клизања управо сразмерна сили реакције подлоге. Она зависи од хrapавости и врсте материјала тела и подлоге.**

Зависност силе трења од врсте материјала тела и подлоге повезаћемо са новом физичком величином, а то је **коэффициент трења клизања  $\mu$**  (грчко слово ми). Увођењем овог коэффицијента добијамо за бројчану вредност силе трења клизања:

$$F_t = \mu \cdot N.$$

Коефицијент трења клизања је, што се може видети, једнак количнику силе трења и силе реакције подлоге. Пошто је мерна јединица за обе силе иста, њутн, следи да је количник само број, без мерне јединице. Физичке величине, као што је коэффициент трења, називамо **бездимензионе физичке величине.**

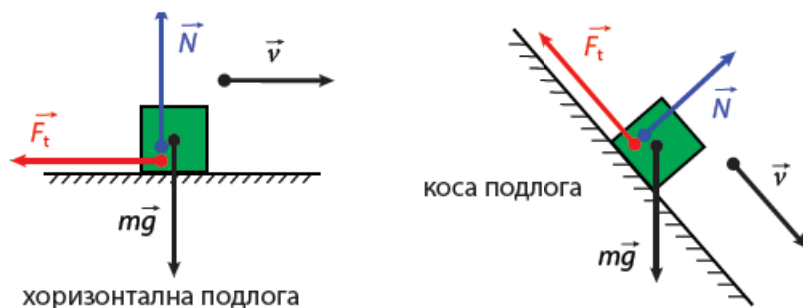
У табели 2.4.1. приказане су неке вредности коэффицијента трења материјала две додирне површине.

ВРСТА МАТЕРИЈАЛА	КОЕФИЦИЈЕНТ ТРЕЊА $\mu = \frac{F_t}{N}$
челик-тефлон	0.04
гума – сув асфалт	0.9
гума – влажан асфалт	0.25
стакло – стакло	0.4
челик – лед	0.02
дрво – лед	0.05
лед – лед	0.03
алуминијум – алуминијум	1.4

Табела 2.4.1. Коэффициенти трења за различите материјале

У табели 2.4.1. налазе се бројчане вредности које су мање од један, али у неким ретким случајевима могу бити веће од један, као што је то у случају две додирне површине од алуминијума. У већини случајева што је хrapавост подлоге већа, већи је и коэффициент трења.

У физици силу трења клизања представљамо вектором  $\vec{F}_t$  паралелним са подлогом. Нападна тачка је у телу, уз додирну површину са подлогом. У случају да је подлога по којој се тело креће непокретна, смер силе трења клизања биће супротан од смера вектора брзине  $\vec{v}$ .

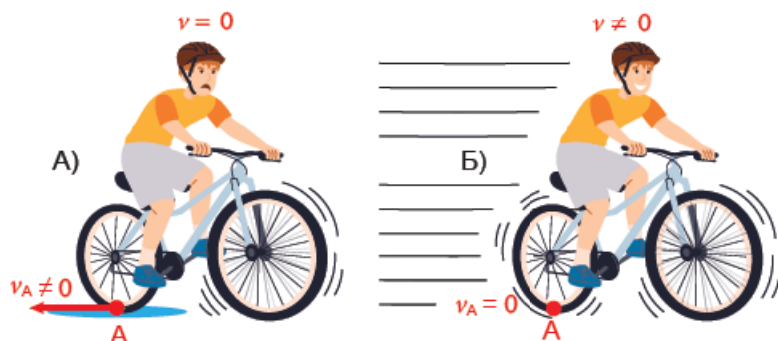


Слика 2.4.15: Силе које делују на тело када се креће по хоризонталној и косој подлози. Приметимо да је на косој подлози  $N \neq mg$ .

**Напомена:** Тачна формула за силу трења мировања обично се пише као неједнакост  $F_{ts} \leq \mu \cdot N$ . Све док тело мирује  $F_{ts} < \mu N$ . У тренутку када сила трења мировања достигне своју максималну вредност  $F_{ts} = F_{\max}$ , та вредност је само мало већа од силе трења клизања. Али, да бисмо лакше решавали задатке у којима се јавља сила трења мировања, узимамо да важи једнакост  $F_{\max} = \mu \cdot N$ .

## КОТРЉАЊЕ

Бициклиста, који воли да вози и зими, жели да покрене бицикл, али није приметио да му је задњи точак на леду. Он се, јадан, труди да окреће педале, али остаје у месту. Приметимо да тачка додира задње гуме и подлоге А има тренутну брзину  $v_A$  различиту од нуле, као и све тачке на ободу тачка (слика 2.4.16. А).



Слика 2.4.16: А) Задњи точак проклизава на леду. Бициклиста не може да се покрене. Б) Задњи точак више није на леду. Бициклиста креће у вожњу.

Бициклиста примећује у чему је проблем и премешта бицикл на незалеђени део пута. Сада се задњи точак обрће, али се и бицикл помера унапред. Шта мислите, због чега бициклиста није могао да се покрене у првом случају? Одговор је у сили трења мировања која делује у додирној тачки тачка и подлоге. Она је та која зауставља тачку додира и доводи до тога да је њена тренутна брзина једнака нули (слика 2.4.15. Б). Кажемо да тада точак *не* проклизава. Када је брзина додирне тачке тачка и подлоге различита од нуле, точак *проклизава*.

**Када је тренутна брзина тачке на месту додира тела и подлоге једнака нули, тело се котрља.**

**Тела се котрљају због деловања силе трења мировања.**

Ако би само сила трења мировања деловала на лопту која се котрља, њена брзина се не би мењала током времена. Међутим, пошто на месту контакта долази до угибања подлоге и деформације лопте, на њу делује и сила трења котрљања. Што су те деформације веће, биће већа и **сила трења котрљања**. Ако се узме да су тело и подлога довољно чврсти, да се не деформишу, сила трења котрљања се може занемарити. Та сила је веома мала у односу на силу трења мировања и незнатно утиче на смањење брзине.



Слика 2.4.17: Фудбалска лопта (добро напумпана) зауставља се током котрљања због деловања сила отпора ваздуха и неравнина на путу. Дечји аутић се заустављају пре свега због силе трења у осовинама точкова, а не због силе трења котрљања.

### ЗАДАТАК

**2.4.1:** Колико је убрзање тела масе 2 kg које мирује на хоризонталној подлози, ако је коефицијент трења између подлоге и тела 0,1, када на њега делује хоризонтална сила интензитета?

а) 2 N, б) 5 N, в) 1 N

**Физичка појава:** кретање тела под деловањем две силе, од којих је једна сила трења.

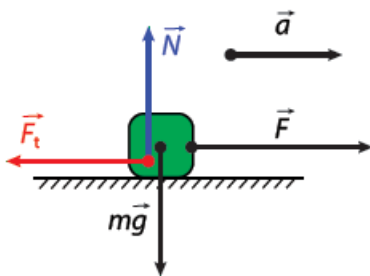
**Поставка задатка:**

- маса тела  $m = 2 \text{ kg}$ ,
- коефицијент трења  $\mu = 0,1$ ,
- три вредности хоризонталне силе  $F = 2 \text{ N}$ ,  $5 \text{ N}$  и  $1 \text{ N}$ .

**Тражи се:**

- убрзања  $a_1$ ,  $a_2$  и  $a_3$  за дате силе.  $a = \frac{F_r}{m}$

**Решење:**



Слика: Кретање дела под деловањем две силе: силе трења  $F_t$  и неке хоризонталне силе  $F$ .

- Када на тело делује хоризонтална сила, као на слици, сила реакције подлоге је :  

$$N = m \cdot g = 2 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 20 \text{ N}$$
, тако да је сила трења клизања  $F_t = \mu \cdot N = 0,1 \cdot 20 \text{ N} = 2 \text{ N}$ .
- Пошто на тело делују две силе истог правца а супротног смера, резултујућа сила је  $F_r = F - F_t$ .
- Према Другом Њутновом закону, када делује резултанта сила, убрзање тела је:  $a = \frac{F_r}{m}$ .
- За дате вредности хоризонталне силе  $F$ :
  - а)  $F_1 = 2 \text{ N}$ , резултујућа сила је  $F_{r1} = 0 \text{ N}$ , па је убрзање  $a_1 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . Тело остаје у стању мировања.
  - б)  $F_2 = 5 \text{ N}$ , резултујућа сила је  $F_{r2} = 3 \text{ N}$ , па је убрзање  $a_2 = 1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . Тело ће се кретати равномерно убрзано праволинијски.
  - в) Када је  $F_3 = 1 \text{ N}$ , видимо да је та сила два пута мања од силе трења клизања. Пошто је максимална сила трења мировања  $F_{\text{max}}$  нешто већа од силе трења клизања, која је у овом случају  $F_t = 2 \text{ N}$ , сила  $F_3$  неће моћи ни да покрене тело, па ће остати у стању мировања.

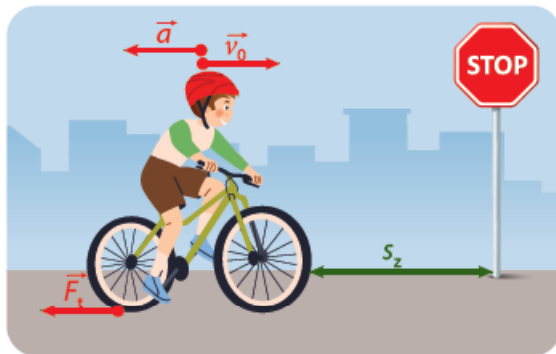
### ЗАДАТАК

**2.4.2:** Упореди трагове кочења бициклисте у случају када кочи на сувом и влажном асфалту, подразумевајући да је у оба случаја почео да кочи при истој брзини. Искористи податке за коефицијенте трења из табеле 2.4.1.

**Физичка појава:** равномерно успорено кретање под деловањем силе трења.

**Поставка задатка:** У табели 2.4.1. видимо да су коефицијенти трења за сув асфалт  $\mu_1 = 0,9$ , а за влажни  $\mu_2 = 0,25$ .

**Тражи се:** однос трагова кочења (заулавних путева)  $\frac{s_{z1}}{s_{z2}}$ .



Слика 2.4.18: Бициклиста се зауставља деловањем силе трења клизања на тачковне бицикле.

### Решење:

- Када бициклиста почиње да кочи, на тачковне бицикле делује само сила трења клизања  $F_t$ , ако занемаримо отпор средине. Та сила му саопштава убрзање а које је усмерено супротно од вектора почетне брзине  $v_0$ , коју је пре кочења. Од тог тренутка креће се равномерно успорено, успорењем  $a$ . У том случају заулавни пут је, види задатак 1.8.2,  $s_z = \frac{v_0^2}{2a}$ .

- Према Другом Њутновом закону, успорење тела је  $a = \frac{F_t}{m} = \frac{\mu \cdot m \cdot g}{m} = \mu \cdot g$ , па је заулавни пут  $s_z = \frac{v_0^2}{2\mu \cdot g}$ .

- Када је коефицијент трења  $\mu_1$ , заковни пут је  $s_{z1} = \frac{v_0^2}{2\mu_1 \cdot g}$ , а за коефицијент трења

- $\mu_2$ , заулавни пут је  $s_{z2} = \frac{v_0^2}{2\mu_2 \cdot g}$ , тако да је

$$\frac{s_{z1}}{s_{z2}} = \frac{\mu_2}{\mu_1} = \frac{0,25}{0,9} = 0,28.$$

**Закључујемо:** што је коефицијент трења већи, заулавни пут је краћи.



- Због чега постоји трење при контакту тела?
- Када делује сила трења мировања, а када клизања?
- Који је правац, смер и интензитет силе трења мировања?
- Који је правац, смер и интензитет силе трења клизања?
- Да ли ће сила трења клизања бити већа када санке иду по леду или по снегу? Која физичка величина повезује вредност силе трења са врстом материјала тела и подлоге?
- Када се тачак котрља, а када проклизава? Деловање које силе омогућава котрљање било ког тела?

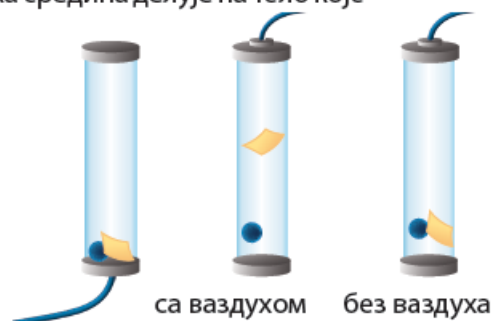
## 2.5. СИЛЕ ОТПОРА СРЕДИНЕ



Силу отпора ваздуха већ смо помињали када смо говорили о кретању тела у Њутновој цеви.

**Сила отпора средине** је сила којом нека средина делује на тело које се креће кроз њу.

У шестом разреду учили смо да сила отпора средине зависи од врсте средине, облика тела и брзине којом се тело креће. Сила отпора средине, као и сила трења, делује супротно од смера кретања смањујући брзину тела.



Слика 2.5.1: У Њутновој цеви тела падају са исте висине за различито време због деловања силе отпора ваздуха.

У свету спорта, један од битних фактора који доприносе да ли ће одређени спортиста освојити неку од медаља јесте тај како да у трци што ефикасније смањи деловање силе отпора ваздуха. Читави тимови научника и инжењера раде на том проблему. Анализира се све – од саме технике коју неки спортиста примењује у тркама, до одела које би требало да носи. Данас, када су скоро у сваком спорту достигнуте границе човекових могућности, битка се води за стоте делове секунде, па и мање. Пливачи су некада пливали само у купаћим костимима, а сада на такмичењима често носе пливачка одела ради постизања бољих резултата.



Слика 2.5.2: Скијаш током доскока заузима положај којим повећава силу отпора.

У одређеним спортским дисциплинама некад је потребно повећати силу отпора средине. То се најчешће примењује у доскоцима, где је потребно смањити брзину пада на земљу. Падобранци зато отварају падобране, скијаш на скакаоницама приликом доскока заузимају положај који ће смањити брзину којом ће додирнути тло. Веслачи користе силу отпора средине да би се кретали по води, а пливачи, приликом замаха руке под водом, окрећу руку тако да пуним дланом гурају воду иза себе.

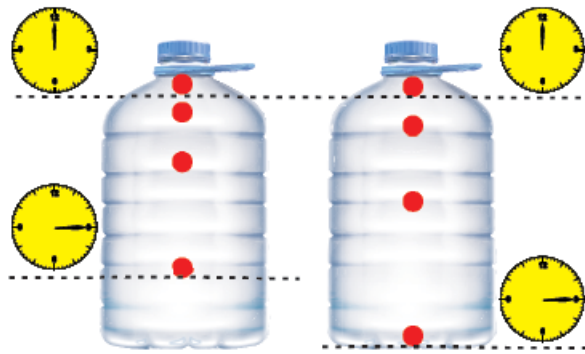




## ОГЛЕД

### Падање тела кроз различите средине

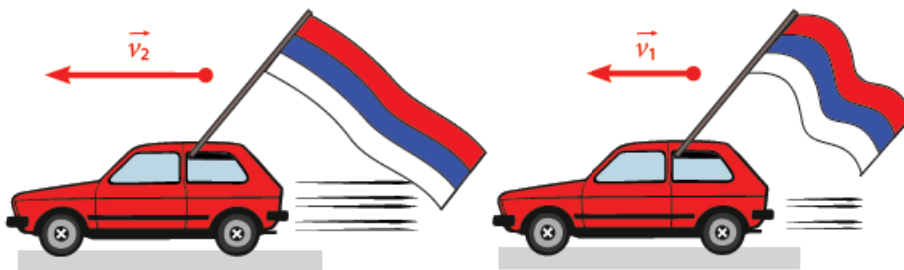
Узмимо две исте провидне посуде и два иста кликера. Једну посуду напунимо водом, а другу оставимо празну. Истовремено, са исте висине у односу на дно посуде, пустимо кликере да падају. Измеримо време падања кликера. Примећујемо да је време падања кликера кроз воду веће него кроз ваздух. То је зато, јер је сила отпора воде већа него сила отпора ваздуха.



Слика 2.5.3: Две пластичне боце. У једној је вода, а у другој је ваздух. Кликер се креће спорије кроз воду, јер за исто време пређе већи пут у ваздуху.

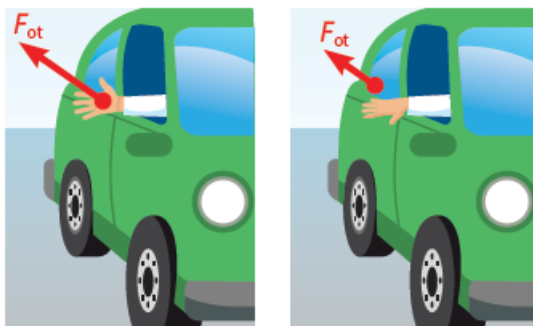
Из искуства знамо да је најлакше трчати кроз ваздух, теже кроз воду, а најтеже по дубоком снегу. **Сила отпора средине зависи од врсте средине кроз коју се тело креће.**

Лакше нам је када ходамо кроз воду, него када трчимо кроз њу. Када возимо бицикл, што је брзина већа, осећамо да је и отпор ваздуха при кретању већи.



Слика 2.5.4: У пригодним, радосним приликама као што су свадбе или прославе, победа наших спортиста, можете видети аутомобиле из којих се вијоре народне заставе. Да нема отпора ваздуха, заставе се не би вијориле. Избачена застава вијориће се више при већим брзинама кретања.

**Сила отпора средине расте са повећањем брзине кретања тела.**



Слика 2.5.5: Приликом војње, када избацимо руку кроз прозор, примећујемо да је сила отпора ваздуха, која нам гура руку уназад, већа када цео длан окренемо нормално на правац брзине, него када на тај правац поставимо нормално брид длана.



Слика 2.5.6: У тркама на санкама такмичари потпуно легну на санке тако да ноге или глава буду окренуте у смеру кретања. (Ова друга варијанта назива се скелетон.)

**Сила отпора средине појачава се са повећањем попречног пресека тела који је нормалан на правац кретања.**

Ово је један од најпресуднијих фактора који ће одлучити победу у тркама. Зато се скијаши у слободном спусту скупе како би имали што мањи попречни пресек (каже се: „Скупе се у јаје“).



Слика 2.5.7: Да би смањили попречни пресек, пливачи морају да исправе тело у правцу пливања. Глава мора бити потпуно потопљена у воду, а тело се током пливања само благо нагиње на једну и другу страну.



Слика 2.5.8: Облик тела такође утиче на кретање. Аеродинамични облик имају и многа превозна средства – аутомобили, чамци, подморнице, авиони...  
У животињском свету, тог су облика рибе, делфини и китови.

**Сила отпора средине зависи од облика тела које се креће.**



Слика 2.5.9: Приликом искакања из авиона, падобранци чекају неко време пре него што отворе падобран. При томе, у слободном паду, достижу брзину од око 200 km/h. При овој брзини, сила отпора ваздуха, која делује на падобранца, истог је интензитета као и сила теже која делује на њега. Од тог тренутка наставља пад константном брзином, све док не отвори падобран. Након отварања падобрана, отпор ваздуха је много јачи, што успорава његов даљи пад.



#### САЗНАЈ ВИШЕ

Сила отпора ваздуха делује супротно од смера кретања и смањује брзину тела у односу на средину кроз коју се оно креће.

**Сила отпора средине зависи од врсте средине и облика тела, а расте са повећањем брзине кретања и површине попречног пресека тела.**



- Од чега зависи сила отпора средине?
- Да ли је време пада тела веће при сувом или влажном времену?
- Да ли је сила отпора ваздуха већа када се бицикл креће брзином 15 km/h или 10 km/h?
- Да ли је сила отпора ваздуха већа када кроз њега пада лоптица полупречника  $r = 2$  cm или лоптица чији је полупречник  $r = 3$  cm?
- Када падобранец искочи из авиона, креће се убрзано до неког момента, после кога наставља да се креће равномерно. Које силе се изједначе када почне равномерно кретање?



## САЖЕТАК

- Убрзање којим тела падају на земљу, ако је отпор ваздуха занемарљив, назива се **убрзање Земљине теже** или **убрзање слободног пада** и означава се са  $\bar{g}$ . Ако занемаримо силу отпора ваздуха, сва тела имају исто убрзање  $\bar{g}$  при падању на земљу.
- На хоризонталној подлози или када је тело окачено о лаку нит тежина тела једнака је  $Q = m \cdot g$ .
- Тело **слободно пада** када се креће само под деловањем силе Земљине теже, при чему је почетна брзина једнака нули.
- За тела у слободном паду кажемо да су у **бестежинском стању**.
- **Хитац наниже** је равномерно убрзано праволинијско кретање под деловањем силе Земљине теже и са почетном брзином која је различита од нуле и усмерена је као и вектор убрзања Земљине теже.
- **Хитац навише** је равномерно успорено праволинијско кретање тела под деловањем силе Земљине теже, са почетном брзином која је супротно усмерена од убрзања Земљине теже.
- **Силе трења** су силе којима се подлога одупире покретању или кретању тела по њој.
- **Сила трења мировања** је сила којом се подлога одупире покретању тела и има исти правац и интензитет као сила којом се делује да би се тело покренуло, а супротан смер, ако је та сила паралелна са подлогом. Све док је хоризонтална сила која тежи да покрене тело слабија од максималне вредности силе трења мировања  $F_{\max}$ , тело остаје у стању мировања.
- **Сила трења клизања** је сила којом подлога делује на тело које се креће по њој. Правац силе је паралелан подлози, а смер је супротан брзини тела ако је подлога непокретна. Интензитет силе је  $F_t = \mu \cdot N$ . Коефицијент трења  $\mu$  зависи од храпавости подлоге и врсте материјала тела и подлоге.  $N$  је сила реакције подлоге. Коефицијент трења је бездимензиона физичка величина.
- Максимална вредност силе трења мировања  $F_{\max}$  нешто је већа од силе трења клизања. Обично се та разлика занемарује у задацима, па узимамо да је  $F_{\max} = \mu \cdot N$ .
- Тело се **котрља** ако је брзина додирне тачке са подлогом нула. На тело које се котрља делују сила трења мировања и сила трења котрљања. Сила трења котрљања има свој узрок у деформацији подлоге и много је слабија од силе трења клизања. Када нема деформација тела и подлоге, она се може занемарити.
- **Сила отпора средине** је сила којом нека средина делује на тело које се креће кроз њу. Делује супротно од брзине кретања. Зависи од врсте средине и облика тела, а појачава се са повећањем брзине кретања и попречног пресека тела.



## ПРОВЕРИ ЗНАЊЕ

1. Два тела, веће и мање запремине, падају са исте висине (слика). Како се односе њихова времена пада?

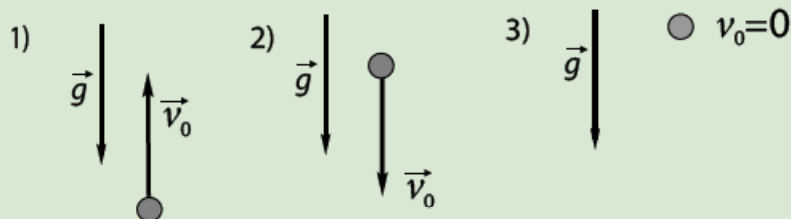
а) Ако занемаримо отпор ваздуха,

- 1) једнака су.
- 2) време пада већег тела је веће.
- 3) време пада већег тела је мање.

б) Ако не занемаримо отпор ваздуха,

- 1) једнака су.
- 2) време пада већег тела је веће.
- 3) време пада већег тела је мање.

2. Свакој врсти кретања придружи одговарајуће смерове вектора почетне брзине тела  $\vec{v}_0$  и вектора убрзања силе Земљине теже  $\vec{g}$ .



- а) слободан пад \_\_\_\_\_,
- б) хитац навише \_\_\_\_\_,
- в) хитац наниже \_\_\_\_\_.

3. У којим се од наведених врста кретања тела крећу убрзањем  $\vec{a}$  које је једнако убрзању силе Земљине теже  $\vec{g}$ ,  $\vec{a} = \vec{g}$ ?

- а) спуштање падобранца отвореним падобраном,
- б) отпадање леденица са крова,
- в) бацање лопте надоле са прозора,
- г) спуштање детета санкама низ стрму падину,
- д) кретање лифта у солитеру.

4. Девојчица је шутнула лопту вертикално навише. Током кретања навише, лопта:

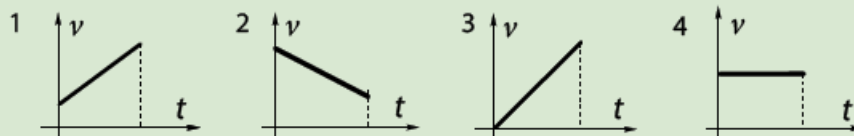


- а) повећава брзину кретања,
- б) смањује брзину кретања,
- в) мења смер убрзања,
- г) не мења смер убрзања.

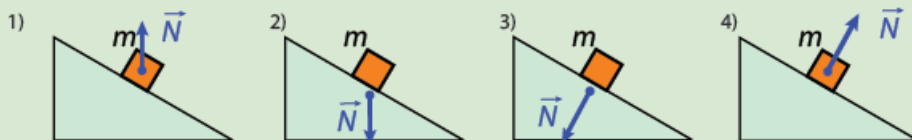


5. Сваком од кретања у пољу силе Земљине теже придружити одговарајући график зависности брзине од времена код:

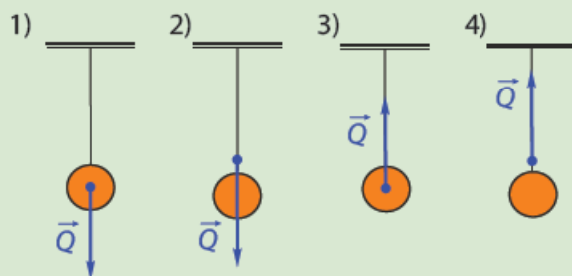
- а) слободног пада \_\_\_\_\_,  
 б) хица навише \_\_\_\_\_,  
 в) хица наниже \_\_\_\_\_.



6. Тело масе  $m$  налази се на стрмој равни. На којој од слика је исправно приказан вектор силе реакције подлоге  $N$ ?



7. Тело масе  $m$  окачено је о нит. На којој од слика је исправно приказан вектор тежине тела  $Q$ ?

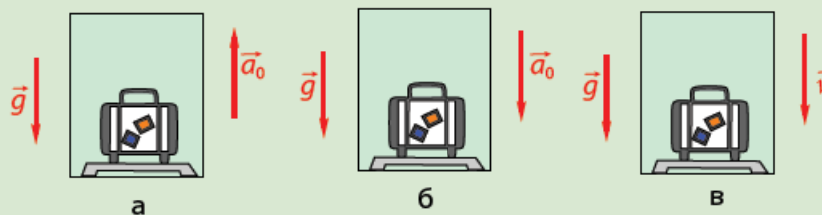


8. Колика је тежина тела масе  $m$  које слободно пада?

- а)  $mg$       б) 0      в)  $2mg$       г)  $m$       д)  $2m$ .

9. Одговори са: ВЕЋА, МАЊА или ЈЕДНАКА.

Путни кофер се налази у лифту на кућној ваги. Колика је вредност коју показује вага у лифту у односу на вредност коју би показала изван лифта у случајевима када лифт иде:



- а) убрзано навише убрзањем  $a_0$  \_\_\_\_\_,  
 б) убрзано наниже убрзањем  $a_0$ ,  $a_0 < g$ , \_\_\_\_\_,  
 в) равномерно наниже брзином  $v$  \_\_\_\_\_.



10. Мерна јединица за убрзање силе Земљине теже је:

- а) N                      б)  $\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$                       в)  $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$                       г)  $\frac{\text{N}}{\text{s}^2}$

11. Које од наведених физичких величина имају мерну јединицу њутн, N?

- а) тежина тела      б) сила Земљине теже  
в) убрзање силе Земљине теже      г) коефицијент трења

12. Која физичка величина од наведених није векторска физичка величина?

- а) сила реакције подлоге      б) сила трења  
в) коефицијент трења      г) тежина тела

13. Тело клиза низ стрму равн. Које од наведених сила утичу на смањење брзине тела?

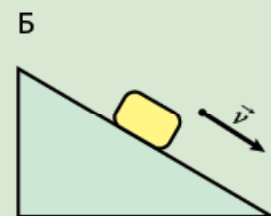
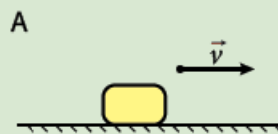
- а) сила трења мировања      б) сила трења клизања  
в) сила отпора средине      г) сила Земљине теже

14. Тело се креће брзином  $v$ :

А) по хоризонталној подлози,

Б) по стрмој равни.

Доцртати на свакој од слика: силу реакције подлоге, силу трења клизања и силу Земљине теже.



15. Одговори са ДА или НЕ.

- а) Коефицијент трења зависи од масе тела. \_\_\_\_\_  
б) Када тело пада у пољу силе Земљине теже, његова тежина расте. \_\_\_\_\_  
в) Сва тела у пољу силе Земљине теже падају са истим убрзањем, ако се занемари отпор ваздуха. \_\_\_\_\_  
г) Сила отпора средине расте са порастом брзине тела. \_\_\_\_\_

16. Одговори са ПОВЕЋАВА СЕ, СМАЊУЈЕ СЕ или НЕ МЕЊА СЕ.

а) Интензитет силе трења клизања:

- 1) са повећањем тежине тела \_\_\_\_\_,  
2) са повећањем додирне површине тела \_\_\_\_\_,  
3) са смањењем коефицијента трења \_\_\_\_\_.

б) Интензитет силе отпора ваздуха:

- 1) са повећањем масе тела \_\_\_\_\_,  
2) са смањењем попречног пресека тела \_\_\_\_\_,  
3) са повећањем брзине кретања тела \_\_\_\_\_.



17. Бројчана вредност силе трења клизања приближно је једнака бројчаној вредности:

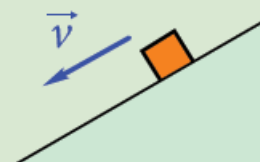
- a) резултујуће силе која делује на тело,
- б) силе реакције подлоге,
- в) силе Земљине теже
- г) максималне силе трења мировања.

18. Тело масе  $m$  мирује на хоризонталној подлози. Коефицијент трења између тела и подлоге је  $\mu$ . На тело почне да делује хоризонтална сила  $F$ . За коју вредност силе  $F$  ће се тело покренути?

- a)  $\frac{1}{2}\mu \cdot m \cdot g$
- б)  $\frac{3}{2}\mu \cdot m \cdot g$
- в)  $\frac{1}{4}\mu \cdot m \cdot g$
- г)  $\frac{1}{5}\mu \cdot m \cdot g$

19. Тело масе  $m$  креће се низ стрму раван.

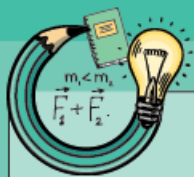
На којој од слика су исправно приказане сила Земљине теже, сила реакције подлоге и сила трења клизања?



- 1)
- 2)
- 3)
- 4)

20. На сликама су приказана два тела која су бачена у истом тренутку из тачака приказаних на слици, почетним брзинама  $v_{01}$  и  $v_{02}$ ,  $v_{01} \neq v_{02}$  (брзине не морају да буду једнаке). У којим од датих случајева је могуће да оба тела истовремено падну на Земљу?

- a)
- б)
- в)
- г)



## ОСНОВНЕ ФОРМУЛЕ

СЛОБОДАН ПАД	
Зависност брзине од времена	$v = g \cdot t$
Зависност пређеног пута од времена	$s = \frac{1}{2} g \cdot t^2$
Веза квадрата брзина и пређеног пута	$v^2 = 2g \cdot s$

ХИТАЦ НАВИШЕ	
Зависност брзине од времена	$v = v_0 - g \cdot t$
Зависност пређеног пута од времена	$s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$
Веза квадрата брзина и пређеног пута	$v^2 = v_0^2 - 2g \cdot s$

(Формуле за хитац навише можемо користити само до тренутка док се тело не заустави. После тога користимо формуле из табеле за слободни пад.)

ХИТАЦ НАНИЖЕ	
Зависност брзине од времена	$v = v_0 + g \cdot t$
Зависност пређеног пута од времена	$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2$
Веза квадрата брзина и пређеног пута	$v^2 = v_0^2 + 2g \cdot s$

## ЗАДАЦИ

### • ТЕЖИНА ТЕЛА

1. Тело масе 20 kg мирује на хоризонталној подлози. Колико пута ће бити јача сила реакције подлоге ако на тело ставимо друго тело два пута веће масе? Колико пута ће се променити тежина тела?

**Физичка појава:** деловање силе Земљине теже.

### • СЛОБОДАН ПАД

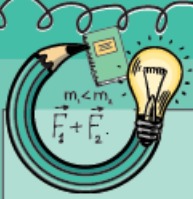
2. Тело слободно пада са висине 200 m. На којој висини (мерено од земље) се налази тело после 5 s?
3. Девојчица скаче на ноге са скакаонице висине 3 m. Колика је њена брзина након што је прешла пут једнак трећини висине са које је скочила?

**Физичка појава:** слободан пад.

4. Колики пут прелази тело које слободно пада у трећој секунди кретања?

**Физичка појава:** слободан пад.





### • ХИТАЦ НАНИЖЕ

5. Играјући се поред језера, девојчица је са стрме литице бацила камен вертикално наниже брзином  $5 \frac{m}{s}$ . Колика је висина литице са које је камен бачен ако је брзина којом је камен упао у воду (брзина пада)  $10 \frac{m}{s}$ ?

**Физичка појава:** хитац наниже.



6. Тело је бачено вертикално наниже брзином  $20 \frac{m}{s}$  са неке висине. Колико је време пада тела ако је брзина пада  $40 \frac{m}{s}$ ?

### • ХИТАЦ НАВИШЕ

7. Тата физичар показује сину како се лансира моделарска ракета. У једном тренутку лансирају је вертикално навише, почетном брзином  $50 \frac{m}{s}$ . Колику брзину има ракета после 4 s, а колику после 6 s? (Ракета нема сопствени погон после тренутка лансирања.)

**Физичка појава:** хитац навише.



8. Тело је бачено вертикално навише почетном брзином  $20 \frac{m}{s}$ . Колики је пређени пут тела и на којој висини од тла се налази после 1 s, а на којој после 3 s?

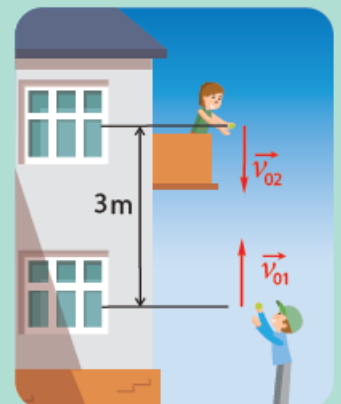
### • КОМБИНОВАНИ ЗАДАЦИ: СЛОБОДАН ПАД, ХИТАЦ НАНИЖЕ, ХИТАЦ НАВИШЕ

9. Два тела крећу са исте висине. Једно тело слободно пада, а друго је бачено почетном брзином  $30 \frac{m}{s}$  вертикално наниже. Колике путеве прећу тела за 2 s и колико је тада растојање међу њима?

**Физичка појава:** хитац наниже, слободан пад.

10. Дечак и девојчица играју се тениским лоптицама. Дечак стоји испред улаза зграде, а девојчица је на тераси (слика). У једном тренутку дечак баца лоптицу навише, ка девојчици, брзином  $6 \frac{m}{s}$ . У тренутку када је лоптица коју је бацио дечак достигла максималну висину, девојчица баца своју лоптицу наниже. Којом брзином девојчица треба да баца своју лоптицу, да би се 1 s након што је дечак бацио своју, обе лоптице нашле на истој висини? Разлика висина са које су лоптице бачене је 3 m.

**Физичка појава:** хитац наниже, слободан пад.





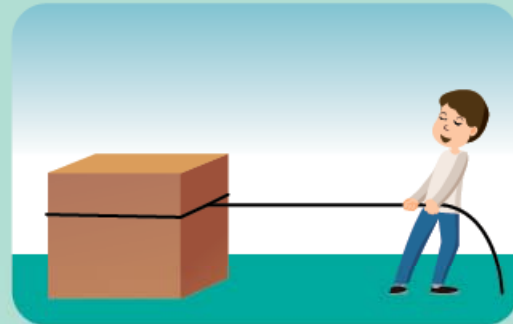
11. Тело које је бачено вертикално навише са тла почетном брзином 30 m/s и тело које је бачено вертикално наниже истом почетном брзином почињу кретање истовремено. После 1 s тела се сретну. Са које висине мерено од тла је бачено друго тело?

СИЛЕ ТРЕЊА	
Сила трења мировања *	$F_{ts} \leq \mu \cdot N$
Зависност пређеног пута од времена	$F_t = \mu \cdot N$

\* Када сила трења мировања достигне своју максималну вредност  $F_{ts} = F_{\max}$ , та вредност је приближно једнака сили трења клизања. Узимамо да важи једнакост  $F_{\max} = \mu \cdot N$ .

### СИЛЕ ТРЕЊА МИРОВАЊА И КЛИЗАЊА

12. Петар жели да помери сандук пун књига. Почиње да га вуче хоризонталном силом и тек када повећа силу до 500 N, сандук се покрене. Колика максимална сила трења мировања делује на сандук? Колика је маса сандука? Коефицијент трења између сандука и подлоге је 0,3.



**Физичка појава:** деловање силе трења мировања.

13. Љуба седи на санкама које се налазе на залеђеној хоризонталној површини. Њему прирчава Лазар и гурне санке, при чему им даје почетну брзину  $v_0 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

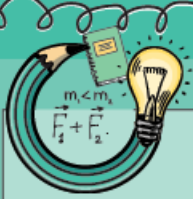


а) После колико времена ће се санке са Љубом зауставити, ако је коефицијент трења између санки и леда 0,02?

б) После колико времена би се Љуба на санкама зауставио када би се, уместо по залеђеној површини, кретао по снегу? Коефицијент трења између санки и подлоге прекривене снегом је 0,25.

**Физичка појава:** деловање силе трења клизања и равномерно успорено кретање.

**Напомена:** Приметимо колико је зауставно време санки на леду веће него по снегу, где је коефицијент трења већи!



14. Лазар поново гурне Љубу на санкама, као у претходном задатку, и саопштава му почетну брзину  $v_0 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . После 20 s, санке наилазе на подлогу прекривену снегом. Колики је зауставни пут санки на подлози са снегом? Коефицијент трења између санки и леда је 0,02, а између санки и подлоге прекривене снегом је 0,25.

15. Маша се залетела санкама по залеђеној хоризонталној површини, тако што је њен друг Петар одгурнуо почетном брзином  $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . После 20 s је наишла на подлогу прекривену снегом. Да би по снегу наставила да се креће убрзано, Петар мора да прискочи у помоћ и да вуче санке. Коликом силом треба Петар да вуче санке, да би



девојчица на санкама достигла брзину од  $7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  после 10 s? Коефицијент трења између санки и леда је 0,02, а између санки и подлоге прекривене снегом је 0,25. Укупна маса санки и Маше је 50 kg.

16. Маша скупља магнете за фрижидер. Приметила је да, ако на врата фрижидера прикачи магнет који има масу 40 g, тај почиње да клизи надолу. Сви остали магнети, мањих маса, неће се померати. Коефицијент трења између магнета и врата фрижидера је 0,2. Колика је сила којом се привлаче магнет и фрижидер?

**Физичка појава:** деловање сила трења мировања, деловање сила акције и реакције, магнетна интеракција.

17. Маша воли да преуређује магнете на свом фрижидеру. Решила је да један од њих, који има масу 50 g, подигне за 50 cm, гурајући га по вратима фрижидера 0,7 s вертикално навише. Ако је сила којом магнет притиска фрижидер 2 N и коефицијент трења између магнета и фрижедра 0,2, коликом силом Маша гура магнет навише?

18. Аутомобил креће из мировања и после неког времена развије брзину од  $72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Колики је пут аутомобил прешао за то време? Маса аутомобила је 1200 kg, коефицијент трења са подлогом је 0,15, а вучна сила аутомобила је 3000 N.

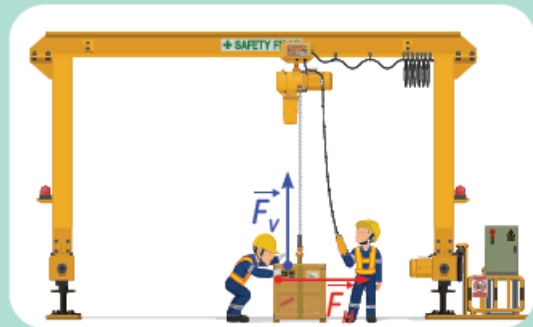


19. Сандук масе 100 kg налази се на хоризонталном поду. Коефицијент трења између сандука и пода је 0,4. Два радника покушавају да га помере, при чему први делује хоризонталном  $F_H$ , а други вертикалном силом  $F_V$  навише (слика). Коликом минималном хоризонталном силом треба да делује други радник да би се сандук покренуо ако је вредност вертикалне силе којом делује први радник:

а) 400 N, б) 800 N.

20. Маса електричног тротинета је 12 kg. Коефицијент трења између точкова тротинета и подлоге је 0,9. Наћи силу трења  $F_t$  која делује на тротинет од тренутка кочења до заустављања и зауставни пут  $s_z$ , ако је брзина којом је почео да кочи на хоризонталном путу  $18 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ , а на њему се вози:

а) девојка масе 55 kg б) младић масе 80 kg



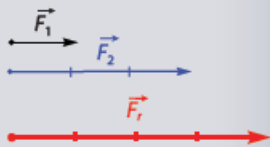
# 3 РАВНОТЕЖА ТЕЛА

- САМ ПОЈАМ РАВНОТЕЖЕ ОБИЧНО ПОВЕЗУЈЕМО СА ОДРЕБЕНИМ МИРОВАЊЕМ. ТЕЛА СУ У РАВНОТЕЖИ АКО СЕ НЕ КРЕЉУ, ОСОБЕ СУ У РАВНОТЕЖИ АКО КОНТРОЛИШУ СВОЈЕ ЕМОЦИЈЕ, СТАБИЛНЕ СУ.
- У ОВОЈ ОБЛАСТИ РАЗМОТРИЋЕМО РАВНОТЕЖУ ФИЗИЧКИХ ТЕЛА.
- КАДА КАЖЕМО ДА ЈЕ ТЕЛО У РАВНОТЕЖИ?
- КОЈИ СУ УСЛОВИ ДА БИ НЕКО ТЕЛО БИЛО У РАВНОТЕЖИ?
- КОЈЕ ФИЗИЧКЕ ВЕЛИЧИНЕ КОРИСТИМО ДА ОПИШЕМО УСЛОВЕ ЗА РАВНОТЕЖУ ТЕЛА?
- У ОКВИРУ ОВИХ ПИТАЊА РАЗМОТРИЋЕМО И ФИЗИЧКУ ОСНОВУ НЕКИХ ТЕХНИКА КОЈЕ СЕ КОРИСТЕ У БОРИЛАЧКИМ ВЕШТИНАМА, КАО И ЗА УПОТРЕБУ РАЗНИХ АЛАТА И ПОМАГАЛА КОЈЕ КОРИСТИМО СКОРО СВАКИ ДАН, КАО ШТО СУ НА ПРИМЕР КЉУЧЕВИ КОЈЕ ВИДИТЕ НА СЛИЦИ.
- НАСТАВЉАМО ДА ИЗУЧАВАМО О ПРИТИСКУ У ТЕЧНОСТИМА И ГАСОВИМА И РАЗМОТРИЋЕМО УСЛОВЕ ЗА РАВНОТЕЖУ КАДА СЕ ТЕЛО НАЛАЗИ У НЕКОЈ ОД ОВЕ ДВЕ СРЕДИНЕ. РАЗМОТРИЋЕМО И КАКО ТО НЕКЕ МОРСКЕ ЖИВОТИЊЕ И ПОДМОРНИЦЕ МЕЊАЈУ ДУБИНУ НА КОЈОЈ СЕ НАЛАЗЕ.



# 3.1. СЛАГАЊЕ И РАЗЛАГАЊЕ СИЛА

- резултанта сила
- компоненте силе
- правило надовезивања
- правило паралелограма

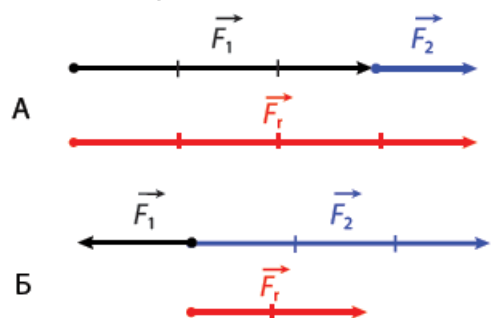


Слика 3.1.2: Деловање сила истог смера.

## СЛАГАЊЕ СИЛА



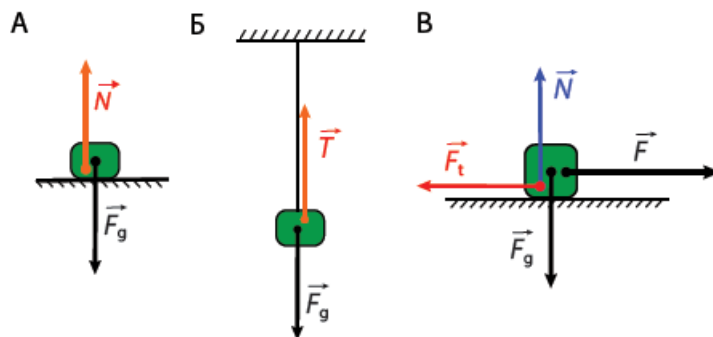
**Резултанта**  $\vec{F}_r$  је векторски збир две силе или више њих и он замењује деловање тих сила. У шестом разреду учили смо како да нађемо резултанту за две силе истог правца. На слици 3.1.1.А, када силе имају исти смер, резултанта има смер као и те силе, а интензитет је једнак збиру њихових интензитета,  $F_r = F_1 + F_2$ . Када силе имају супротне смерове (слика 3.1.1.Б), резултанта има смер силе већег интензитета. Бројчану вредност резултанте налазимо тако што одузмемо интензитет слабије од интензитета јаче силе  $F_r = F_2 - F_1, F_2 > F_1$ .



Слика 3.1.1: Резултанта две силе истог правца.

Да се подсетимо неких од примера деловања две силе које имају исти правца.

Два пријатеља гурају стари џубокс (музички уређај) силама од 100 N и 300 N (слика 3.1.2). Укупна сила којом делују је 400 N.



Слика 3.1.3: Деловање сила супротног смера.

А) Сила реакције подлоге  $N$  једнака је сили Земљине теже  $F_g$  када тело мирује на хоризонталној подлози.

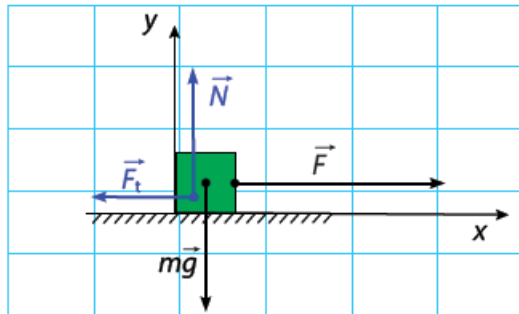
Б) Исто тако, сила затезања нити  $T$  једнака је сили Земљине теже  $F_g$  када је тело окачено о нит.

В) Сила реакције  $N$  једнака је сили Земљине теже  $F_g$  у правцу нормалном на подлогу, када се тело креће по хрпавој хоризонталној подлози под деловањем хоризонталне силе  $\vec{F}$  и силе трења  $\vec{F}_t$  зато што у том правцу нема кретања тела.

### ЗАДАТАК

**3.1.1.** Тело са слике се креће дуж хоризонталног пута. На њега делују сила  $F = 50 \text{ N}$  и сила трења  $F_t = 12,5 \text{ N}$ . Колика је резултујућа сила која делује на тело:

- у правцу  $x$ -осе (паралелно са путем),
- у правцу  $y$ -осе (нормално на пут)?



↓ Слика уз задатак 3.1.1.

**Физичка појава:** Слагање сила истих правца

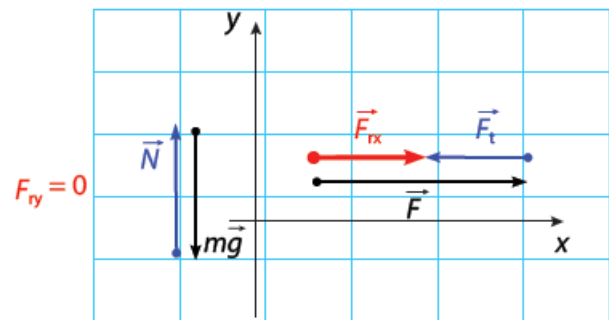
**Поставка задатка:**

- хоризонтална сила  $F = 50 \text{ N}$ ,
- сила трења  $F_t = 12,5 \text{ N}$ .

**Тражи се:**

- резултујућа сила дуж  $x$ -осе  $F_{rx}$ ,
- резултујућа сила дуж  $y$ -осе  $F_{ry}$ .

**Решење:**



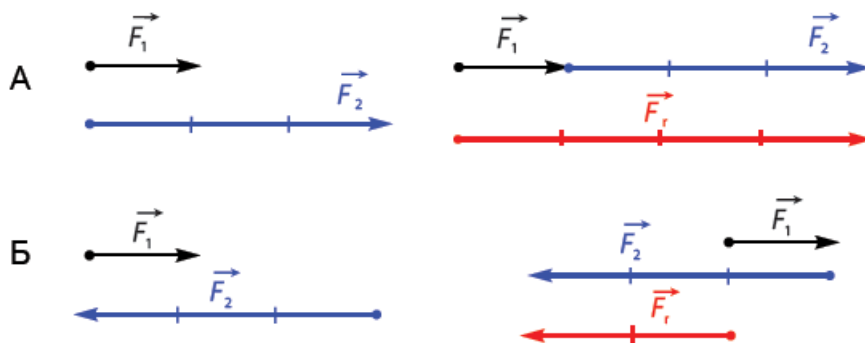
↓ Сабирање сила дуж  $x$  и  $y$ -осе.

Дуж  $x$ -осе делују силе супротних смерова  $F$  и  $F_t$ . Резултујућу силу  $F_{rx}$  добијамо одузимањем тих сила:  $F_{rx} = F - F_t = 50 \text{ N} - 12,5 \text{ N} = 37,5 \text{ N}$ . Резултујућа сила дуж  $y$ -осе  $F_{ry}$  једнака је нули зато што се тело не креће у том правцу, па је зато  $N = m \cdot g$ .

Сада ћемо научити како да нађемо резултанту две силе истих и различитих правца, користећи операцију сабирања вектора (математика, шести разред).

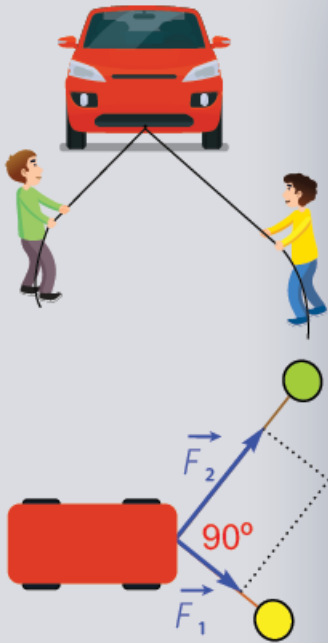
**1) Слагање сила истих правца:**  $\vec{F}_r = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

- истог смера,
- супротних смерова.



↓ Слика 3.1.4: Слагање сила истих (А) и супротних смерова (Б).

У оба случаја померамо други вектор у збиру  $\vec{F}_2$  све док се његов почетак не поклопи са крајем првог вектора у збиру  $\vec{F}_1$ . Резултујућа сила  $\vec{F}_r$  има свој почетак у почетку првог вектора у збиру,  $\vec{F}_1$ , а крај у крају другог вектора у збиру,  $\vec{F}_2$ . Исти резултат бисмо добили да смо тражили резултанту као  $\vec{F}_r = \vec{F}_2 + \vec{F}_1$ , где би вектор  $\vec{F}_2$  био први, а  $\vec{F}_1$  други вектор у збиру. Овај поступак се назива векторски збир.



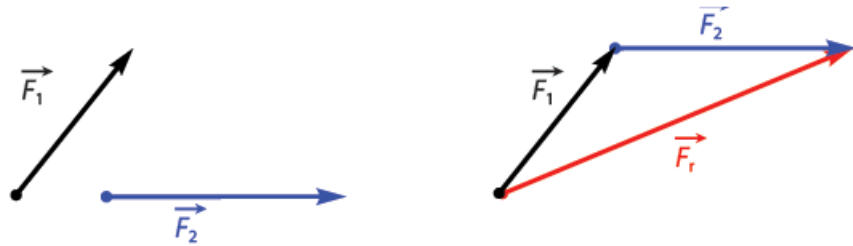
Слика 3.1.5: Два човека вуку кола помоћу два ужета чији правци заклапају угао  $90^\circ$ . У ком правцу и смеру ће се ауто кретати?

## 2) Слагање сила различитих праваца: $\vec{F}_r = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

Да бисмо одговорили на питање испод слике 3.1.5, две силе  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$  слажемо, користећи операцију сабирања вектора.

Силе можемо слагати на два начина: правилем надовезивања (А) и правилем паралелограма (Б).

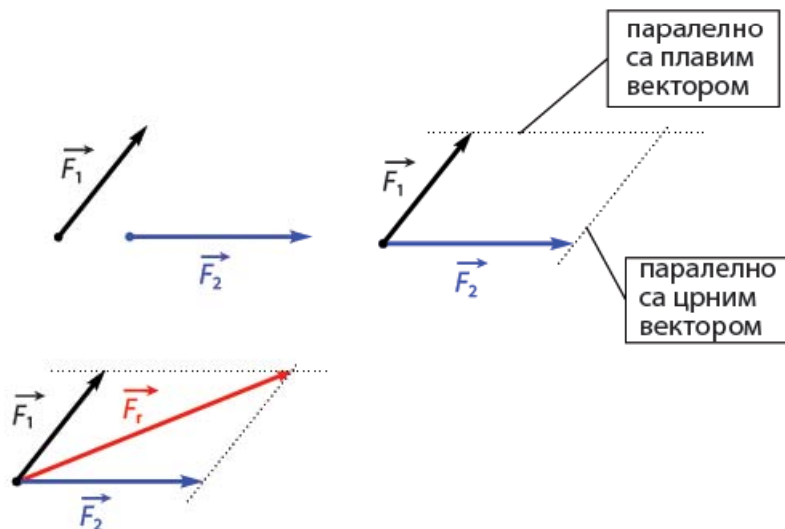
### А) Слагање сила правилем надовезивања



Слика 3.1.6: Правило надовезивања сила.

Померамо другу силу  $\vec{F}_2$  у збиру тако да јој се не мења интензитет, правац и смер (транслирамо је), све док се њен почетак не поклопи са крајем прве силе у збиру  $\vec{F}_1$ . Резултујућа сила  $\vec{F}_r$  има почетак у почетку прве силе у збиру,  $\vec{F}_1$ , а крај у крају друге силе у збиру,  $\vec{F}_2$ .

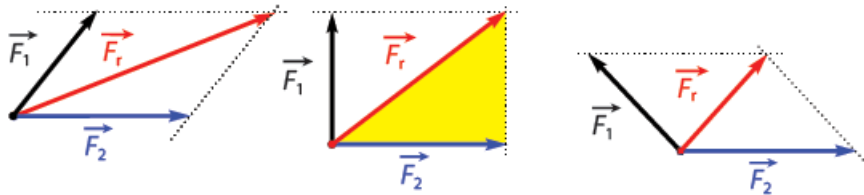
### Б) Слагање сила правилем паралелограма



Слика 3.1.7: Правило паралелограма.

Померамо другу силу  $\vec{F}_2$  у збиру тако да јој се не мења интензитет, правац и смер (транслирамо је), све док се њен почетак не поклопи са почетком прве силе у збиру  $\vec{F}_1$ . Изнад та два вектора силе конструишемо паралелограм повлачењем паралелних права, као на слици 3.1.7. Резултујућа сила  $\vec{F}_r$  има почетак у почетку обеју сила, а крај у пресеку паралелних права. Интензитет је бројчано једнак дужини дијагонале паралелограма којег смо конструисали над векторима  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$ .





Слика 3.1.8: Повећавањем угла између сила које се сабирају интензитет резултанте се смањује. Ако је угао између сила  $90^\circ$ , тада је резултанта

•  $F_r = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$  (хипотенуза жутог правоуглог троугла са слике).



### ЗАДАТАК

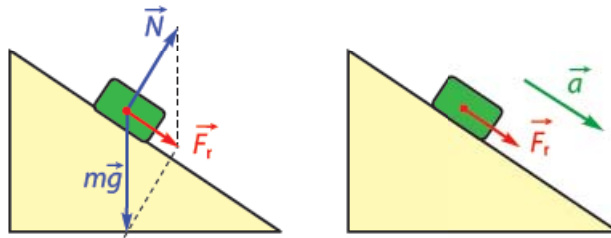
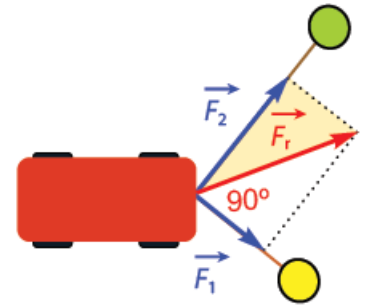
**3.1.2.** Два човека вуку кола помоћу два ужета чији правци заклапају угао  $90^\circ$ . Сила којом један човек вуче је  $F_1 = 300 \text{ N}$ , а сила којом вуче други је  $F_2 = 400 \text{ N}$ . Колика је резултујућа сила којом делују на кола?

**Физичка појава:** Слагање сила различитих правца.

**Поставка задатка:** силе које делују на кола  $F_1 = 300 \text{ N}$ ,  $F_2 = 400 \text{ N}$ .

**Тражи се:** резултујућа сила  $F_r$ .

**Решење:** Са слике се види да је резултујућа сила  $F_r$  хипотенуза правоуглог троугла чије су катете вектори сила  $F_1$  и  $F_2$ . Из Питагори-не теореме следи:  $F_r^2 = F_1^2 + F_2^2 = (300 \text{ N})^2 + (400 \text{ N})^2 = 250.000 \text{ N}^2$ . Резултујућа сила је  $F_r = 500 \text{ N}$ .



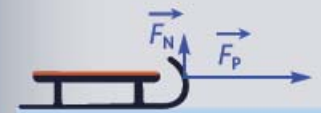
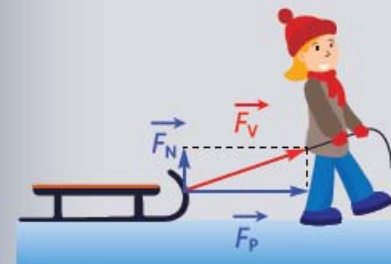
Слика 3.1.9: Када се тело налази на глаткој стрмој равни, резултанта силе Земљине теже  $m\vec{g}$  ( $m\vec{g} = \vec{F}_g$ ) и силе реакције подлоге  $\vec{N}$  паралелна је са подлогом и делује на тело тако да га вуче низ раван. Резултанта  $\vec{F}_r$  даје телу

• убрзање  $\vec{a}$  низ стрму раван ( $\vec{a} = \frac{\vec{F}_r}{m}$ ).

## РАЗЛАГАЊЕ СИЛЕ НА КОМПОНЕНТЕ

У операцији слагања сила, резултанта је векторски збир најмање две силе и она замењује деловање тих сила. Можемо да урадимо и обрнуто. Једну силу можемо заменити деловањем две силе или више њих.

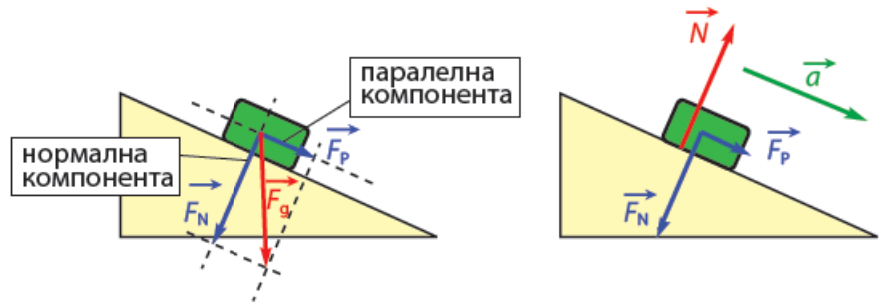
Размотримо следећи пример. Девојчица вуче санке по хоризонталној подлози (слика 3.1.10). При томе држи уже тако да заклапа оштар угао са подлогом. Вучна сила при томе има двојачко деловање. Једним делом вуче тело у хоризонталном правцу, а у нормалном одиже санке са подлоге. Ако бисмо уместо те силе узели њене компоненте, једну паралелну подлози  $\vec{F}_p$  и другу нормално на њу,  $\vec{F}_N$  њихово деловање било би исто као да на санке делује само вучна сила  $\vec{F}_v$ .



Слика 3.1.10: Приметимо да, ако сложимо силе  $\vec{F}_p$  и  $\vec{F}_N$  методом паралелограма, добијемо вучну силу  $\vec{F}_v$ .

$$\vec{F}_p + \vec{F}_N = \vec{F}_v$$

Компоненте силе су силе које делују исто као и сила коју смо разложили.

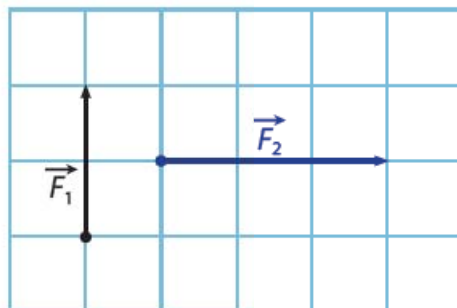


Слика 3.1.11: Разлагање силе Земљине теже  $\vec{F}_g = m\vec{g}$  код тела на глаткој стрмој равни. Нормална компонента једнака је по интензитету сили реакције подлоге  $\vec{N}$  ( $\vec{F}_N = \vec{N}$ ), а паралелна компонента  $\vec{F}_p$  даје телу убрзање  $\vec{a}$  низ стрму  
 • раван ( $\vec{a} = \frac{\vec{F}_p}{m}$ ).



- Шта је резултанта сила?
- Тело се налази на стрмој равни. На њега делују сила теже и сила реакције подлоге. Који правац има резултанта ове две силе?
- Тело се креће по хоризонталној подлози, под деловањем хоризонталне силе. Колика је резултанта сила у правцу нормале на подлогу?
- Шта су компоненте силе?
- Дате су две силе:  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$ . Наћи њихову резултанту:
  - а) правилом надовезивања,
  - б) правилом паралелограма.

Колики је интензитет резултанте, ако је вредност једног поделка на мрежи иза 1 N?



1 N  
 1 N

## 3.2. МОМЕНТ СИЛЕ



Сила је узрок промени брзине тела. Што је интензитет силе већи, лакше ће покренути тело на праволинијско кретање. Тело при томе посматрамо као материјалну тачку.

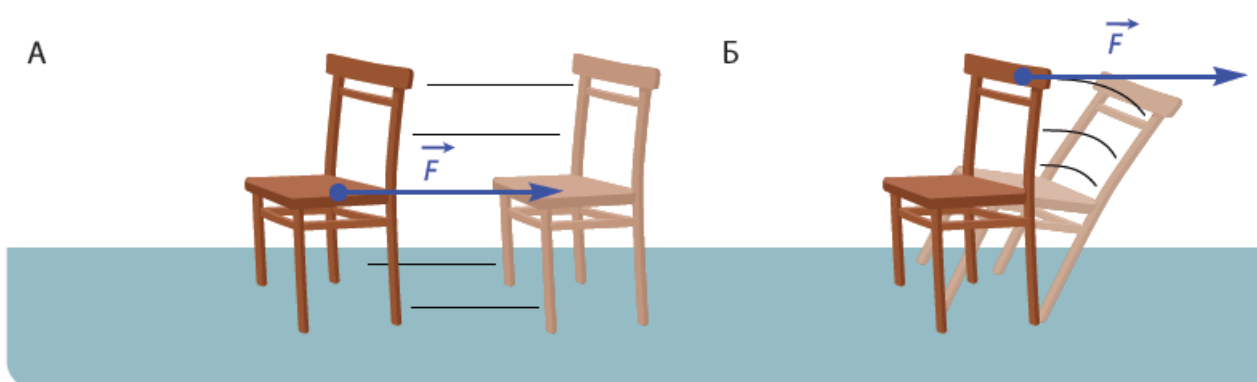
Сила је векторска величина одређена правцем, смером, интензитетом и нападном тачком.



Слика 3.2.1: Где треба да буде ослонац за весло – ближе ширем делу или рукохвату? Зашто је код маказа спој на средини, а код кљешта није? Могу ли се слон и мрав клацкати? Ово су само нека од питања на које ћемо одговорити у наредним лекцијама.

На столицу која мирује делује нека хоризонтална сила  $F$ , као на слици 3.2.2. Столицу у овом случају не можемо сматрати материјалном тачком. Да бисмо описали кретање столице, није нам битан само правац, смер и интензитет силе која делује, него и њена нападна тачка.

Упоредићемо деловање две хоризонталне силе на столицу. Прва има нападну тачку ближе поду (слика 3.2.2.А). Приметимо да се у првом случају столица креће праволинијски (све тачке на телу описују праволинијске путање), а у другом се преврће преко задњих ногара (све тачке описују паралелне лукове). У овом другом случају сила трења мировања делује тако да задњи ногари не проклизавају. Кажемо да тада столица **ротира** око задњих ногара.

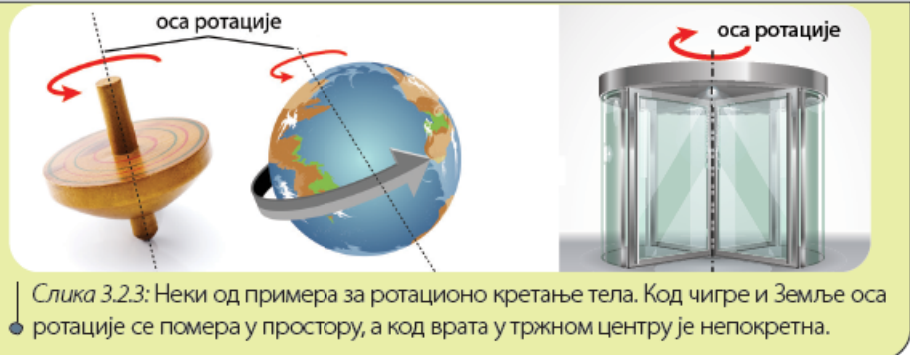


Слика 3.2.2: У зависности од нападне тачке силе столица ће се или померити или се може преврнути.



### САЗНАЈ ВИШЕ

Тело ротира ако све тачке у телу описују међусобно паралелне кружнице или делове кружница, чији центри леже на истој правој која се зове **оса ротације**.



Слика 3.2.3: Неки од примера за ротационо кретање тела. Код чигре и Земље оса ротације се помера у простору, а код врата у тржном центру је непокретна.

Када смо обрађивали Други Њутнов закон, разматрали смо зависност убрзања од силе. У случају столице или врата у тржном центру важан је положај **нападне тачке** силе. У наредним примерима размотрићемо како начин деловања силе или резултанте сила доводи или не доводи тело до ротационог кретања.

## ДЕЛОВАЊЕ СИЛА ЧИЈИ СУ ПРАВЦИ ПАРАЛЕЛНИ



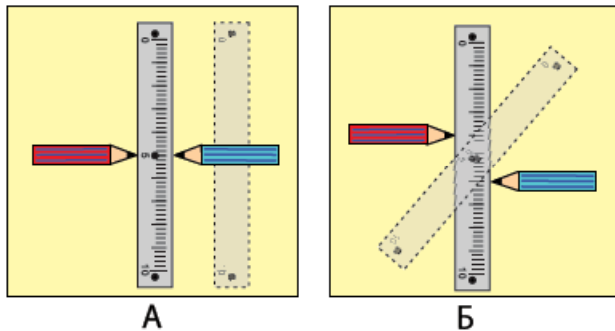
### ОГЛЕД

#### Деловање сила паралелних праваца

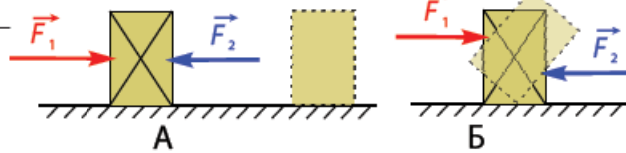
Урадимо сада следећи оглед са лењиром који смо користили у прошлој лекцији. Овај пут лењир ћемо положити на сто (слика 1). Два ученика померају лењир оловкама, као на на слици 1.А, тако да правац њиховог деловања буде на истој правој. Лењир ће мировати или ће се кретати тако да буде паралелан почетном положају.

Ако ученици померају лењир оловкама које леже на паралелним правима (слика 1.Б), лењир ће почети и да ротира.

слика 1



слика 2



Слика 3.2.4: На сликама 1.А и 2.А приказана су тела на која делују силе које имају исти правац, а на сликама 1.Б и 2.Б тела на која делују силе са међусобно паралелним правцима

На слици 2 приказано је тело на подлози, на које делују силе у правцу који пролази кроз центар тела (случај А), и када су силе паралелне, али не леже на истом правцу (случај Б).

У случајевима под Б резултанта сила може бити и нула, али посматрана тела не би била у равнотежи, јер су покренута на ротацију.

Најједноставније ротирајуће тело је **полуга**. Она ротира око једне тачке кроз коју пролази оса ротације. Лењир који смо користили у претходним огледима можемо сматрати врстом полуге. Шипка, штап, квака на вратима – све то можемо сматрати полугама.

**Полуга је чврсто тело које може да ротира око једне тачке кроз коју пролази оса ротације.**



Слика 3.2.5: Квака на вратима је један од примера за полугу. Кроз тачку О пролази оса ротације, која је нормална на врата.

## ШТА СВЕ УТИЧЕ НА РОТАЦИЈУ НЕКОГ ТЕЛА?



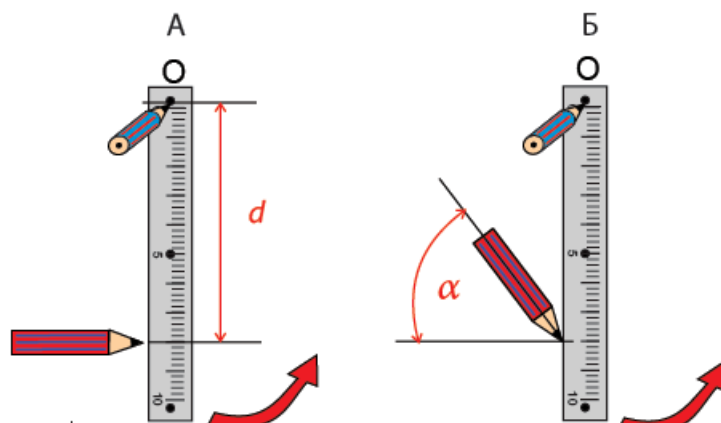
### Од чега све зависи ротација лењира?

Узмимо лењир и окачимо га о оловку. Један ученик држи оловку, а други делује нормално на лењир другом оловком, покушавајући да заротира лењир око тачке  $O$ , тачке вешања. Приметићемо да је теже заротирати лењир када је мање растојање оловке од тачке вешања  $d$ , са слике 2 под А.

Закључујемо да **што је нападна тачка силе ближа осе ротације, полугу је теже заротирати.**

У другом делу огледа (слика 3.2.6.Б) делујемо у исту тачку, али мењамо угао  $\alpha$  под којим делујемо. Најлакше ћемо заротирати лењир када делујемо нормално на њега,  $\alpha = 0^\circ$ , а не можемо уопште да га заротирамо ако делујемо у правцу паралелно са лењиром,  $\alpha = 90^\circ$ .

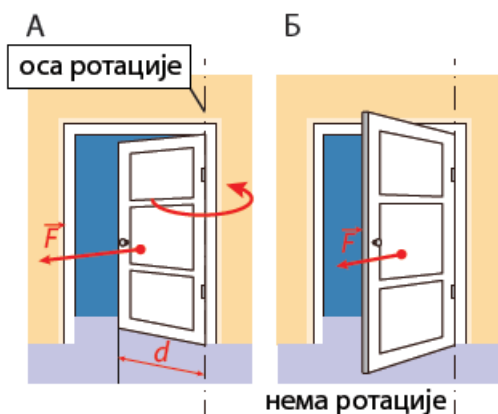
Закључујемо да **ако правац деловања силе заклапа мањи угао са нормалом лењира, лакше ће га заротирати.**



Слика 3.2.6: Од чега све зависи ротација лењира.

## МОМЕНТ СИЛЕ

Из претходног огледа закључујемо да способност силе да заротира тело зависи од интензитета, правца, смера, као и од нападне тачке силе.



Слика 3.2.7: Пример за ротационо кретање су врата. У овом случају тело ротира око осе која је одређена на двема тачкама, а то су шарке на вратима. Отварамо врата тако што делујемо силом  $F$  на кваку (слика А). Да се квака налази уз осу ротације ( $d = 0$ ), било би немогуће да их отворимо. Исто тако, да вучемо кваку у правцу који лежи у равни врата, до отварања или затварања врата не би дошло (слика Б).

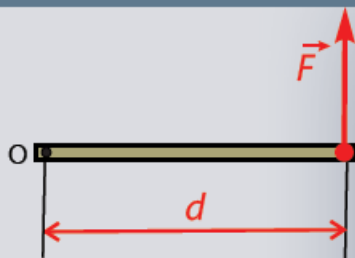
Услови под којима нека сила доводи до ротације тела обједињени су у новој физичкој величини, а то је **момент силе  $M$** .

**Момент силе је физичка величина која бројчано описује ефикасност силе да неко тело покрене на ротацију.**

Силе које лакше покрећу тело на ротацију имају већи момент.

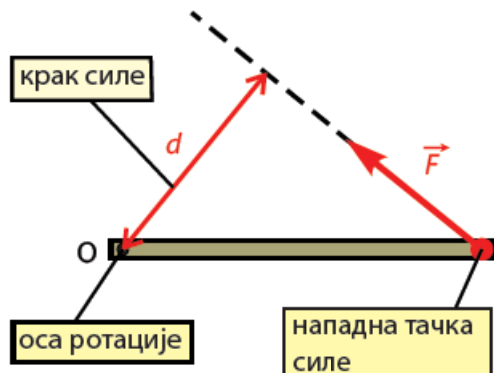
**Момент силе бројчано је једнак производу интензитета силе  $F$  и крака силе  $d$ . Крак силе је најкраће растојање између правца деловања силе и осе ротације:**

$$M = F \cdot d.$$



Слика 3.2.8: Крак силе када сила делује нормално на полуку.

У случају да је ротирајуће тело полука и да је сила нормална на њу, крак силе је растојање између тачке у којој се налази оса ротације и нападне тачке силе.



Слика 3.2.9: Крак силе  $d$  када сила  $F$  делује под неким углом у односу на полуку. Тада је крак силе најкраће растојање између правца на коме лежи вектор силе  $\vec{F}$  и тачке  $O$  у којој је оса ротације.

Мерна јединица за момент силе је  $[M] = [F] \cdot [d] = \text{N} \cdot \text{m}$ , што се чита **њутн-метар**.

Момент силе је векторска величина, коју ћемо детаљније проучити у старијим разредима.

**ЗАДАТАК**

**3.2.1.** Колики је момент силе којим делујемо на кваку ако то чинимо силом  $F = 50 \text{ N}$  (види слику 3.2.7.A). Ширина врата (удаљеност кваке од шарки) је  $d = 0,3 \text{ m}$ .

**Физичка појава:** покретање тела на ротацију.

**Поставка задатка:**

- сила која делује на кваку  $F = 50 \text{ N}$ ,
- удаљеност кваке од шарки (крак силе)  $d = 0,3 \text{ m}$ .

**Тражи се:**

Момент силе  $M$  који делује на кваку.

**Решење:** Момент силе рачунамо према формули:  $M = F \cdot d = 50 \text{ N} \cdot 0,3 \text{ m} = 15 \text{ Nm}$

## РЕЗУЛТУЈУЋИ МОМЕНТ СИЛЕ

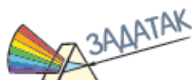
Сада ћемо размотрити како да нађемо резултујући момент силе у случају када на тело делује више сила.

**Резултујући момент сила  $M$ , је збир момената сила који делују на тело и он замењује деловање тих момената.**

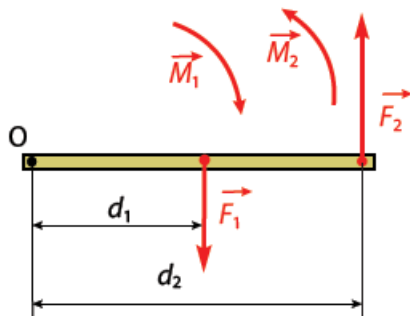


Слика 3.2.10: Смер момента силе  $M$ .

Када на тело делује више сила, резултујући момент сила  $M_r$ , налазимо тако што сабирамо све моменте сила, водећи рачуна да су неки од њих позитивни, а неки негативни. Моменти сила који ротирају тело у смеру кретања казаљке на сату су позитивни, а моменте који ротирају у супротном смеру су негативни.



**3.2.2.** На полуку делују силе  $F_1 = 50 \text{ N}$  и  $F_2 = 40 \text{ N}$ , као на слици. Крак силе  $F_1$  је  $d_1 = 0,5 \text{ m}$ , а силе  $F_2$  је  $d_2 = 1 \text{ m}$ . У ком смеру ће тело ротирати и колики је резултујући момент силе у односу на осу ротације која пролази кроз тачку  $O$ ?



**Физичка појава:** покретање тела на ротацију.

**Поставка задатка:**

- сила  $F_1 = 50 \text{ N}$ ,
- сила  $F_2 = 40 \text{ N}$ ,
- крак силе  $F_1$  је  $d_1 = 0,5 \text{ m}$ ,
- крак силе  $F_2$  је  $d_2 = 1 \text{ m}$ .

**Тражи се:** резултујући момент силе  $M_r$ ,

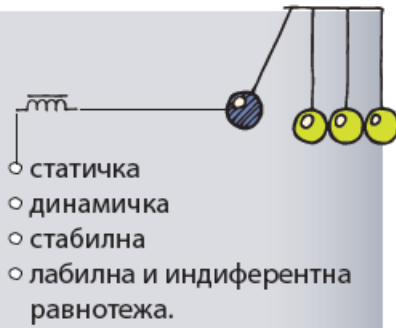
**Решење:** Момент силе  $F_1$  је  $M_1 = F_1 \cdot d_1 = 50 \text{ N} \cdot 0,5 \text{ m} = 25 \text{ Nm}$ , а момент силе  $F_2$  је  $M_2 = F_2 \cdot d_2 = 40 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} = 40 \text{ Nm}$ .

Пошто је  $M_2 > M_1$ , тело ће ротирати у смеру деловања момента силе  $M_2$ , тј. у смеру супротном од казаљке на сату. Резултујући момент је  $M_r = M_2 - M_1 = 40 \text{ Nm} - 25 \text{ Nm} = 15 \text{ Nm}$ .



- Навести неколико примера за ротационо кретање.
- Шта је момент силе и чему је једнак бројчано?
- Зашто се квака не налази близу шарки врата?
- Како би требало да делују силе да не заротирају тело?
- Шта је резултујући момент сила?

# 3.3. ВРСТЕ РАВНОТЕЖЕ



## САБИРАЊЕ СИЛА



Први Њутнов закон или Закон инерције гласи: свако тело остаје у стању мировања или равномерно праволинијског кретања све док га нека сила не примора да промени то стање. Други Њутнов закон повезује покретање или промену брзине тела са резултујућом силом

која делује на тело:  $\vec{a} = \frac{\vec{F}_r}{m}$ . Резултујућа сила једнака је векторском збиру свих сила које делују на посматрано тело. Ако је резултујућа сила једнака нули ( $F_r = 0$ ), убрзање тела ће бити нула ( $a = 0$ ). Тело тада мирује ( $v = 0$ ) или се креће равномерно праволинијски ( $\vec{v} = const.$ ).

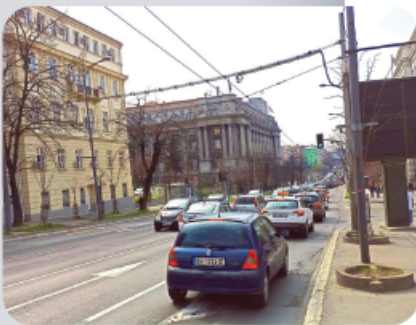
Тежиште је нападна тачка силе Земљине теже.

Сила трења мировања је сила која се одупире покретању тела. Има исти правац и интензитет као и сила која покушава да покрене тело, али супротан смер.

Момент силе је физичка величина која бројчано описује ефикасност те силе да неко тело покрене на ротацију.

Бројчано је једнак производу интензитета силе  $F$  и крака силе  $d$ . Крак силе је најкраће растојање између правца деловања силе и тачке кроз коју пролази оса ротације.

Сваког јутра, они који живе по градовима, када кренемо у школу, око себе видимо увек исте призоре.



Слика 3.3.1: За тела која се не крећу, као што дрвеће, зграде, семафор (на слици лево), кажемо да су у равнотежи. На слици десно све је у равнотежи.

Људи око нас су у журби, нервозни, гурају се у превозу. Возачи трубе једни другима у дугачким колонима. Крени-стани, крени-стани, и тако сваки дан. Полицајац на раскрсници се окреће час на једну, час на другу страну, покушавајући да унесе неки ред у сав тај хаос. Ђаци вуку своје велике торбе и журе да не би закаснили на први час. Али, ако нам поглед само на тренутак одлута мало у даљину, видећемо сасвим друге призоре: велике солитере који су наслагани као коцке, један поред другог. Они мирују и, по свему судећи, градски метеж их неће ометати у том мировању. Планине у даљини им се придружују, као и паркови, те мале оазе мира.



Пензионери седе на клупицама и присећају се дана када су и они били део те гужве. Рекло би се да се све ово налази у некој врсти равнотеже са простором и временом. *Мирују, не окрећу се око себе, нико их не јура, не вуче...*

Када столица мирује на поду, кажемо да је у стању равнотеже. Ако је почнемо гурати неком хоризонталном силом, која је мања од максималне силе трења мировања  $F_{max}$ , столица и даље остаје у стању равнотеже. У овом случају резултанта сила једнака је нули, јер сила трења мировања делује супротно од силе којом се тело покреће. Када би на столицу деловали хоризонталном силом која је приближно једнака максималној сили трења, кретала би се праволијски, константном брзином. И тада би била у равнотежи. Столица не би била у равнотежи да та хоризонтална сила може да је заротира. Чак и да је та хоризонтална сила једнака по интензитету сили трења мировања, равнотежа би и тада била нарушена.

Кажемо да је тело у равнотежи када мирује или се креће равномерно праволијски.

## УСЛОВИ ЗА РАВНОТЕЖУ ТЕЛА

Резултујућа сила  $\vec{F}_r$  која делује на тело је нула и резултујући момент сила  $M_r$  у односу на било коју тачку на телу такође је једнак нули:

$$\vec{F}_r = 0 \quad M_r = 0.$$

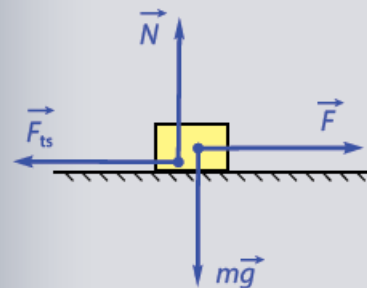
## СТАТИЧКА И ДИНАМИЧКА РАВНОТЕЖА

Стања у којима тело мирује или се креће равномерно праволијски називају се **стања равнотеже**. Када тело мирује – равнотежа је **статичка**, а када се креће равномерно праволијски – равнотежа је **динамичка**.

Тело мирује на хоризонталној хрпавој подлози, док на њега делује хоризонтална сила  $\vec{F}$  којом хоћемо да га покренемо. Тој сили, у правцу паралелно подлози, одупире се сила трења мировања  $\vec{F}_{ts}$  ( $F_{ts} = F$ ). У правцу нормалном на подлогу делују две силе – сила Земљине теже  $m\vec{g}$  и сила реакције подлоге  $\vec{N}$  ( $N = m \cdot g$ ). Дакле, резултанта свих сила које делују на тело  $\vec{F}_r$  једнака је нули. Све док тело мирује на подлози налази се у стању статичке равнотеже.

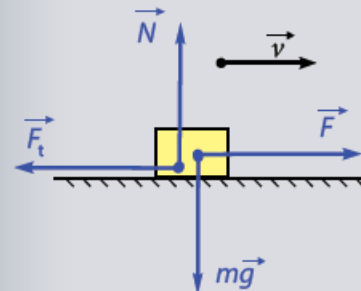
Када се тело креће равномерно праволијски, на њега делује сила трења клизања  $\vec{F}_t$ , истог правца, интензитета, а супротног смера од хоризонталне силе  $\vec{F}$  која сада вуче тело ( $F_t = F$ ). Сила Земљине теже  $m\vec{g}$  и сила реакције подлоге  $\vec{N}$  су једнаких интензитета ( $N = m \cdot g$ ) све док је тело на подлози. Опет је резултанта свих сила које делују на тело  $\vec{F}_r$  једнака нули, али се сад тело креће равномерно праволијски, односно, налази се у стању динамичке равнотеже.

а) статичка равнотежа  
 $v=0$



Слика 3.3.2: Тело у статичкој равнотежи.

б) динамичка равнотежа  
 $\vec{v} = \text{const.}$



Слика 3.3.3: Динамичка равнотежа.



### САЗНАЈ ВИШЕ

Ако бисмо се налазили у лифту који се креће убрзано наниже, због „измицања“ подлоге испод наших ногу имали бисмо осећај да нам је тежина мања. Али, ако би лифт ишао навише, под лифта би „ишао ка нама“, па бисмо деловали јачом силом на њега, што значи да бисмо имали осећај да је наша тежина већа.

сила Земљине теже



сила реакције  
столице



сила затезања  
нити

сила Земљине  
теже

Слика 3.3.4: Девојчица која седи на столици и дечак који се држи за конопац су у равнотежи.

Наш субјективни осећај тежине настаје деловањем сила као реакција на нашу тежину. Када седимо на столици, осећамо деловање силе реакције столице која се супроставља сили теже и не да нам да паднемо са ње. Када се држимо за конопац, осећамо деловање силе затезања канапа, супротно од силе теже.

Да би се тело налазило у статичкој или динамичкој равнотежи, резултанта сила мора бити једнака нули.

## СТАБИЛНА, ЛАБИЛНА И ИНДИФЕРЕНТНА РАВНОТЕЖА

Урадимо сада два огледа.



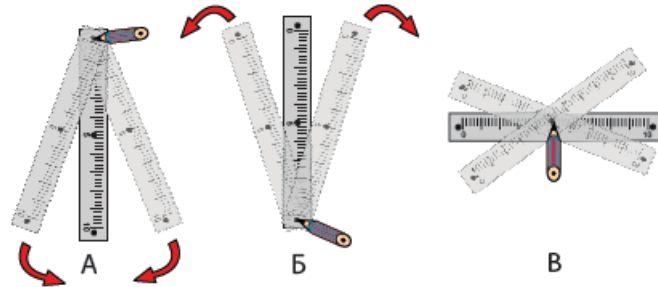
### ОГЛЕД

#### Оглед број 1:

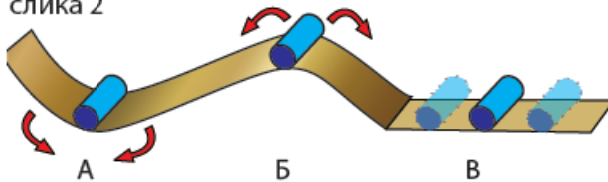
Пробушимо три рупе на лењиру, као на слици 3.3.5, под 1.

- Прво окачимо лењир о врх оловке тако да буде у положају као на слици 1.А. Затим мало померимо други крај лењира на једну или другу страну. Лењир ће се увек враћати у првобитни положај.
- Затим врх оловке провучемо кроз рупу на другом крају лењира, код броја 10, као на слици 1.Б. У том положају лењир ће се задржати само кратко, а затим ће се преокренути на једну или другу страну, тако да на крају рупа на броју 5 буде испод рупе на броју 10.
- Када врх оловке провучемо кроз рупу на средини лењира, као на слици 1.В, и мало га отклонимо, лењир ће се задржати у том положају.

слика 1



слика 2



Слика 3.3.5: Примери за стабилну (А), лабилну (Б) и индиферентну равнотежу (В).

**Оглед број 2 :** Узмемо комад картона и пресавијемо га као на слици 3.3.5, под 2, тако да је један део улегнут (А), а други испупчен (Б).

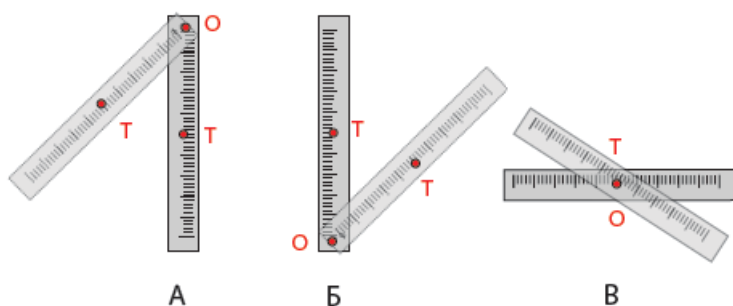
- Ако ставимо ваљак у положај А и померимо га мало на једну или другу страну, вратиће се у првобитни, најнижи положај (слика 2.А).
- Ако га ставимо у положај Б и мало померимо, ваљак се све више удаљава од првобитног, највишег положаја (слика 2.Б).
- На равном столу (положај В) остаје у било ком положају где га поставимо (слика 2.В).

У оба огледа (случај А), тела се враћају у положај равнотеже након отклоне, без обзира што им при том нисмо саопштили малу почетну брзину. То је положај **стабилне равнотеже**.

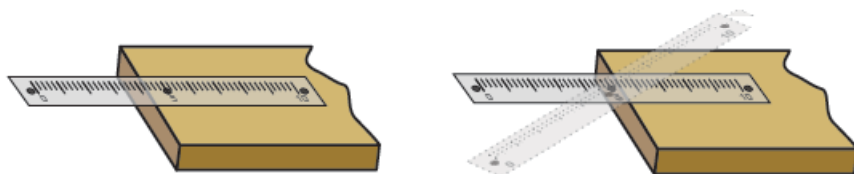
У случају под Б, тело се након отклоне од положаја равнотеже удаљава од њега. То је положај **лабилне** или **нестабилне равнотеже**.

Ако тело остаје у равнотежи у сваком положају након отклоне од положаја равнотеже, при чему му није дата почетна брзина, као под В, тада је реч о положају **индиферентне равнотеже**.

## ПОЛОЖАЈ ТЕЖИШТА У ОДНОСУ НА ТАЧКУ ОСЛОНЦА ИЛИ ТАЧКУ ВЕШАЊА



Слике 3.3.6: У положају стабилне равнотеже тежиште Т је испод тачке вешања О тела, у положају лабилне је изнад тачке ослонца О, а у положају индиферентне равнотеже ове две тачке се поклапају.



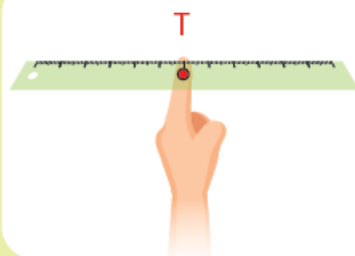
Слика 3.3.8: Када лењир ставимо на ивицу стола, све док је тежиште изнад додирне површине лењира и стола, лењир ће мировати. Када га померимо тако да је тежиште изван додирне површине, преврнуће се преко ивице.



- Који су услови за равнотежу тела?
- Шта је статичка, а шта динамичка равнотежа?
- Да ли је могуће да на неко тело делује хоризонтална сила истог интензитета, а супротног смера од силе трења клизања, а да то тело не буде у динамичкој равнотежи?
- Када кажемо да је тело у стабилној, лабилној или индиферентној равнотежи?
- У ком положају једна у односу на другу стоје тачка вешања и тежиште тела код стабилне равнотеже?
- Како се налази тежиште било којег тела?



### САЗНАЈ ВИШЕ



Слика 3.3.7: Како се тражи тежиште тела.

Чињеницу да се тежиште налази испод тачке ослонца можемо искористити да нађемо тежиште било ког тела. На слици видимо да лењир стоји у хоризонталном положају, при чему се додирна тачка са прстом, у овом случају тачка ослонца, налази тачно испод тежишта. Лењир је овде у положају лабилне равнотеже.

# 3.4. ПОЛУГА.

## РАВНОТЕЖА ПОЛУГЕ



Момент силе је физичка величина која описује ефекат деловања силе да покрене тело на ротацију. Бројчано је једнак производу интензитета силе  $F$  и крака силе  $d$ :  $M = F \cdot d$ .

Најједноставније тело које ротира је полуга и у овој лекцији ћемо разматрати услове под којима је полуга у равнотежи.

### УСЛОВИ ЗА РАВНОТЕЖУ ТЕЛА

Док нисмо дефинисали момент силе, под равнотежом тела подразумевали смо мировање или равномерно праволинијско кретање. Нисмо разматрали ротацију. Сада ћемо шире дефинисати појам равнотеже тела.

Кажемо да је тело у равнотежи када мирује, креће се равномерно праволинијски и не ротира.

Услови за равнотежу тела: резултујућа сила  $\vec{F}_r$  једнака је нули и резултујући момент сила  $\vec{M}_r$  такође је једнак нули.

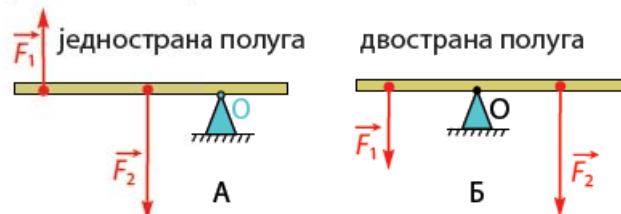
$$\vec{F}_r = 0 \quad \vec{M}_r = 0$$

Размотрићемо ове услове за равнотежу на примеру полуге. У зависности од тога како силе делују у односу на осу ротације, разликујемо једностране и двостране полуге.



Слика 3.4.1: Штап за пецање, технике које се примењују у борилачким вештинама и мачеви су само неки од примера коришћења полуга.

Код једностраних полуга силе делују са исте стране тачке ослонца (слика 3.4.2.А), а код двостраних, са различитих страна тачке ослонца (слика 3.4.2.Б).



Слика 3.4.2: Једностране и двостране полуге.

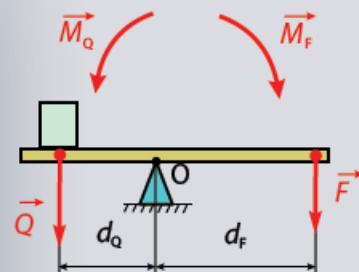
● **Услов равнотеже за двострану полуугу:**

На слици 3.4.3 видимо да са леве стране тачке ослонца  $O$  на полуугу делује тежина терета  $Q$ , а са десне стране сила  $F$ . Момент силе  $Q, M_Q = Q \cdot d_Q$  тежи да заротира полуугу у смеру супротном од смера кретања казаљке на сату, а момент силе  $F, M_F = F \cdot d_F$  у смеру кретања казаљке на сату ( $d_F$  је крак силе  $F$ , а  $d_Q$  је крак силе  $Q$  или крак терета). Да би полууга била у равнотежи, ова два момента морају да буду једнака:

$$M_F = M_Q$$

$$F \cdot d_F = Q \cdot d_Q$$

Закључујемо да што је крак силе већи у односу на крак терета, потребна нам је мања сила да бисмо подигли терет и држали га у равнотежи.



Слика 3.4.3: Једнакост момената тежине терета  $M_Q$  и момента силе  $M_F$  код двостране полууге.



**3.4.1.** Коликом силом треба да држимо терет са слике 3.4.3. тежине 20 N у равнотежи, ако је крак силе 50 cm, а крак терета 30 cm?

**Физичка појава:** равнотежа полууге.

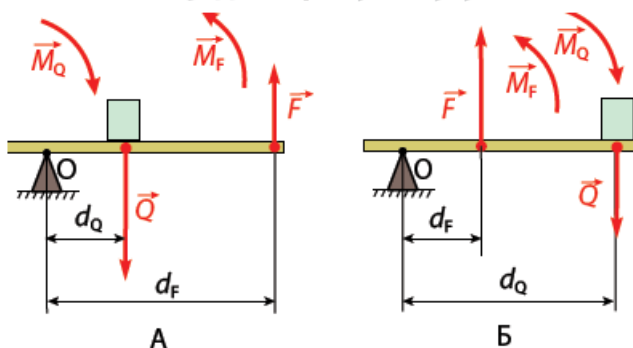
**Поставка задатка:**

- тежина тела  $Q = 20 \text{ N}$
- крак силе  $d_F = 50 \text{ cm}$ ,
- крак терета  $d_Q = 30 \text{ cm}$ .

**Тражи се:** сила  $F$

**Решење:** Из услова за равнотежу полууге  $F \cdot d_F = Q \cdot d_Q$  следи  $F = \frac{Q \cdot d_Q}{d_F} = \frac{20 \text{ N} \cdot 30 \text{ cm}}{50 \text{ cm}} = 12 \text{ N}$ .

● **Услов равнотеже за једнострану полуугу:**



Слика 3.4.4: Једнакост момената тежине терета  $M_Q$  и момента силе  $M_F$  код једностране полууге.

Размотримо два случаја:

А) нападна тачка тежине терета  $Q$  је између тачке ослонца  $O$  и нападне тачке силе  $F$  (слика 3.4.4.А),

Б) нападна тачка силе  $F$  је између тачке ослонца  $O$  и нападне тачке тежине терета  $Q$  (слика 3.4.4.Б).

У оба случаја услов равнотеже је:

$$M_F = M_Q$$

$$F \cdot d_F = Q \cdot d_Q$$

У случају А  $d_Q > d_F$ , па је  $F < Q$ , а у случају Б  $d_Q < d_F$ , па је  $F > Q$ . Закључујемо да је лакше држати терет у равнотежи ако је крак силе већи у односу на крак терета.

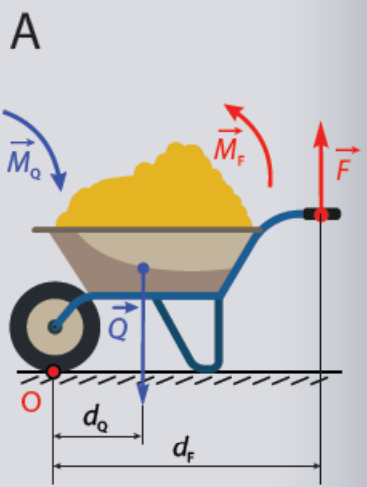
**ЗАДАТАК**

**3.4.2.** Коликом силом треба да држимо терет са слике 3.4.4. тежине 20 N у равнотежи, ако је

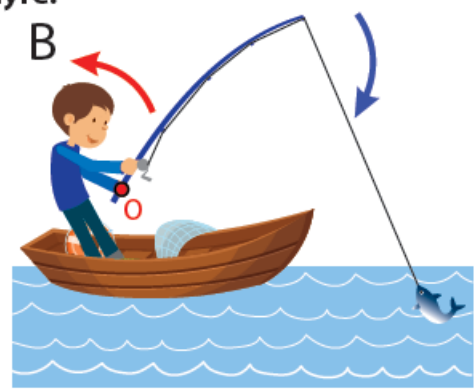
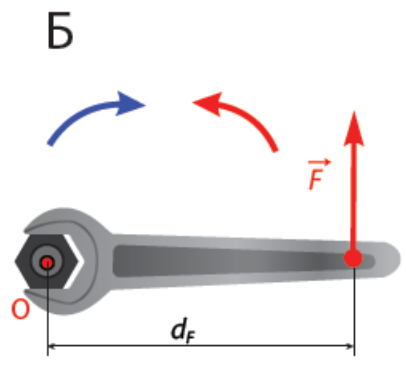
- А) крак силе 50 cm, а крак терета 30 cm,
- Б) крак силе 40 cm, а крак терета 60 cm.

**Решење:** Из услова за равнотежу полуге  $F \cdot d_F = Q \cdot d_Q$  следи  $F = \frac{Q \cdot d_Q}{d_F}$ , тако да је:

А)  $F = \frac{20 \text{ N} \cdot 30 \text{ cm}}{50 \text{ cm}} = 12 \text{ N}$   
 Б)  $F = \frac{20 \text{ N} \cdot 60 \text{ cm}}{40 \text{ cm}} = 30 \text{ N}$

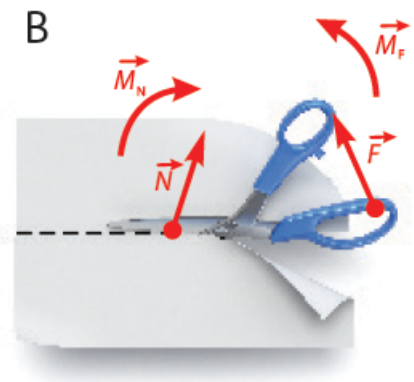
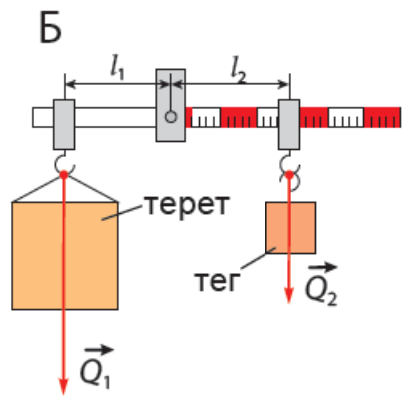
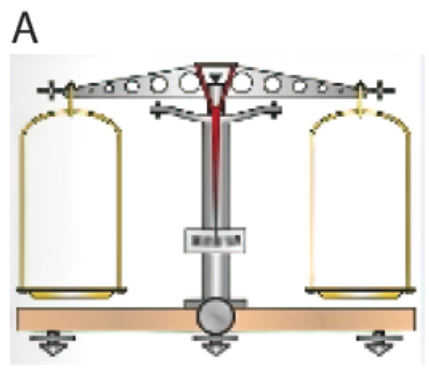


• **Примери за једностране полуге:**

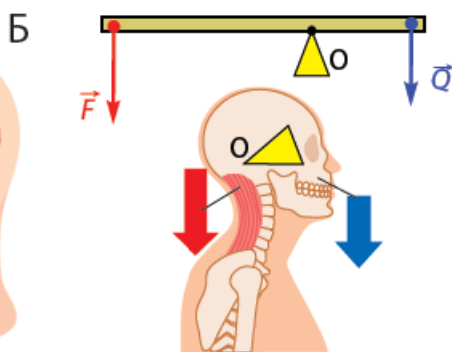


Слика 3.4.5: А) Код колица имамо два момента; један силе  $F$ , а други тежине терета  $Q$ .  
 Б) Код кључа, у смеру црвене стрелице делује момент силе  $F$ , а у смеру плаве момент силе којом завртањ делује на кључ.  
 В) Код пецароша, на штап делују два момента; у смеру црвене стрелице момент силе којом пецарош вуче штап, а у смеру плаве момент силе затезања нити. Оса ротације је код доње шаке на слици. Крак силе пецароша је јако мали, зато се он толико труди да држи штап у равнотежи.

• **Примери за двостране полуге**



Слика 3.4.6: А) терезије Б) брза вага, кантар:  $l_1$  – крак терета и  $Q_2$  – тежина тега остају увек исти.  $l_2$  – крак тега се мења према тежини терета  $Q_1$  који се мери.  
 В) Маказе се састоје од два дела, полуга, а оне ротирају око тачке спајања у којој је оса ротације. На сваку делују два момента: момент силе којим делујемо на дршке  $M_F$  и момент силе којом се папир опире деловању оштрице маказа  $M_N$ .



Слика 3.4.7: А) Доњу вилицу затварају криласти и слепоочни мишићи, а отварају је мишићи за жвакање. Сила угриза човека је око 784 N.

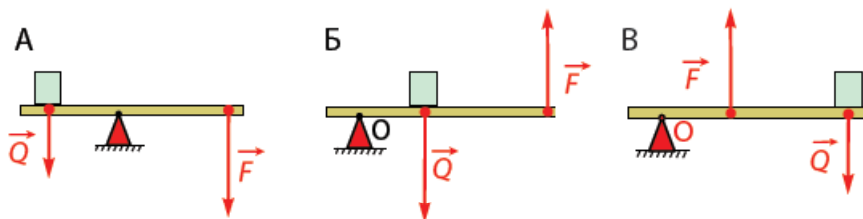
Б) Доња вилица као двострана полуга.



Слика 3.4.8: Највећу силу угриза међу животињама има бела ајкула 17 600 N, а десет пута већу снагу угриза имала би праисторијска ајкула мегалодон.



- Које су то једностране, а које двостране полуге?
- Који су услови за равнотежу полуге?
- Сваком предмету придружити одговарајући тип полуге.



маказе



крцкалица



чекић за извлачење ексера



пинцета



штипаљка



отварач



колица



чекић за закупавање ексера



ашов

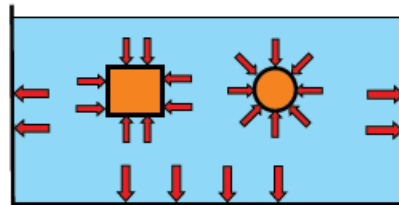
# 3.5. СИЛА ПОТИСКА У ТЕЧНОСТИ И ГАСОВИМА

- сила притиска
- хидростатички притисак,
- сила потиска
- Архимедов закон



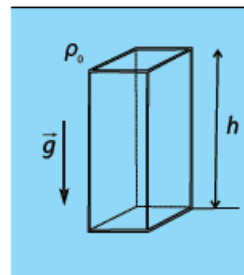
**Притисак** у чврстим телима бројчано је једнак сили која делује нормално на јединицу површине:  $p = \frac{F}{S}$ . Мерна јединица је паскал (Pa).

Унутар течности и гасова притисак настаје због међусобних судара молекула. У околини сваке тачке притисак је једнак у свим правцима. На зидове суда у коме се налази течност или гас, као и на тела која се налазе у њима, притисак делује нормално на површину.



Слика 3.5.1: Притисак у течностима.

У течностима које мирују, **хидростатички притисак**  $p_h$  је разлика притисака између две тачке које се налазе на правцу силе Земљине теже. Једнак је притиску који уочени стуб течности, због своје тежине, прави на хоризонталну површину испод ње. Рачунамо га по формули  $p_h = \rho_0 \cdot g \cdot h$ , где је  $\rho_0$  – густина течности,  $h$  – висина стуба течности, а  $g$  – убрзање Земљине теже.

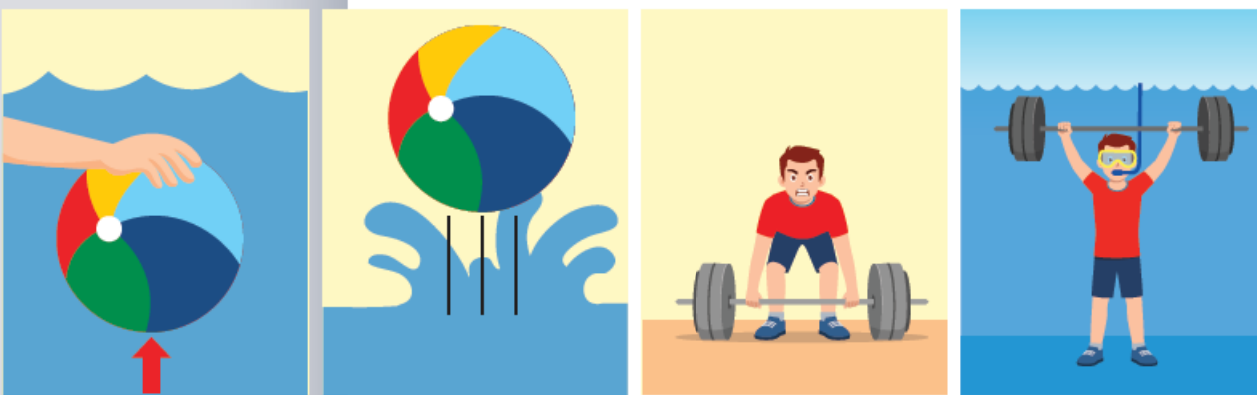


Слика 3.5.2: Хидростатички притисак.

**Сила притиска**  $F$  је сила којом течност делује на било коју површину која се у њој налази.

Ако све тачке површине  $S$  имају исти притисак  $p$ , силу притиска рачунамо по формули  $F = p \cdot S$ .

Када се током лета играмо лоптом за воду, након што је потопимо, па пустимо, лопта искаче из воде. Такође примећујемо да током потапања на лопту делује сила усмерена навише, која се одупире потапању. Покушамо ли да дигнемо неки терет ван воде, урадићемо то много теже него да исти терет дижемо у води. Као да у води постајемо снажнији или предмети постају лакши.



А

Б

Слике 3.5.3: А) Потапање лопте у воду Б) Како постајемо јачи у води



Сила којом вода делује на лопту током потапања назива се **сила потиска**. Има супротан смер од смера силе Земљине теже.

**Сила потиска је сила којом течности и гасови делују на тела која се налазе у њима.**

## ОДРЕЂИВАЊЕ БРОЈЧАНЕ ВРЕДНОСТИ СИЛЕ ПОТИСКА ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИМ ПУТЕМ



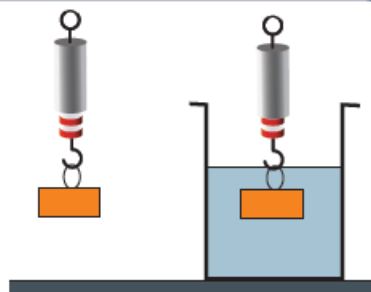
### Одређивање силе потиска

Узмимо неко тело и окачимо га о динамометар, као на слици 3.5.4. Динамометар тада показује тежину тела  $Q_1$ . Ако сада то исто тело, окачено о динамометар, потопимо у воду, уочавамо да динамометар показује мању вредност тежине тела  $Q_2, Q_2 < Q_1$  због силе потиска која делује на тело. То смањује резултујућу силу којом тело истеже опругу динамометра. Забележимо колика је разлика показивања динамометра у првом и другом случају:  $\Delta F = Q_1 - Q_2$ .

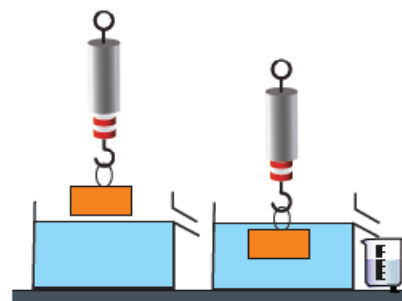
Слика 3.5.4: У течностима тела имају мању тежину.

Напунимо сада суд који има отвор са стране, тачно до висине отвора. Потопимо то исто тело у суд, а пре потапања поставимо испред отвора мензур у коју ће се прелити вода из суда. Запремина воде која се прелила једнака је запремини тела које је потопљено у воду. На основу запремине преливене воде  $V$  коју смо очитали на скали мензуре, рачунамо масу воде  $m_0 = \rho_0 \cdot V$ , где је  $\rho_0$  – густина воде. Тежина тог дела воде је  $Q_0 = m_0 \cdot g$ . Разлика показивања динамометра  $\Delta F$  биће баш једнака тој тежини,  $\Delta F = Q_0$ .

**Сила потиска бројчано је једнака тежини течности коју је тело истиснуло својом запремином.**



Слика 3.5.4: У течностима тела имају мању тежину.



Слика 3.5.5: Одређивање силе потиска.

Закључак до којег смо дошли назива се **Архимедов закон**. Архимед је морао за краља Сиракузе да реши проблем везан за састав његове круне. Краљ је сумњао да га је његов златар преварио и да за круну није користио само злато, него и сребро, које је јефтиније. Архимед је морао некако да провери да ли у круни има сребра, али да не оштети круну.

Док је размишљао о том проблему, решио је да се мало опусти у кади до врха пуној топле воде. Док је улазио у њу, вода се прелила преко и њему у том тренутку пада на памет решење проблема и изговара своје чувено: „Еурека!“.

После га је његова супруга добро изгрдила због тога што је био непажљив, и није водио рачуна о томе да током купања не просипа воду по плочицама.

$$\text{Сила потиска: } F_{\text{pot}} = \Delta F = m_0 \cdot g = \rho_0 \cdot V \cdot g.$$

**Сила потиска се израчунава као производ густине течности, запремине тела или дела тела који је потопљен и убрзања Земљине теже:**

$$F_{\text{pot}} = \rho_0 \cdot V \cdot g.$$

**-Eureka!**



Слика 3.5.6: Архимед.

**3.5.1.** Израчунати разлику тежина гвоздене кугле запремине  $0,1 \text{ m}^3$  када се налази у ваздуху и када је потопљена у воду. Густина гвожђа је  $7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ , а воде  $1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ . Колика је тежина кугле у ваздуху, а колика у води?

**Физичка појава:** промена тежине тела услед деловања силе потиска.

**Поставка задатка:**

- запремина кугле  $V = 0,1 \text{ m}^3$ ,
- густина тела  $\rho = 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
- густина воде  $\rho_0 = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ .

**Тражи се:** тежина кугле у ваздуху  $Q_1$  и у води  $Q_2$  и њихова разлика  $Q_1 - Q_2$ .

**Решење:** разлика тежина кугле у води и ваздуху једнака је сили потиска која делује на куглу у води:

$$Q_1 - Q_2 = F_{\text{pot}} = \rho_0 \cdot V \cdot g =$$

$$1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0,1 \text{ m}^3 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1000 \text{ N}$$

Тежина кугле у ваздуху је

$$Q_1 = \rho \cdot V \cdot g = 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0,1 \text{ m}^3 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 7800 \text{ N},$$

а у води тежина кугле је мања за вредност силе потиска  $Q_2 = Q_1 - F_{\text{pot}} = 6800 \text{ N} = 6,8 \text{ kN}$ .



ОГЛЕД

**Од чега зависи сила потиска?**

Потопимо два тела, окачена о динамометре, која имају исте масе, а различите запремине, у посуду са водом.

Након потапања динамометар, о који је окачено тело веће запремине, показиваће мању вредност, што значи да је тежина већег тела смањена за већу вредност.

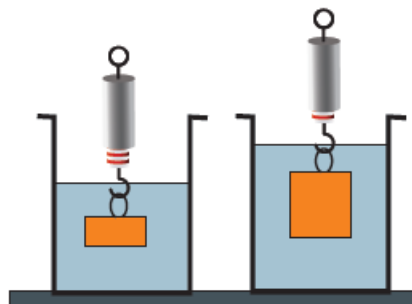
**Сила потиска је јача што је већа запремина потопљеног тела.**

Потопимо сада исто тело, окачено о динамометар, прво у посуду у којој је обична вода, а затим у посуду са сланом водом. У посуду са сланом водом тежина тела ће се више смањити.

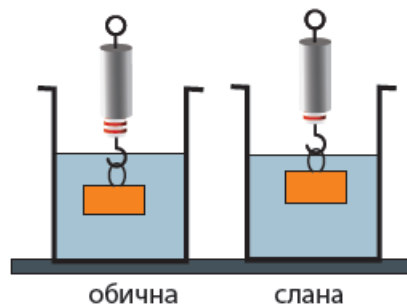
**Напомена:** Да би се приметила ова разлика, у води мора бити растворена велика количина соли.

**Сила потиска је већа што је већа густина течности у којој се тело налази.**

То је и разлог зашто нам је лакше да се одржавамо на површини морске воде него у базену.



Слика 3.5.7: Сила потиска расте са запремином тела.



Слика 3.5.8: Сила потиска је јача са густином течности.



- Која је разлика између силе притиска и силе потиска?
- Како гласи Архимедов закон?
- Да ли сила потиска зависи од дубине на којој се тело налази?
- Ако бисмо испустили пуну флашу воде у којој се налази потопљена куглица, да ли би се у тренутку пада променила сила потиска којом вода делује на њу?
- Од чега зависи сила потиска?

# 3.6. ПЛИВАЊЕ И ТОЊЕЊЕ ТЕЛА

## ПОДСЕЃАЊЕ

Сила потиска је сила којом течности и гасови делују на тела која се налазе у њима.

**Архимедов закон:** Сила потиска бројчано је једнака тежини течности коју је тело истиснуло својом запремином.

Рачунамо је по формули  $F_{\text{пот}} = \rho_0 \cdot V \cdot g$ , где је  $\rho_0$  – густина течности у којој се тело налази,

$V$  – запремина тела која се налази у течности и  $g$  – убрзање силе Земљине теже.



Слика 3.6.1: Брод на дну океана.

Мора и океани крију многе тајне. Неке од њих су стари потопљени бродови. Да би се извршила потребна истраживања, неопходно их је извући са дна на површину. Понтонске дизалице имају у томе једну од кључних улога. Понтони – цистерне, који се по потреби могу пунити и празнити, пуне се прво водом да би потонули до неког брода којег извлачимо са дна (слика А). Након што се причврсте за брод, вода се избацује из понтона ваздухом који се убацује под јаким притиском. Тако се добија сила која делује навише на брод и понтон (слика Б).

На истом принципу рибе регулишу дубину на којој се налазе помоћу рибљег мехура.



Рибљи мехур је потпуно испуњен ваздухом – риба плива ка површини воде.

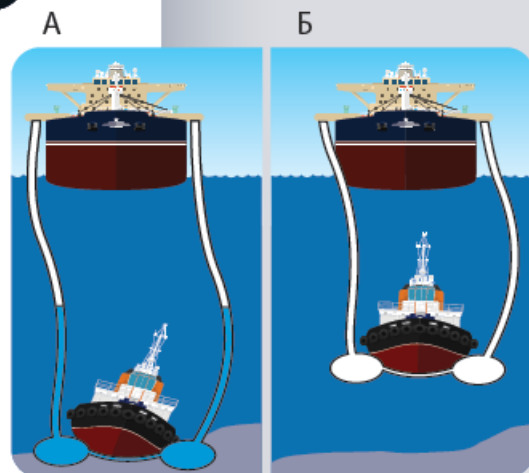


Мехур је делимично испуњен ваздухом – риба остаје на истој дубини.



У мехуру има јако мало ваздуха – риба тоне ка дну.

- тело плива
- лебди (плута) и тоне
- средња густина тела
- Картезијански гњурац



Слика 3.6.2: Принцип рада понтонске дизалице.



Слика 3.6.4: Када тела пливају, један део је изван воде.

Приметимо прво, да када неко **тело плива**, запремина  $V$  тог тела није цела у води, него само њен део  $V_p$  ( $V_p < V$ ).

Када тело **лебди** или **плута**, тада је целом запремином уроњено у течност ( $V_p = V$ ).

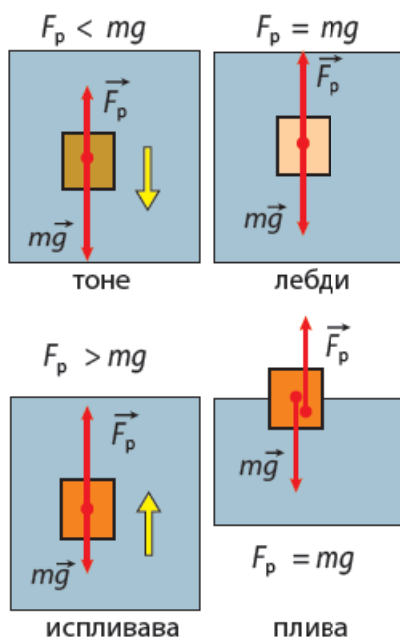
Размотримо сада услове од којих зависи да ли ће тело пливати или лебдети.

Када је тело у равнотежи, тада је резултанта сила које делују на њега једнака нули. За случај када је тело у течности, на њега делују две супротно усмерене силе – сила Земљине теже,  $F_g = m \cdot g$ , и сила потиска,  $F_{pot} = \rho_0 \cdot V_p \cdot g$ . У равнотежи су ове две силе једнаке,  $F_g = F_{pot}$  односно  $m \cdot g = \rho_0 \cdot V_p \cdot g$ . Ако масу тела  $m$  изразимо као производ густине  $\rho$  и запремине тела  $V$ ,  $m = \rho \cdot V$ , добијамо да је

$$\rho \cdot V = \rho_0 \cdot V_p$$

Када тело плива,  $V_p < V$ , следи да је  $\rho < \rho_0$  (густина тела је мања од густине течности).

Када тело лебди,  $V_p = V$ , следи да је  $\rho = \rho_0$  (густина тела једнака је густини течности).



**Тела пливају ако им је густина мања, а лебде када им је густина иста као густина течности.**

Ако је сила Земљине теже већа од силе потиска  $F_g > F_{pot}$ , тело ће тонути (густина тела је већа од густине течности).

**Тело тоне када је веће густине од густине течности.**

Слика 3.6.5: У зависности од односа силе потиска  $F_{pot}$  и силе Земљине теже  $F_g = m \cdot g$ , тело тоне, лебди, испливава или плива.

### ЗАДАТАК

**3.6.1.** Тело масе 50 kg и запремине  $0,02 \text{ m}^3$  налази се у води густине  $\rho_0 = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ . Да ли тело плива, тоне или лебди?

**Физичка појава:** пливање и тоњење.

**Поставка задатка:**

- маса тела  $m = 50 \text{ kg}$ ,
- запремина тела  $V = 0,02 \text{ m}^3$ ,
- густина воде  $\rho_0 = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ .

**Тражи се:** да ли тело плива, лебди или тоне?

**Решење:** густина тела је  $\rho = \frac{m}{V} = \frac{50 \text{ kg}}{0,02 \text{ m}^3} = 2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ . Пошто му је густина већа од густине воде,  $\rho > \rho_0$ , тело ће тонути.



**3.6.2.** Тело масе 50 kg и запремине 0,05 m<sup>3</sup> налази се у води густине  $\rho_0 = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ . Да ли тело плива, тоне или лебди?

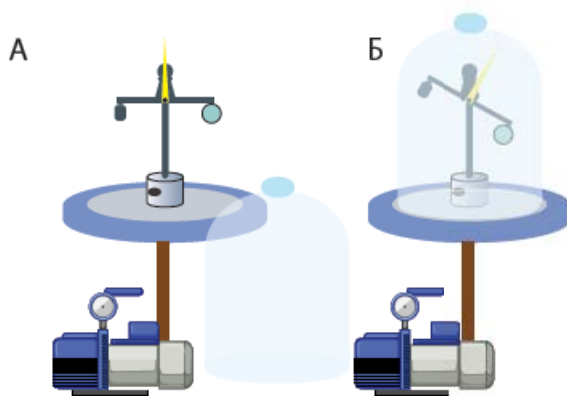
**Решење:** густина тела је  $\rho = \frac{m}{V} = \frac{50 \text{ kg}}{0,05 \text{ m}^3} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ . Пошто му је густина једнака густини воде,  $\rho = \rho_0$ , тело ће лебдети.

У многим телима маса није равномерно распоређена по унутрашњости (на пример, код тела са шупљинама или код оних која се састоје од различитих материјала: дрво, метал, пластика и сл.). У том случају, за таква тела дефинишемо **средњу густину**  $\rho_s$ , која је једнака количнику укупне масе  $m_u$  и запремине тела  $V$ :

$$\rho_s = \frac{m_u}{V}.$$

Сада можемо да објаснимо принцип рада понтонске дизалице и начина на који риба мења дубину. Убацивањем ваздуха и истискивањем воде из понтона, смањујемо укупну масу понтона и брода. Тиме смањујемо њихову средњу густину док не постане мања од густине течности, услед чега брод и понтон испливавају на површину. Код рибе, повећањем или смањењем мехура повећава се или смањује запремина, док се укупна маса не мења. На тај начин се мења и средња густина рибе, тј. када се смањује, риба испливава, а када се повећава, она тоне.

## СИЛА ПОТИСКА У ВАЗДУХУ



Слика 3.6.6: Демонстрациони оглед којим показујемо постојање силе потиска у ваздуху.

На слици 3.6.6. А приказане су осетљиве терезије у равнотежи. На једном крају се налази стаклена кугла, а на другом тег одговарајуће тежине. На слици 3.6.6.Б терезије покривамо стакленим звоном, а вакуум пумпом извлачимо ваздух испод ње. Равнотежа се нарушава и крак терезија се нагиње на страну стаклене кугле.

Док су терезије у равнотежи, моменти сила тежине кугле и тегу су једнаки. Тежина кугле је тада једнака разлици силе Земљине теже и силе потиска ваздуха. Када извучемо ваздух из стакленог звона, смањујемо његову густину и самим тим и силу потиска која делује на куглу. Тада ће тежина кугле бити приближно једнака сили Земљине теже.



Слика 3.6.7: Цепелини су балони испуњени углавном хелијумом (некада се користио водоник). Густина хелијума је 6,5 пута мања од густине ваздуха, што омогућава њихов лет. У гондоли која је причвршћена за доњи део цепелина има места за око двадесетак особа. Такође се користе и за пренос терета као што су делови мостова, делови термоцентрали и хидроцентрали или сличне машинске конструкције.

## НЕКИ ОД ОГЛЕДА КОЈИМА СЕ МОЖЕ ДЕМОНСТРИРАТИ ПЛИВАЊЕ ИЛИ ТОЊЕЊЕ ТЕЛА



ОГЛЕД

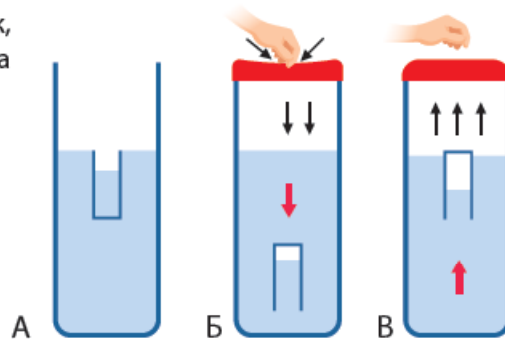
### КАРТЕЗИЈАНСКИ ГЊУРАЦ

За овај експеримент потребни су нам мензура, мања епрувета и комад гуме од старог дечјег балона.

- У мензуру са насутом водом усправно се стави епрувета. У епрувету се сипа вода све док се отворен крај епрувете и ниво воде у мензури не поравнају (слика 3.6.7.А).
- Прстом се затвори епрувета и тај део са отвором се загњури у воду у мензури и одмах се склони прст. Тако је у епрувети заробљен један део ваздуха.
- Преко отвора мензуре навући гуму од балона.
- Притиском на гумену мембрану, епрувета иде надолу (слика 3.6.7.Б), а кад се попусти притисак, епрувета иде нагоре (слика 3.6.7.В).

**Објашњење:** Притиском на мембрану, сабија се ваздух у мензури и вода улази у епрувету, која ће, због повећања средње густине, почети да тоне. Када ослабимо притисак, вода се повлачи из епрувете, чиме се средња густина смањује и епрувета поново испливава.

Слика 3.6.7: Картезијански гњурац. Приметимо да је запремина ваздуха у епрувети мања када епрувета тоне него када иде навише.



### Принцип рада подморнице



Слика 3.6.9: Принцип рада подморнице.



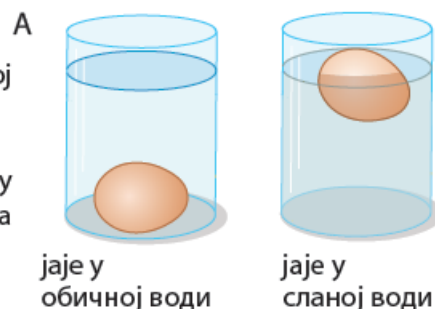
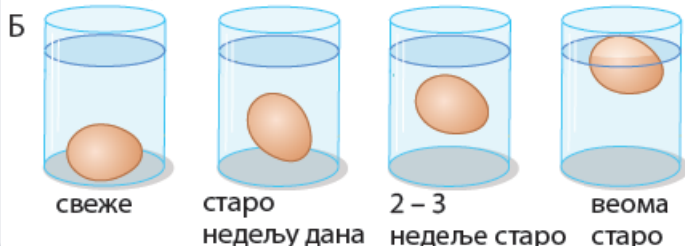
ОГЛЕД

### ЈАЈЕ У ВОДИ

А) Када јаје ставимо у обичну воду, оно ће потонути, док ће у сланој пливати због силе потиска која је већа у сланој води.

**Напомена:** И овде у воду треба ставити велику количину соли.

Б) Јаје ће с временом, због хемијских процеса који се одвијају у њему, са дна испливати на површину, јер се смањила његова средња густина.



Слика 3.6.10: Како проверити да ли је јаје свеже.



ОГЛЕД

### СУВО ГРОЖЂЕ У МИНЕРАЛНОЈ ВОДИ

Када ставимо суво грожђе у минералну воду, примећујемо да грожђице наизменично испливавају и тону.

То је због мехурића ваздуха који се каче на њих, мењајући им тако средњу гуштину. На исти начин понтони мењају средњу гуштину брода приликом извлачења са дна.



Слика 3.6.11: Грожђице у минералној води иду час доле, час горе.



ОГЛЕД

### КОЦКИЦЕ ЛЕДА У ВОДИ

Када бисмо добили чашу у којој се налазе коцкице леда, а вода је сипана скоро до врха, сигурно бисмо очекивали да ће се, након отапања леда, вода прелити. То се неће десити, јер по Архимедовом закону, вода попуњава запремину дела леда који је у води (иста маса леда заузима већу запремину од исте масе воде). Ниво воде у чаши неће се променити.



Слика 3.6.12: Након отапања леда ниво воде у чаши се неће променити.



- Када тело лебди, плива или тоне у води?
- Зашто јаје испливава на површину након што га оставимо у води неколико недеља?
- Како рибе и подморнице мењају дубину на којој се налазе?
- Теразије на чијем једном крају се налази стаклена кугла уравнотежене су испод стаклене куполе из које је извучен ваздух. Шта се дешава када у куполу опет убацимо ваздух?
- Где лакше пливамо – у мору или језеру? Зашто?



## САЖЕТАК

- **Резултанта** или **резултујућа сила**  $\vec{F}_r$  је векторски збир најмање две силе који замењује њихово деловање.
- Силе различитих праваца можемо сабирати правилом **надовезивања** или правилом **паралелограма**.
- **Компоненте силе** су силе које делују исто као и сила коју смо разложили.
- **Полуга** је чврсто тело које може да ротира око једне тачке кроз коју пролази оса ротације.
- **Момент силе** је физичка величина која бројчано описује ефикасност силе да неко тело покрене на ротацију.
- **Момент силе** бројчано је једнак производу интензитета силе  $F$  и крака силе  $d$ ,  $M = F \cdot d$ . **Крак силе** је најкраће растојање између правца деловања силе и осе ротације.
- **Резултујући момент сила**  $M_r$  је збир момената сила који делују на тело и он замењује деловање тих момената.
- **Тело је у равнотежи** када мирује или се креће равномерно праволинијски.
- **Услови за равнотежу тела:** резултујућа сила  $\vec{F}_r$  која делује на тело је једнака нули и резултујући момент сила  $M_r$  такође је једнак нули у односу на било коју тачку на телу.
- Код **једностраних полуга** силе делују са исте, а код **двостраних полуга** са различитих страна тачке ослонца.
- Стања у којима тело мирује или се креће равномерно праволинијски називају се **стања равнотеже**. Када мирује – равнотежа је **статичка**, а када се креће равномерно праволинијски – равнотежа је **динамичка**.
- Равнотежа може бити **стабилна, лабилна и индиферентна**. Након одклона из положаја равнотеже тело се враћа у тај положај ако је равнотежа стабилна, а удаљава од њега ако је лабилна. У положају индиферентне равнотеже након отклањања тело је опет у равнотежи.
- **Сила потиска** је сила којом течности и гасови делују на тела која се налазе у њима.
- **Архимедов закон:** сила потиска бројчано је једнака тежини течности коју је тело истиснуло својом запремином.
- Сила потиска једнака је производу густине течности, запремине целог тела или дела тела који је потопљен и убрзања Земљине теже,  $F_{\text{pot}} = \rho_0 \cdot V \cdot g$ .
- Сила потиска делује и у гасовима.
- **Тела пливају** када је густина мања, **лебде** када је густина једнака, а тону када им је густина **већа** од густине течности.





## ПРОВЕРИ ЗНАЊЕ

1. Ђорђе и Вања стоје на дасци као на слици. Шта можемо да закључимо?

а) Вања има већу тежину од Ђорђа.

б) Ђорђе има већу тежину од Вање.

в) Ђорђе и Вања имају једнаке тежине.

г) Равнотежа приказана на слици је немогућа за било које тежине Вање и Ђорђа.



2. Свакој физичкој величини придружи одговарајућу мерну јединицу:

а) тежина тела \_\_\_\_\_

1) m

4) N

б) крак силе \_\_\_\_\_

2) s

5)  $\frac{m}{s}$

в) момент силе \_\_\_\_\_

3) без димензије

6) Nm

3. У табели су дате густине различитих супстанци. Која од њих плива по уљу?

а) вода

б) бензин

в) алкохол

г) камени угаљ

Супстанца	Густина [ $\frac{kg}{m^3}$ ]
камени угаљ	1300
алкохол	800
бензин	750
вода	1000
уље	760

4. Допуни следеће реченице:

а) Момент силе бројчано је једнак производу интензитета силе и \_\_\_\_\_.

б) Полуге делимо на \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_.

в) Када се тело, након отклоне из положаја у коме је у равнотежи, још више удаљава од тог положаја, кажемо да је у \_\_\_\_\_ равнотежи.

г) Када је густина тела једнака густини средине у којој се налази, тада \_\_\_\_\_.

5. Када лопту потопимо у воду, након потапања она искаче из воде навише. То је због деловања:

а) силе притиска

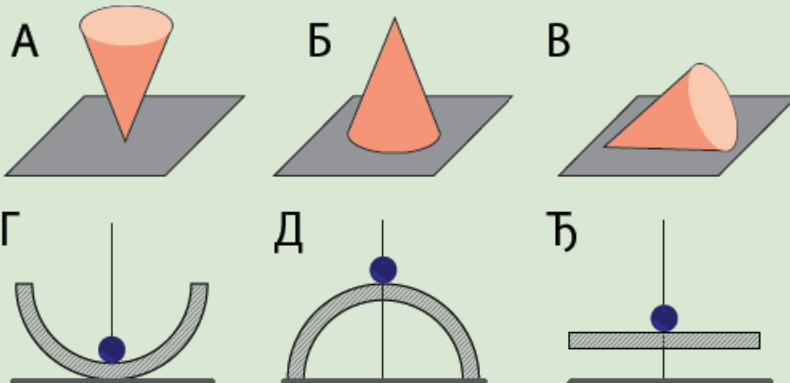
б) силе потиска

в) силе Земљине теже

г) силе отпора средине.



6. На којим сликама су тела у стабилној равнотежи?



7. Свакој од реченица придружи одговарајућу физичку величину или закон.

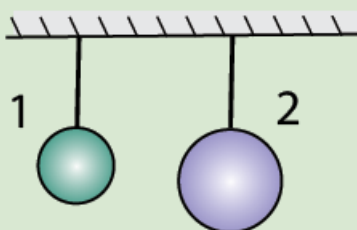
- |   |                           |
|---|---------------------------|
| а) Сила потиска бројчано је једнака тежини течности коју је тело истиснуло. _____ | 1. сила притиска          |
| б) Резултујућа сила којом средина делује на тела у њој. _____                     | 2. сила потиска           |
| в) Притисак стуба течности којом делује на дно посуде. _____                      | 3. хидростатички притисак |
| г) Сила којом течност делује на било коју површину која се налази у њој. _____    | 4. Архимедов закон        |

8. Заокружи тачне одговоре.

Сила потиска има следеће особине:

- а) зависи од дубине на којој се тело налази,
- б) делује на потопљено тело у свим правцима,
- в) зависи од густине течности и запремине потопљеног дела тела,
- г) не зависи од густине тела.

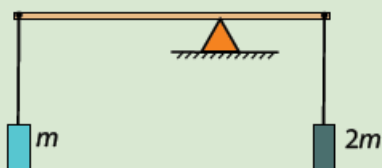
9. Гумене кугле 1 и 2 имају исте масе. Нађи однос њихових тежина  $Q_1$  и  $Q_2$  тако што ћеш између њих уписати знак  $<$ ,  $>$  или  $=$  за случајеве када су кугле у:



- а) вакууму  $Q_1$  \_\_\_\_\_  $Q_2$ ; б) ваздуху  $Q_1$  \_\_\_\_\_  $Q_2$ ; в) води  $Q_1$  \_\_\_\_\_  $Q_2$



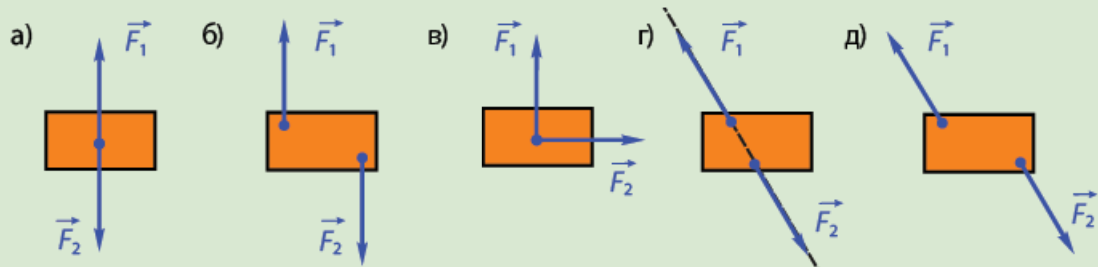
10. Одговори са **ДА** или **НЕ**.



Систем приказан на слици је у равнотежи. Да ли ће се нарушити равнотежа ако се:

- а) тела маса  $m$  и  $2m$ , која имају исте запремине, потопе у воду \_\_\_\_\_,
- б) уместо тела масе  $m$  окачи тело масе  $2m$ , а уместо тела масе  $2m$  окачи тело масе  $4m$ ? \_\_\_\_\_

11. На којим од датих слика је могуће да тело буде у равнотежи при деловању сила  $F_1$  и  $F_2$ ?



12. Одговори са: **ПОВЕЋАВА СЕ**, **СМАЊУЈЕ СЕ** или **НЕ МЕЊА СЕ**.

На тело делује сила чији је момент различит од нуле. Како се мења интензитет момента силе ако се смањује:

- а) удаљеност нападне тачке силе од осе ротације \_\_\_\_\_,
- б) маса тела на које та сила делује \_\_\_\_\_,
- в) интензитет силе \_\_\_\_\_.

13. Девојчица седи у чамцу. Од датих сила допиши на црту одговарајуће бројеве сила које делују:

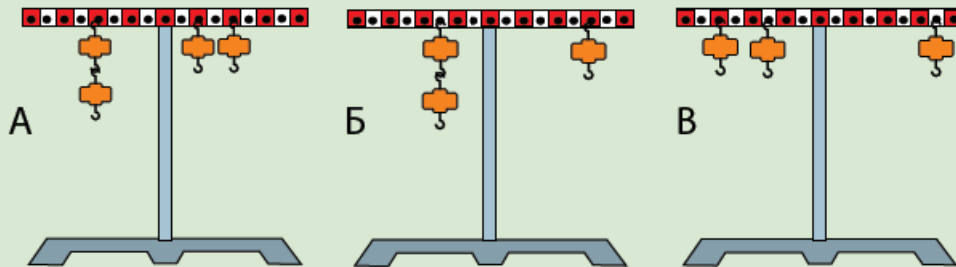
1. сила Земљине теже
2. сила потиска воде
3. тежина чамца
4. тежина девојчице
5. сила реакције од дна чамца.



- а) на девојчицу \_\_\_\_\_,
- б) на чамац \_\_\_\_\_.



14. На којој од следећих слика је систем у равнотежи? Сви тегови су исте масе.



15. За балоне истих маса од 10 g, који лебде у ваздуху, закачени су танки канапи. Маса краћег канапа је 2 g, а дужег 3 g.



а) Колики су интензитети резултујућих сила које делују на сваки балон?

плави балон :  $F_r = \text{___ N}$

црвени балон :  $F_r = \text{___ N}$

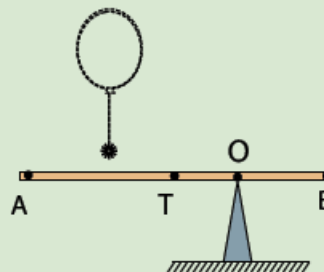
б) Колики су интензитети сила потиска које делују на балоне?

плави балон  $F_{\text{pot}} = \text{___ N}$

црвени балон  $F_{\text{pot}} = \text{___ N}$

16. У којој од тачака би требало узети балон са слике да би хомогена греда могла да буде у равнотежи у хоризонталном положају?

- а) у тачки А,
- б) у тежишту греде Т,
- в) у тачки ослоњаца О,
- г) у тачки В.



\*17. Наћи интензитет сила  $F_1$  и  $F_2$  да би телом масе  $m = 2 \text{ kg}$  било у равнотежи. Нити су лаке и неистегљиве. Наћи решење за случајеве приказане на сликама А и Б:

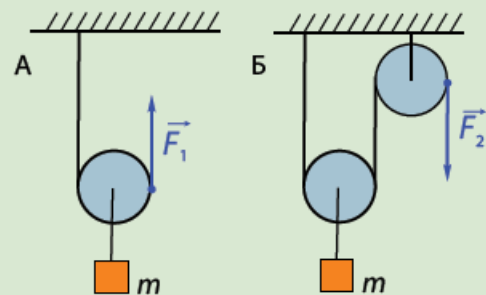
а) Када су сви котурови лаки (маса им је занемарљива):

за слику А:  $F_1 = \text{___ N}$ ;

за слику Б:  $F_2 = \text{___ N}$

б) Када је маса сваког котура на слици А и Б 1 kg:

за слику А:  $F_1 = \text{___ N}$ ; за слику Б:  $F_2 = \text{___ N}$

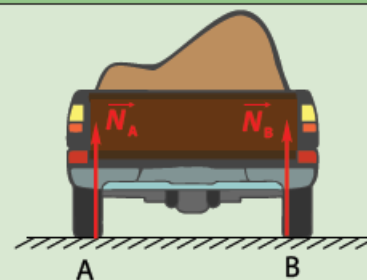




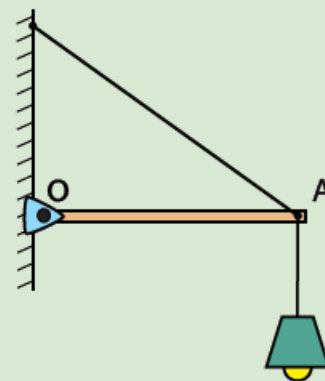
18. На слици је приказана приколица са неравномерно распоређеним теретом.  $N_A$  и  $N_B$  су силе реакције подлоге на тачкове. Заокружи тачно тврђење:

**Напомена:** векторима на слици нису приказани прави интензитети сила реакције, него само правци и нападне тачке.

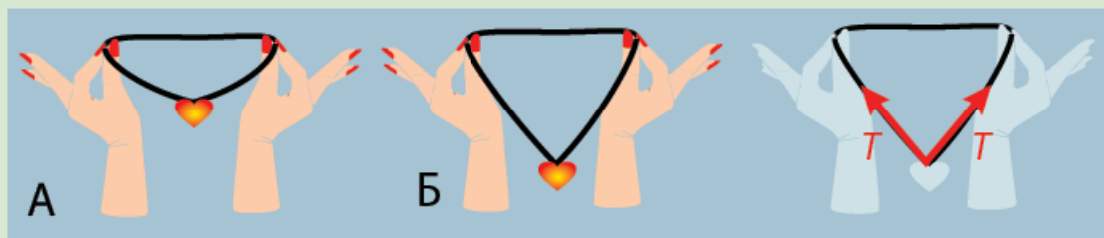
- а)  $N_A < N_B$ ,
- б)  $N_A = N_B$ ,
- в)  $N_A > N_B$ .



19. Хомогени штап зглобно је учвршћен за зид у тачки О. Штап се држи у равнотежи помоћу затегнутог ужета чији је други крај везан за зид као на слици. У тачки А везана је лампа. Уцртати резултујућу силу којом лампа и уже делују на штап, користећи правило паралелограма.



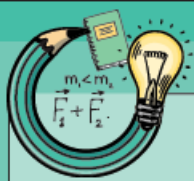
20. На сликама А и Б видите руке које држе огрлице за које су окачени медаљони исте масе  $m$ .



Силе затезања  $T$  у огрлици.

Која од наведених тврђења су тачна?

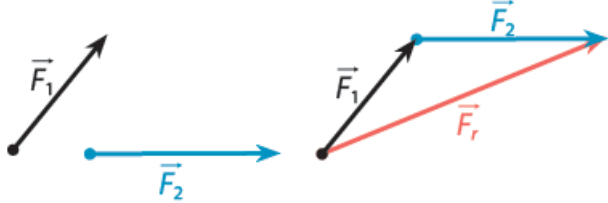
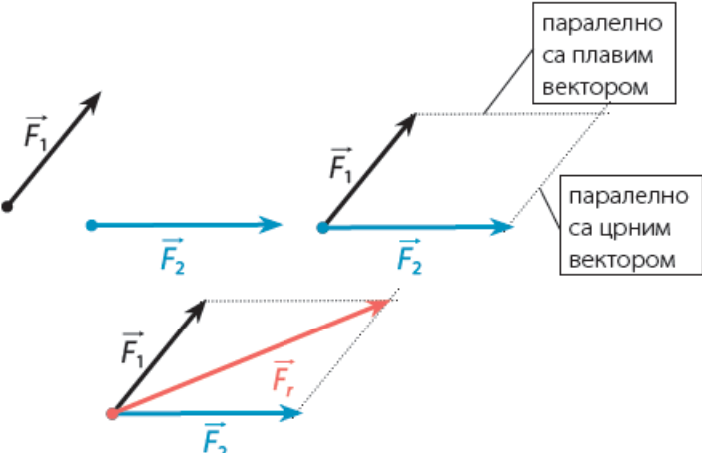
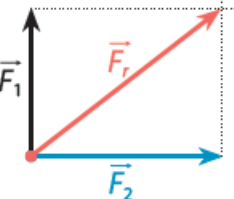
- а) Резултујућа сила затезања огрлице која делује на медаљон једнака је сили Земљине теже која делује на медаљон.
- б) Збир интензитета сила затезања огрлице једнак је сили Земљине теже која делује на медаљон.
- в) Векторски збир сила затезања огрлице једнак је сили Земљине теже која делује на медаљон.
- г) Сила затезања је већа у дужој огрлици.
- д) Интензитети сила затезања су исти у обе огрлице.



## ОСНОВНЕ ФОРМУЛЕ

САБИРАЊЕ И РАЗЛАГАЊЕ СИЛА. МОМЕНТ СИЛЕ.

РАВНОТЕЖА. СИЛА ПОТИСКА.

<p>Сабирање сила правилком надовезивања</p>	 <p><math>\vec{F}_1</math> и <math>\vec{F}_2</math> силе које сабирамо <math>\vec{F}_r</math> резултанта (збир) сила</p>
<p>Сабирање сила правилком паралелограма</p>	 <p>паралелно са плавим вектором паралелно са црним вектором</p>
<p>Разлагање силе на компоненте</p>	 <p><math>F_r = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}</math></p>
<p>Момент силе</p>	<p><math>M = F \cdot d</math> <math>F</math> – интензитет силе <math>d</math> – крак силе</p>
<p>Услови равнотеже</p>	<p><math>\vec{F}_r = 0</math>    <math>\vec{M}_r = 0</math> <math>\vec{F}_r</math> резултујућа сила <math>M_r</math> – резултујући момент силе</p>
<p>Сила потиска</p>	<p><math>F_{\text{pot}} = \rho_0 \cdot V \cdot g</math> <math>\rho_0</math> – густина течности или ваздуха <math>V</math> – запремина целог тела или дела тела <math>g</math> – убрзање Земљине теже</p>



## ЗАДАЦИ

### • СЛАГАЊЕ И РАЗЛАГАЊЕ СИЛА

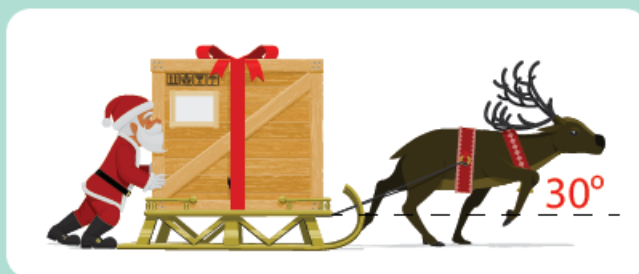
1. Два хокејаша се боре да добију пак током игре. У истом моменту налећу и ударају у њега врховима штапова под правим углом. Хокејаш који игра за плави тим удара силом од 40 N, а хокејаш који игра за црвени тим силом од 30 N. Колика је резултујућа сила која делује на пак?



**Физичка појава:** деловање сила различитих праваца .

2. У неком следећем моменту, иста два хокејаша из предходног задатка се боре за пак, али овог пута обојица ударају силама од 4 N под правим углом. Колика је резултујућа сила која делује на пак? Под којим углом у односу на смер ударца (силе) сваког хокејаша ће се кретати пак?

3. Деда Мраз и његов ирвас покрећу санке са претешком кутијом пуном поклоне. Кутија је толико тешка да је Деда Мраз морао да сиђе са санки и помогне ирвасу тако што ће погурати санке. Ако је угао између ужета које вуче ирвас и хоризонталног пута  $30^\circ$ , а Деда Мраз гура санке у хоризонталном правцу, колика је резултујућа хоризонтална сила којом ирвас и Деда Мраз заједно делују на санке? Интезитети сила којом ирвас вуче, а Деда Мраз гура санке су једнаки и износе 500 N.

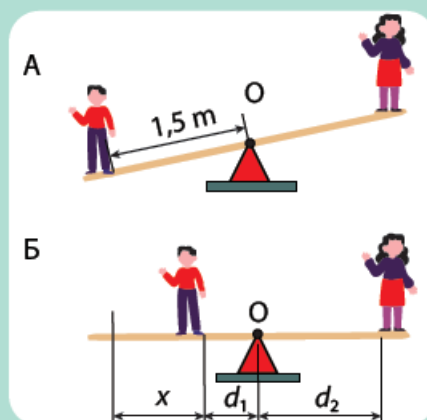


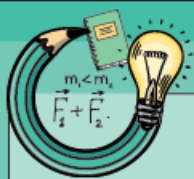
**Физичка појава:** слагање сила и разлагање силе на компоненте.

### • РАВНОТЕЖА ТЕЛА

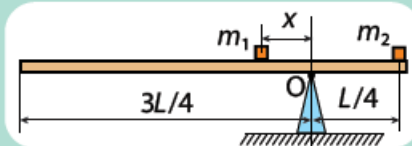
4. Маша и Лазар стоје на хомогеној дасци (слика). Средина даске (тежиште) се налази на ослонцу О. Када обоје стоје на крајевима даске, она је у положају као на слици А. За које растојање Лазар треба да приђе ослонцу да би даска била у равнотежи у хоризонталном положају? Машина маса је 50 kg, а Лазарева 60 kg. Дужина даске је 3 m.

**Физичка појава:** равнотежа .

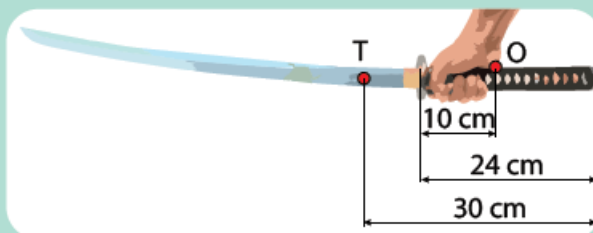




5. На лаку греду дужине  $L = 160$  cm постављена су два мала тела маса 5 kg и 6 kg, као на слици. За које растојање  $x$  греда мирује у хоризонталном положају?

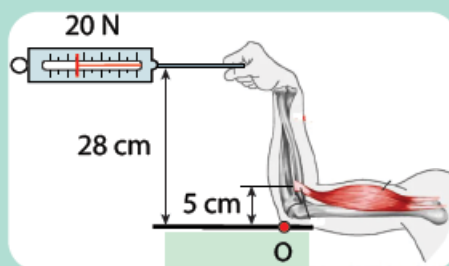


6. Катана је један од мачева који везујемо за јапанске ратнике – самураје. Већина вас је видела катану у аниме филмовима. На слици видите правилан положај руке која држи катану у хоризонталном положају. Тада је тачка ослоњаца  $O$  у том положају у бриду длана. Тежиште мача је на растојању 30 cm од краја дршке. Ширина длана је 10 cm, а дужина дршке катане 24 cm. Маса катане је 1 kg. Коликим моментом силе треба деловати на дршку да би катана остала у хоризонталном положају?

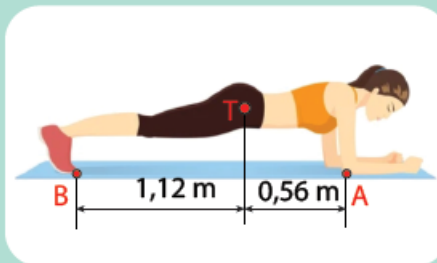


**Упутство:** да би катана остала у хоризонталном положају, момент силе теже катане мора да се изједначи са моментом силе којом се делује на дршку.)

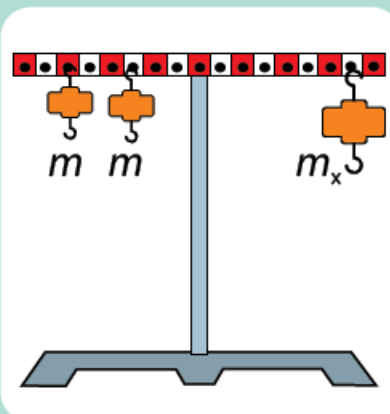
7. Којом силом делују мишићи бицепса на кост руке са слике да би динамометар показивао 20 N? Лакат је наслоњен на сто у тачки  $O$ .



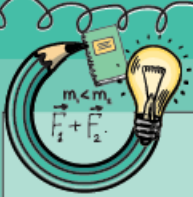
8. Маша редовно вежба јер води рачуна о свом здрављу. На слици она ради вежбу која се зове планк или издржај. Њено тежиште  $T$  удаљено је од руку 0,56 m (тачка  $A$ ), а од стопала 1,12 m (тачка  $B$ ). Машина маса је 57,9 kg. Колика је сила којом Маша притиска под стопалима?



9. Колика треба да буде маса тега на десној страни  $m_x$  на слици да би систем био у равнотежи? Масе тегова на левој страни су једнаке и износе по  $m = 5$  kg. Тегови са леве стране су удаљени од држача редом за 30 cm и 60 cm. Тег  $m_x$  је удаљен од држача за 70 cm.





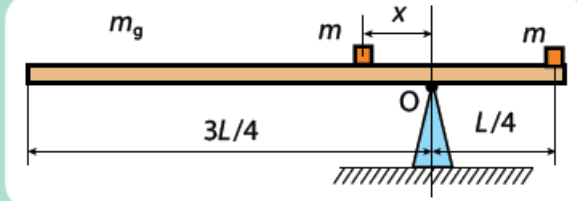


10. На хомогену греду масе 3 kg и дужине 160 cm постављена су два мала тела једнаких маса,  $m = 6$  kg, као на слици.

а) За које растојање  $x$  греда мирује у хоризонталном положају?

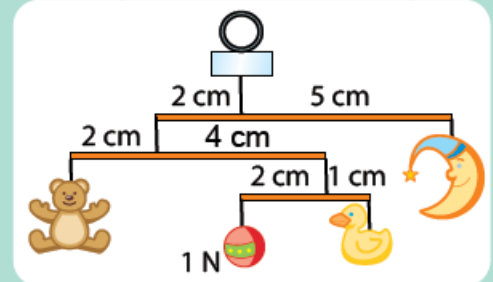
б) Коликом силом греда и тела притискају ослонац  $O$  и коликом силом реакције ослонац делује на греду?

Напомена: У овом случају, када не занемарујемо масу греде, узимамо у обзир и момент силе Земљине теже, која, ако је греда хомогена, има нападну тачку у њеном центру.



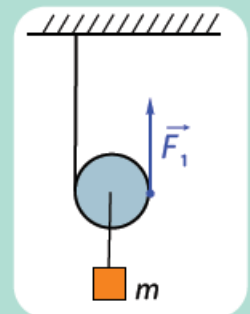
11. Играчка која се обично качи изнад кревета са бебом састоји се од четири играчкице које су окачене о лаке штапове као на слици. Колика је тежина осталих играчки ако је тежина лопте 1 N?

**Мала помоћ:** прво изједначити моменте тежина код најниже полуге са лоптом и патком, затим са медведом на једној и лоптом и патком на другој страни и, на крају, полуге са медведом, лоптом и патком на једној и месецом на другој страни).

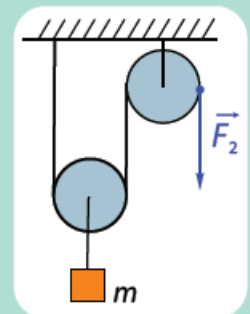


12. Наћи интензитет силе  $F_1$  да би тело масе  $m = 2$  kg било у равнотежи. Неистегљива нит, на коју је окачен котур са теретом, на једном крају је окачена за плафон, а на другом делује сила  $F_1$  (слика). Маса котура и нити су занемарљиве.

**Напомена:** Приметити да уз помоћ котурова, као и код полуге, можемо држати мањом силом тела већих тежина у равнотежи. У овом случају држимо терет у равнотежи силом два пута мањом од његове тежине.



13. Наћи интензитет силе  $F_2$  да би тело масе  $m = 2$  kg било у равнотежи. О неистегљиву нит окачен је котур са теретом, један крај је везан за плафон, други је пребачен преко другог котура и на његовом крају делује сила  $F_2$  (слика). Маса котурова и нити су занемарљиве.



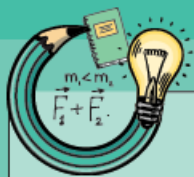
### СИЛА ПОТИСКА

14. Колики је однос сила потисака које делују на два тела која пливају у води, при чему је прво тело потопљено до половине, а друго до трећине своје запремине?

**Физичка појава:** пливање.

15. Израчунати разлику тежина тега када се налази у ваздуху и када је потопљено у воду. Маса тега је 5 kg, а густина материјала од које је направљен  $7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ . Густина воде је  $1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ .

**Физичка појава:** смањење тежине тела у води.



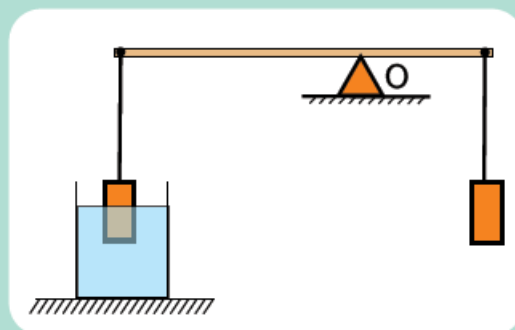
16. Два тела istih gustina,  $\rho_1 = \rho_2 = 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ , potopljena su u vodu. Prvo telo, mase 5 kg, ima dva puta maњу zapreminu od drugog. Izračunati razliku težina ovih tela u vodi. Gustina vode je  $1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ .

17. Mali pingvin mase 1 kg popeo se na santu leda zapremine  $200 \text{ dm}^3$  da bi se sklonio od gladne orke koja ga je jurila. Pri tome je dešetina sante leda potopljeno u vodu. Koliko još pingvina, iste mase, može da stane na tu santu, ako su bezbedni sve dok je makar dvadeseti deo sante izvan vode? Gustina vode je  $1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ .

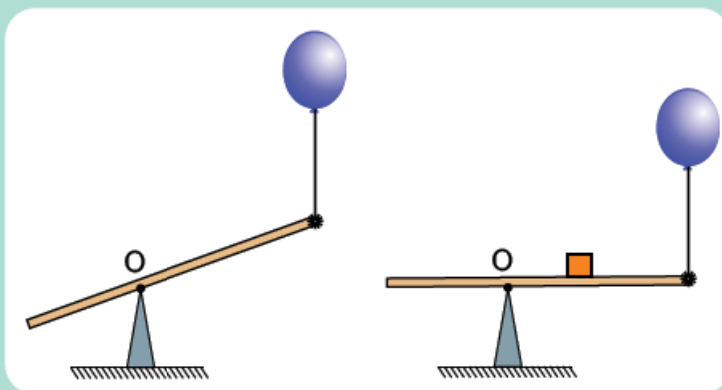


### • РАВНОТЕЖА И СИЛА ПОТИСКА

18. На крајевима лаког штапа окачена су два тега, као на слици. Леви тег је потопљен у воду до половине своје запремине. Оба тег имају исту масу и направљена су од истог материјала густине  $\rho = 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ . Gustina vode je  $\rho_0 = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ . Штап је у равнотежи. Ако је тачка вешања тега потопљеног у воду удаљена од ослонца 1 m, колико је удаљена тачка вешања другог тега?



19. На једном крају лаке греде, дужине 3 m, закачен је балон масе 15 g напуњен хелијумом. Нит којом је балон везан је лака и неистегљива. Ослонац је на средини греде. На ком растојању од ослонца треба ставити тег масе 5,4 g да би греда дошла у хоризонталан положај? Запремина балона је  $14 \text{ dm}^3$ , а густина ваздуха је  $1,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ .

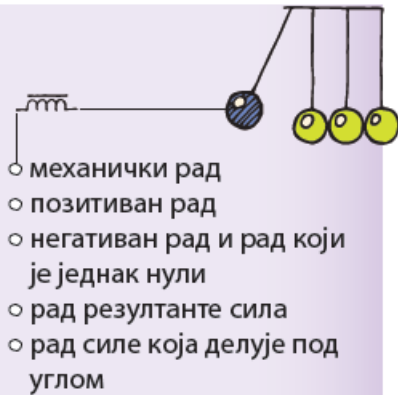


# 4 МЕХАНИЧКИ РАД, ЕНЕРГИЈА И СНАГА

- РАД, ЕНЕРГИЈА И СНАГА СПАДАЈУ У ФИЗИЧКЕ ПОЈМОВЕ КОЈЕ НАЈВИШЕ КОРИСТИМО У СВАКОДНЕВНОЈ КОМУНИКАЦИЈИ. ФИЗИЧКИМ РАДОМ И РАДОМ НА СЕБИ, ОДРЖАВАМО И УНАПРЕБУЈЕМО НАШ ЖИВОТ, КАО И СВЕ ОНО ШТО НАС ОКРУЖУЈЕ, БИЛО ДА ЈЕ РЕЧ О ОСОБАМА КОЈЕ НАС ОКРУЖУЈУ ИЛИ О ОКОЛНОСТИМА У КОЈИМА СЕ НАЛАЗИМО. ЗА СВАКИ РАД ПОТРЕБНА НАМ ЈЕ ЕНЕРГИЈА, А ДА БИ СЕ ПРОМЕНИО СВЕТ, ПОТРЕБНА ЈЕ И СНАГА.
- НЕКАДА НАМ ЈЕ БИЛО ПОТРЕБНО ВИШЕ ВРЕМЕНА И УЛОЖЕНОГ РАДА ДА БИСМО ОБАВЉАЛИ ПОСЛОВЕ КАО ШТО СУ ПРАЊЕ ВЕШТА, ПУТОВАЊЕ ИЗ ЈЕДНОГ ГРАДА У ДРУГИ, ОБРАЂИВАЊЕ ЗЕМЉИШТА. ДАНАС ТАЈ РАД ОБАВЉАЈУ ЗА НАС МАШИНЕ КОЈЕ ЗА ТАЈ РАД ДОБИЈАЈУ ЕНЕРГИЈУ ПРЕКО ЕЛЕКТРИЧНЕ СТРУЈЕ, НАФТЕ ИЛИ ГАСА. ЧЕСТО И НЕ РАЗМИШЉАМО ОДАКЛЕ ДОЛАЗИ СВА ТА ЕНЕРГИЈА КОЈА НАМ ОМОГУЂАВА ТОЛИКИ КОМФОР И СА КОЛИКО НАПОРА СЕ ДОЛАЗИ ДО ЊЕ.
- ТАКОЂЕ, ЈЕДНО ОД НАЈБИТНИЈИХ ПИТАЊА ЈЕ КОЛИКО ЕКОНОМИЧНО РАСПОЛАЖЕМО ИЗВОРИМА ЕНЕРГИЈЕ И КОЛИКА ЈЕ ЕФИКАСНОСТ КОЈОМ ЈЕ КОРИСТИМО.



# 4.1. МЕХАНИЧКИ РАД



Последица деловања силе на тело је промена брзине или деформација тела. Током кретања, тело мења свој положај и прелази одређени пут.

У операцији сабирања вектора две или више сила замењујемо једном резултујућом силом, а у операцији разлагања вектора на компоненте једну силу замењујемо најмање са две.

Силе еластичности су мера отпора које тело пружа деформацијама.



Слика 4.1.1: Примери за различите врсте радова.

У свакодневном говору под радом подразумевамо поступак путем кога можемо доћи до неких жељених или нежељених ефеката. Када желимо да средимо собу, улагањем физичког рада померамо предмете по соби и доводимо изглед собе у уредније стање. Spreмањем ручка долазимо до укусних и хранљивих оброка. У свету спорта радом својих мишића остварујемо жељене резултате: боље време у тркама, прецизније извођење борилачких техника или бољу кондицију. Сталним умним радом, кроз учење, стичемо све више знања и развијамо интелектуалне способности.

У физици, **механички рад** је врста рада који подразумева померање или деформацију тела под деловањем силе.

**Сила врши механички рад ако помера или деформише неко тело.**

Вратимо се примеру из лекције 3.1, где девојчица вуче санке тако да канап заклапа неки угао са хоризонталном подлогом.

Док вуче санке, девојчица врши механички рад, јер помера санке делујући неком силом. Тај рад је већи што је већа сила којом вуче санке и што је дужи пређени пут. Размотрићемо прво неколико једноставних случајева вршења рада како бисмо израчунали рад девојчице док вуче санке.



Слика 4.1.2: Вукући санке, девојчица врши механички рад.

## РАД СТАЛНЕ СИЛЕ КОЈА ДЕЛУЈЕ У ПРАВЦУ КРЕТАЊА ТЕЛА

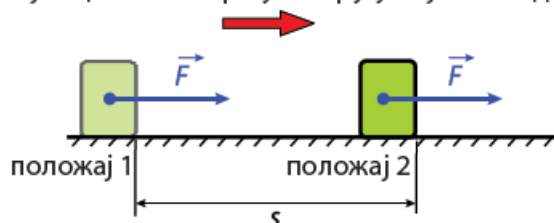
Сила делује у смеру кретања тела.

Плави рвач је јачи од црвеног. Црвени рвач се помера у смеру у коме плави делује на њега.



Слика 4.1.3: Сила делује на тело које се креће (помера) у смеру деловања силе. Померај је најкраће растојање између почетног и крајњег положаја.

Девојчица је извела великог пса у шетњу. Пас је повлачи преко повоца и девојчица се помера у смеру у којем пас делује на њу.



Слика 4.1.4: Деловањем хоризонталне силе  $F$  тело прелази из положаја 1 у положај 2, при чему прелази пут  $s$ . Црвеном стрелицом означили смо смер кретања (померања) тела.

**Када делује стална хоризонтална сила, рад се рачуна као производ силе ( $F$ ) и пута који је тело прешло ( $s$ ).**

$$A = F \cdot s$$

Рад је скаларна физичка величина. Ознака је  $A$ , а мерна јединица за рад је  $J$  (џул). Џул је изведена мерна јединица и из формуле за рад следи:

$$[A] = [F] \cdot [s] = 1 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} = 1 \text{ J}.$$

Рад од једног џула бројчано је једнак раду који изврши сила интензитета  $1 \text{ N}$  на путу од једног метра.

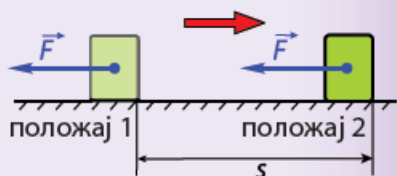
Када сила делује у смеру кретања тела, кажемо да је њен **рад позитиван**:  $A > 0$ .

Слика 4.1.5: Сила делује на тело које се креће (помера) у супротном смеру деловања те силе.

### Сила делује у супротном смеру од смера кретања тела.

Смер помераја црвеног рвача

Смер у коме црвени рвач делује на плавог рвача



Слика 4.1.6: Деловањем хоризонталне силе  $F$  тело прелази из положаја 1 у положај 2, при чему прелази пут ( $s$ ). Црвеном стрелицом означили смо смер кретања (померања) тела.



Вратимо се на пример са рвачима. Иако и црвени рвач делује на плавог, плави рвач се креће у супротном смеру деловања црвеног рвача. Пас се креће у супротном смеру од смера у коме на њега делује девојчица.

У овом случају рад рачунамо по формули:

$$A = -F \cdot s.$$

Када сила делује супротно смеру кретања тела, кажемо да је њен **рад негативан**:  $A < 0$ .

### Рад силе која не делује у правцу кретања

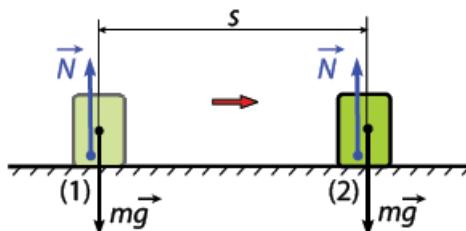
У овом случају, рад силе  $F$  се рачуна по формули:

$$A = F_p \cdot s,$$

где је  $F_p$  – компонента силе паралелна подлози, а  $s$  – пут који је тело прешло.

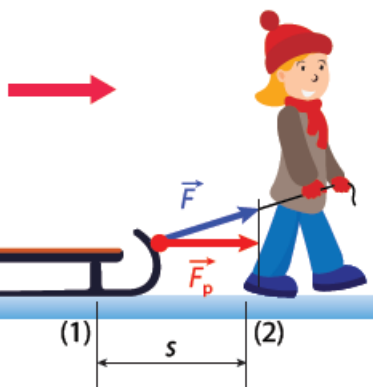
Када сила делује нормално на правац кретања тела, тада је паралелна компонента силе  $F_p = 0$ , па је и рад те силе  $A = 0$ .

На пример: током кретања тела по хоризонталној подлози, сила Земљине теже  $m \cdot \vec{g}$  и сила реакције подлоге  $\vec{N}$  нормалне су на правац кретања тела, па су њихови радови  $A_N$  и  $A_g$  једнаки нули.



Слика 4.1.8: Радови силе Земљине теже и силе реакције подлоге на хоризонталној подлози једнаки су нули.

Формуле  $A = \pm F \cdot s$  и  $A = F_p \cdot s$  важе за сталну силу.



Слика 4.1.7: Девојчица вуче санке. Сила делује под углом у односу на правац кретања тела.

Дечак подиже књигу из физике сталном вертикалном силом  $F$  на висину  $h$ . Приликом подизања, на књигу делују две силе истог правца, а супротних смерова. Сила  $F$  делује у смеру кретања књиге, а сила Земљине теже  $mg$  у супротном смеру. Рад силе  $F$  је  $A_1 = F \cdot h$ , а рад силе Земљине теже је  $A_2 = -m \cdot g \cdot h$ . Рад резултујуће силе је  $A_r = F_r \cdot s$ , где је  $F_r = F - m \cdot g$ . Добијамо:

$$A_r = (F - m \cdot g)h = F \cdot h + (-m \cdot g \cdot h) = A_1 + A_2.$$

**Рад резултанте сила** бројчано је једнак збиру радова свих сила које делују на тело. При томе узимамо у обзир да бројчане вредности радова у збиру могу бити позитивне и негативне.

## РАД СИЛЕ КОЈА ДЕФОРМИШЕ ТЕЛО



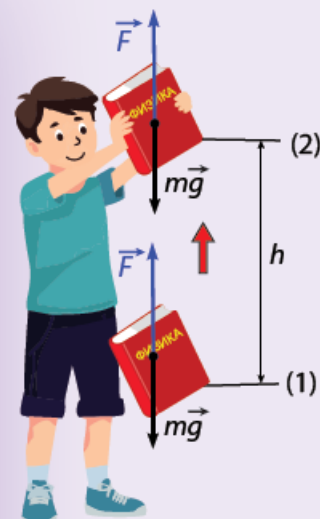
Слика 4.1.10: Тела која се деформишу деловањем неке силе на њих.

Еластичне траке за вежбање могу се искористити на више начина у тренинзима издржљивости и снаге. Током растезања оне пружају различите отпоре, што одговара повећању масе тегова при дизању. Жице гитаре или виолине се криве током свирања. Те деформације нису толико видљиве, док су деформације мембране на овом великом таико бубњу током свирања много уочљивије.

**На основу наведеног, кажемо да је сила извршила рад ако је под њеним деловањем тело променило положај или се деформисало.**



- Када кажемо да је сила извршила механички рад?
- Како рачунамо рад у случају када на тело делује сила у правцу кретања?
- Када је рад позитиван, када негативан, а када једнак нули?
- Колики су радови силе Земљине теже и силе реакције подлоге када се тело креће по хоризонталној подлози?
- Како рачунамо рад када сила делује под неким углом у односу на правац кретања тела?
- Како рачунамо рад када на тело делује више сила?



Слика 4.1.9: Књига се подиже из положаја 1 у положај 2 деловањем резултанте силе којом делује дечак и силе Земљине теже.

# 4.2. РАД СИЛЕ ЗЕМЉИНЕ ТЕЖЕ И РАД СИЛЕ ТРЕЊА



Сила Земљине теже је сила којом Земља привлачи сва тела у близини своје површине.

Сила трења клизања је мера за отпор који подлога пружа кретању тела преко ње. Делује у правцу кретања тела и супротно од брзине тела. Зависи од тежине тела (која је једнака сили реакције подлоге  $N$ ) и коефицијента трења  $\mu$ .

За хоризонталну подлогу сила трења је  $F_t = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g$ .

Ако на тело делује стална, хоризонтална сила  $F$  у смеру кретања тела, рад силе је позитиван и једнак производу силе  $F$  и пута  $s$  који је тело прешло:  $A = F \cdot s$ .

Када сила стална, хоризонтална делује супротно од смера кретања тела, кажемо да је рад силе негативан и рачуна се по формули:  $A = -F \cdot s$ .

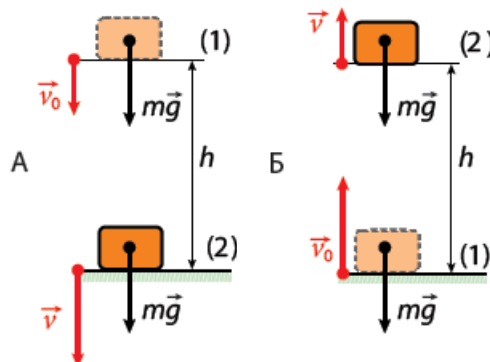
## РАД СИЛЕ ЗЕМЉИНЕ ТЕЖЕ

О кретању тела у пољу силе Земљине теже говорили смо када смо проучавали слободан пад, хитац навише и наниже. За све њих је заједничко да се тело премешта између два положаја. Што је већа разлика висина тих положаја у односу на земљу, сила Земљине теже извршиће већи рад. Такође, што је већа маса тела на које делује, рад силе Земљине теже биће већи.

**Хитац наниже је један од примера за позитиван рад сталне силе, силе Земљине теже  $m\vec{g}$ .** Тело се под њеним деловањем креће између положаја 1, на висини  $h$ , и положаја 2 на земљи (слика 4.2.2.A). Пут који тело пређе за то време је  $s = h$ . Сила Земљине теже тада делује у смеру кретања тела, па је њен рад позитиван и рачуна се по формули  $A = F \cdot s$ . Пошто је  $F = m \cdot g$ , за рад силе Земљине теже добијамо да је:

$$A_g = m \cdot g \cdot h.$$

**Рад силе Земљине теже сразмеран је маси тела и висини са које тело пада.**



Слика 4.2.2: А) хитац наниже као пример позитивног и Б) хитац навише као пример негативног рада силе Земљине теже.



Слика 4.2.1: При паду јабука 1 и 2, које нису на истој висини, сила Земљине теже извршила би већи рад померајући јабуку 1. Јабука 3 има мању масу од јабуке 2, али је на истој висини. При паду јабуке 2 и 3, већи рад је извршен при померању јабуке 2.



**Хитац навише је пример за негативан рад сталне силе, силе Земљине теже  $m\vec{g}$ .** Тело се под њеним деловањем креће између положаја 1 на земљи, и положаја 2 на висини  $h$  (слика 4.2.2.Б). Пут који тело пређе за то време је  $s = h$ . Сила Земљине теже овде делује у смеру супротном од смера кретања тела, па је њен рад негативан и рачуна се по формули  $A = -F \cdot s$ . Пошто је  $F = m \cdot g$ , за рад силе Земљине теже добијамо да је:

$$A_g = -m \cdot g \cdot h.$$

Приметимо да код хица наниже, када је рад силе теже позитиван, брзина расте по интензитету, а код хица навише, када је рад силе теже негативан, брзина опада.



**4.2.1.** Наћи рад силе Земљине теже при паду тела масе 100 g са висине 1 m.

**Физичка појава:** механички рад силе теже

**Поставка задатка:**

- висина са које је тело пало  $h = 1 \text{ m}$ ;
- маса тела  $m = 100 \text{ g} = 0,1 \text{ kg}$ .

**Тражи се:** рад силе теже  $A$

**Решење:**  $A = m \cdot g \cdot h = 0,1 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1 \text{ m} = 1 \text{ J}$ .



**4.2.2.** Куглица масе 300 g бачена је вертикално навише и достиже максималну висину 1,8 m. Наћи рад силе Земљине теже:

- а) при кретању куглице навише до максималне висине  $A_1$ ;
- б) при слободном паду са максималне висине  $A_2$ ;
- в) од тренутка бацања навише до пада на земљу  $A_3$ .

**Физичка појава:** механички рад силе Земљине теже

**Поставка задатка:**

- максимална висина до које је тело стигло  $h_{\text{max}} = 1,8 \text{ m}$ ;
- маса тела  $m = 300 \text{ g} = 0,3 \text{ kg}$ .

**Траже се радови силе теже:**

- а) при хицу навише  $A_1$ ;
- б) при слободном паду  $A_2$ ;
- в) од тренутка бацања до пада на земљу  $A_3$ .

**Решење:**

а)  $A_1 = -m \cdot g \cdot h_{\text{max}} = -0,3 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,8 \text{ m} = -5,4 \text{ J}$ .

Рад је негативан зато што сила теже има супротан смер од смера кретања тела.

б)  $A_2 = m \cdot g \cdot h_{\text{max}} = 0,3 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,8 = 5,4 \text{ J}$

Рад је позитиван зато што сила теже има исти смер као смер кретања тела.

в)  $A_3 = A_1 + A_2 = -5,4 \text{ J} + 5,4 \text{ J} = 0 \text{ J}$ .

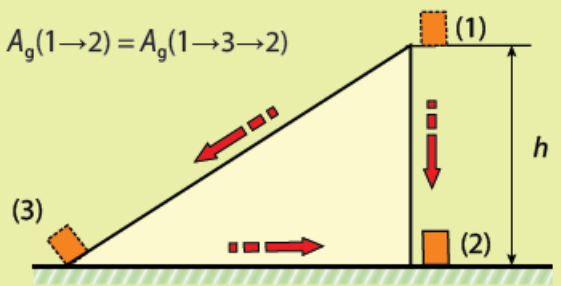
Укупан рад рачунамо као збир радова при кретању навише и падању. Сваки сабирак има одговарајућу позитивну или негативну вредност.



### САЗНАЈ ВИШЕ

Рад силе Земљине теже не зависи од начина на који се тело премешта између било која два положаја у простору. На пример, рад теже када тело масе  $m$  пређе из положаја 1 у положај 2 је  $A_g = m \cdot g \cdot h$ . Рад силе теже ће бити исти и када тело прво пустимо да склизне низ раван из положаја 1 до положаја 3, па га из положаја 3 преместимо у положај 2. У оба случаја рад је  $A_g = m \cdot g \cdot h$ . То важи и за било коју изабрану путању којом ћемо тело из положаја 1 преместити у положај 2.

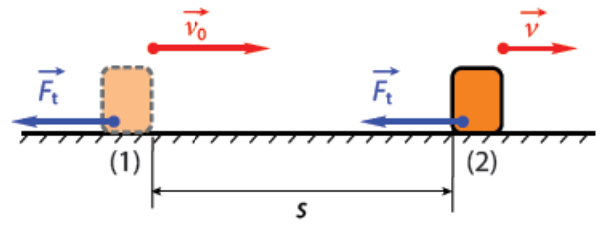
$$A_g(1 \rightarrow 2) = A_g(1 \rightarrow 3 \rightarrow 2)$$



Слика 4.2.3: Рад силе теже не зависи од начина на који тело пребацујемо из једног положаја у други.

## РАД СИЛЕ ТРЕЊА

Приликом кочења аутомобила или бицикла на хоризонталној подлози, једина сила која утиче на смањење брзине је сила трења која делује у супротном смеру од смера кретања.



Слика 4.2.4: Успоравање тела под деловањем силе трења је још један пример за деловање сталне силе чији је рад негативан.

Када се тело налази на хоризонталној подлози, сила трења је  $F_t = -\mu \cdot m \cdot g$ , а рад силе трења је:

$$A_t = -F_t \cdot s = -\mu \cdot m \cdot g \cdot s.$$

У случају да се тело зауставља, пређени пут  $s_{12}$  једнак је зауставном путу  $s_z$  тако да је рад силе трења приликом заустављања тела једнак  $A_t = -\mu \cdot m \cdot g \cdot s_z$ .

Приметимо да сила трења, исто као и сила теже код хица навише, врши негативан рад и смањује брзину тела.

### ЗАДАТАК

**4.2.3.** Тело масе 1 kg креће се по хоризонталној подлози под деловањем хоризонталне силе од 15 N. Наћи рад силе трења  $A_t$ , рад вучне силе  $A_F$  и укупан рад  $A_r$  на путу од 0,6 m, ако је вредност коефицијента трења између подлоге и тела 0,1.

**Физичка појава:** кретање тела под деловањем две силе, од којих је једна сила трења клизања

#### Поставка задатка:

- маса тела  $m = 1$  kg;
- хоризонтална сила  $F = 10$  N;
- пређени пут  $s = 0,6$  m;
- коефицијент трења  $\mu = 0,1$ .

#### Траже се радови:

- силе трења  $A_t$
- хоризонталне силе  $A_F$
- резултујуће силе  $A_r$

### Решење:

- Пошто се тело креће по хоризонталној подлози, рад силе трења је:

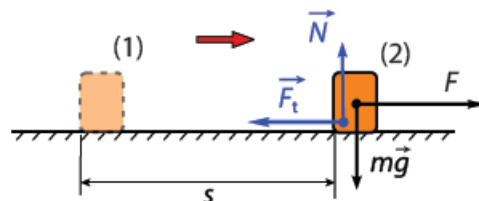
$$A_t = -F_t \cdot s = -\mu \cdot m \cdot g \cdot s = -0,1 \cdot 1 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,6 \text{ m} = -0,6 \text{ J}.$$

- Рад силе  $F$  је  $A_F = F \cdot s = 15 \text{ N} \cdot 0,6 \text{ m} = 9 \text{ J}$ .

- Укупни рад  $A_r = A_t + A_F = 9 \text{ J} + (-0,6 \text{ J}) = 8,4 \text{ J}$ .

Укупан рад  $A_r$  могли смо да израчунамо и као производ резултујуће силе:

$$F_r = F - F_t = F - \mu \cdot m \cdot g = 15 \text{ N} - 1 \text{ N} = 14 \text{ N} \text{ и пређеног пута } s: A_r = F_r \cdot s = 8,4 \text{ J}.$$



Слика 4.2.5: На слици смо нацртали све силе које делују на тело само за положај 2. Присетимо се да је рад силе теже и силе реакције подлоге једнак нули пошто делују нормално на правац кретања тела.



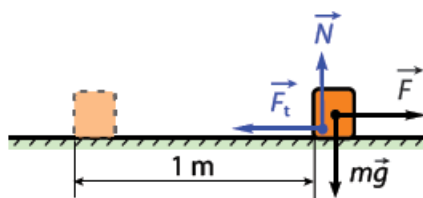
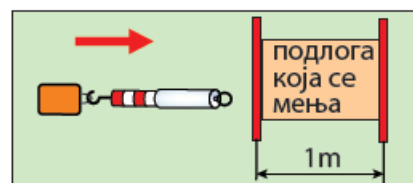
### ОГЛЕД

#### Одређивање рада силе трења за различите подлоге

На школску клупу налепити две траке – маркере на растојању од једног метра, као на слици 4.2.6.

Поставимо дрвени квадар на хоризонталну подлогу (школску клупу). Затим за њега прикачимо динамометар. Држећи динамометар у хоризонталном положају, полако га повлачимо, повећавајући интензитет силе. При одређеној вредности показивања динамометра, квадар ће се покренути. Ако даље наставимо да вучемо нешто мањом силом од оне која га је покренула, квадар ће клизати равномерно преко стола. Тада је вучна сила  $F$ , коју показује динамометар, једнака сили трења клизања  $F_t$ :  $F = F_t$ . Рад вучне силе рачунамо по формули  $A_F = F \cdot s$ , где је  $s = 1 \text{ m}$ . Рад силе трења је  $A_t = -F_t \cdot s = -F \cdot s$ .

Поновити оглед са различитим подлогама између два маркера и упоредити добијене вредности радова силе трења.



Слика 4.2.6: Одређивање рада силе трења



- Какав је рад силе Земљине теже у случају хица навише, хица наниже и слободног пада?
- Од чега зависи рад силе Земљине теже?
- Ако узмемо у обзир и силу отпора ваздуха, какав би био рад те силе?
- Када тело кочи, рад силе трења је негативан, када би тело убрзавало из мировања под деловањем вучне силе мотора и силе трења, какав је онда рад силе трења?
- Од чега зависи рад силе трења када се тело креће по хоризонталној подлози?
- За размишљање:** Да ли је могуће да рад силе трења некад буде и позитиван? У ком случају?

# 4.3. МЕХАНИЧКА ЕНЕРГИЈА. КИНЕТИЧКА ЕНЕРГИЈА. РАД И ПРОМЕНА КИНЕТИЧКЕ ЕНЕРГИЈЕ



Нека сила је извршила рад ако је тело под њеним деловањем променило положај или се деформисало.

Рад резултанте сила бројчано је једнак збиру радова свих сила које делују на тело. При томе узимамо у обзир да бројчане вредности радова у збиру могу бити позитивне и негативне.

Када сила делује у смеру кретања тела, њен рад је позитиван, а када делује у супротном смеру, – негативан.

## ЕНЕРГИЈА. МЕХАНИЧКА ЕНЕРГИЈА



Слика 4.3.1: Енергије које се најчешће користе: Енергија речних токова – хидроенергија, енергија ветра, енергије фосилних горива, енергија сунца – соларна енергија и нуклеарна енергија.

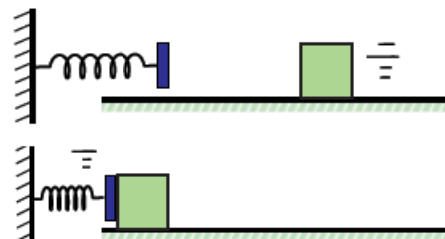
С појмом **енергија** сусрећемо се веома често у свакодневном животу. „Једи, да би имао довољно енергије да учиш и тренираш!“, кажу родитељи деци. У хладним зимским данима недостаје нам **сунчева енергија** да нас огреје и ујутро разбуди пред одлазак у школу или на посао. Опомињу нас да морамо штедети **електричну енергију** тако што ћемо водити рачуна да неке електричне уређаје искључујемо када завршимо са њиховом употребом. Прибојавамо се **нуклеарне енергије** и њене разорне моћи, иако уз помоћ ње можемо добити јефтинију електричну енергију. У многим причама слушали смо о воденицама, местима у којима се енергија речног тока користила за млевење житарица и добијање брашна. Шта је

заједничко свим овим енергијама које смо сада навели? Оне се користе да би се извршио неки рад. За тела која поседују енергију кажемо да су способна да изврше рад.

**Енергија је мера способности тела да изврши рад.**

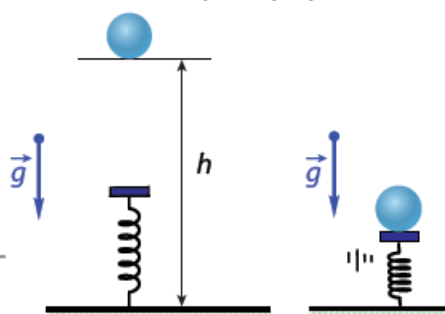
Погледајмо сада два примера:

А) Тело гурнемо тако да добије брзину. Оно ће се клизати док не удари о хоризонтално постављену еластичну опругу, као на слици 4.3.2.



Слика 4.3.2: Тело сабија опругу због брзине којом удара у њу.

Б) Лопту пуштамо да слободно падне са неке висине на исту еластичну опругу коју смо сад поставили вертикално на подлогу, слика 4.3.3.



Слика 4.3.3: Лоптица слободно пада са висине  $h$  и сабија опругу након пада.

У оба случаја, тело је сабило опругу делујући силом на њу и деформисало је, што значи да је тело извршило рад користећи своју енергију. У првом случају, лопта је имала енергију због кретања, а у другом због свог положаја (висине у односу на подлогу).

**Тело врши рад** ако делује силом на друго тело, при чему га помера или деформише.

**Над телом се врши рад** ако на њега делује сила, при чему се оно помера или деформише.

**Сила врши рад над телом** ако га помера или деформише.

Енергија коју тело има услед свога кретања назива се **кинетичка енергија**. Означава се са  $E_k$  и мерна јединица је џул (J).

Енергија коју неко тело има услед свог положаја у односу на неко друго тело са ким интерагује назива се **потенцијална енергија**. Означава се са  $E_p$  и мерна јединица је џул (J).

И кинетичка и потенцијална енергија су део једне друге енергије коју тело има и због свог положаја и брзине којом се креће. То је **механичка енергија**, која се означава са  $E$ .

**Механичка енергија једнака је збиру потенцијалне и кинетичке енергије.**

$$E = E_k + E_p$$

**МЕХАНИЧКА ЕНЕРГИЈА = КИНЕТИЧКА ЕНЕРГИЈА + ПОТЕНЦИЈАЛНА ЕНЕРГИЈА**

Мерна јединица за механичку енергију је џул (J).



**САЗНАЈ ВИШЕ**

Често се чује, а нарочито међу млађим особама, да се мора водити рачуна о својој тежини, мислећи, наравно, на масу, па зато „броје калорије“. Интернет и часописи пуни су савета у вези те теме. На декларацијама већине прехранбених производа стоји колика је њихова енергетска вредност у калоријама. Једна **калорија (cal)** износи 1,184 J. Она не припада SI систему. За ђаке вашег узраста просечни дневни унос калорија требало би да буде 1900–2200 kcal. На прехранбеним производима дате су kcal, али нису тако означене и зову се калоријама (тзв. нутритивна или велика калорија).

## КИНЕТИЧКА ЕНЕРГИЈА

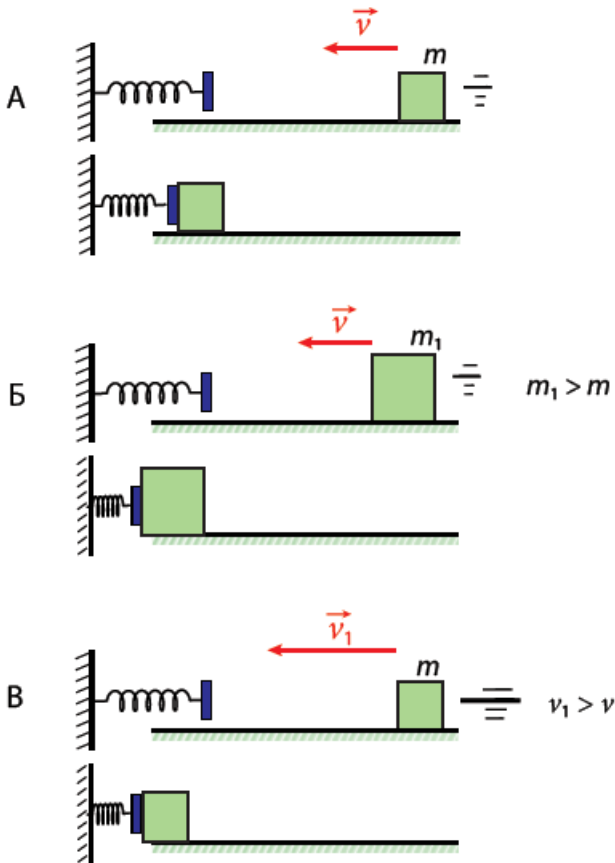
На слици 4.3.4, као и на слици 4.3.2, видимо како тело сабија опругу захваљујући својој кинетичкој енергији. Од чега зависи та енергија?



ОГЛЕД

### ЗАВИСНОСТ КИНЕТИЧКЕ ЕНЕРГИЈЕ ОД МАСЕ И БРЗИНЕ ТЕЛА

Променимо масе тела и брзине којима их гурамо. Претпоставка је, да што је сабијеност опруге већа, тело је извршило већи рад, а за то је потребна већа енергија.



На слици 4.3.4. Б гурнули смо тело веће масе  $m_1$  истом брзином  $v$  као на слици 4.3.4. А. Опруга се сабила више. Закључујемо: *тело има већу кинетичку енергију ако му је маса већа.* На слици 4.3.4. В гурнули смо тело исте масе  $m$  као на слици 4.3.4. А, али већом брзином  $v_1$ . Опруга се сабила више.

Закључујемо: *тело има већу кинетичку енергију ако се креће већом брзином.*

—● Слика 4.3.4: Испитујемо како брзине тела и њихове масе утичу на сабијеност опруге.

**Кинетичка енергија тела је већа уколико је већа његова маса или брзина којом се креће.**

$$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2.$$

**Кинетичка енергија је директно пропорционална маси тела и квадрату брзине којом се тело креће.**

Прецизнија мерења су показала да је кинетичка енергија тела директно пропорционална квадрату брзине, тако да се за формулу кинетичке енергије добија да је:

Веза између мерних јединица је:

$$[E_k] = [m] \cdot [v^2] = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = \text{J}.$$

### ЗАДАТАК

**4.3.1.** Колика је кинетичка енергија тела масе 4 kg које се креће брзином  $5 \frac{m}{s}$ ?

**Поставка задатка:**

- маса тела  $m = 4 \text{ kg}$
- брзина кретања  $v = 5 \frac{m}{s}$ .

**Тражи се:** кинетичка енергија  $E_k$

**Решење:**

$$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} 4 \text{ kg} \cdot \left(5 \frac{m}{s}\right)^2 = 2 \text{ kg} \cdot 25 \frac{m^2}{s^2} = 50 \text{ J}$$

У лекцији 4.2. научили смо да се радом силе може повећати или смањити брзина тела, што значи да се радом  $A_F$  силе  $F$  мења и кинетичка енергија тела:

$$A_F = E_{k2} - E_{k1}.$$

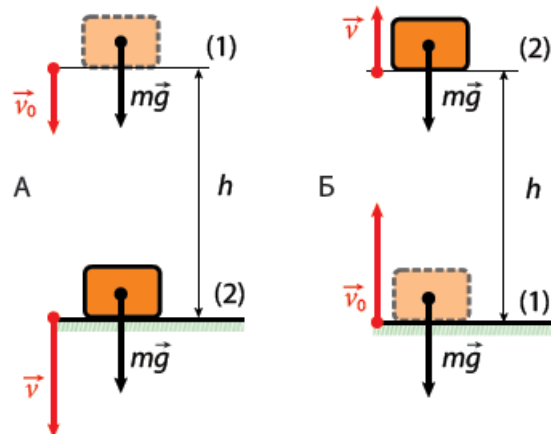
**Радом једне силе мења се кинетичка енергија тела.**

Код хица наниже, радом силе теже  $A_g$  се повећава кинетичка енергија од  $E_{k0} = \frac{1}{2} m \cdot v_0^2$  до  $E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ .

Пишемо:  $A_g = E_k - E_{k0}$ , где је  $A_g = m \cdot g \cdot h$ .

Код хица навише, радом силе теже  $A_g$  се смањује кинетичка енергија од  $E_{k0} = \frac{1}{2} m \cdot v_0^2$  до  $E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ .

Пишемо:  $A_g = E_k - E_{k0}$ , где је  $A_g = -m \cdot g \cdot h$ .



Слика 4.3.5: Код хица наниже, радом силе теже се повећава кинетичка енергија, а код хица навише се смањује.

### ЗАДАТАК

**4.3.2.** Тело слободно пада са висине 10 m на земљу. Колика је брзина пада?

**Физичка појава:** слободан пад и рад силе теже

**Поставка задатка:**

- висина са које тело пада  $H = 10 \text{ m}$

**Тражи се:** брзина пада  $v_p$

**Решење:**

Радом силе теже мења се кинетичка енергија од  $E_{k0} = 0 \text{ J}$  до

$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v_p^2$ ,  $A_g = E_k - E_{k0}$ . Пошто је рад силе теже приликом пада са висине  $H$ ,  $A_g = m \cdot g \cdot H$ , следи да је  $m \cdot g \cdot H = \frac{1}{2} m \cdot v_p^2$ .

Добијамо:  $v_p = \sqrt{2 \cdot g \cdot H} = 10\sqrt{2} \frac{m}{s}$ .

Када на тело делује више сила, онда се њиховим укупним радом мења кинетичка енергија тела:

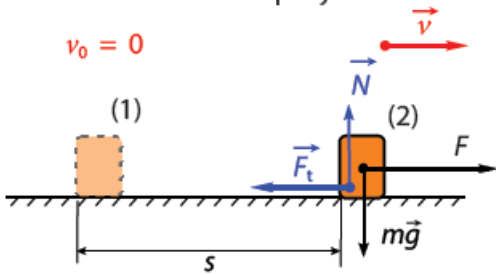
$$A_r = E_{k2} - E_{k1}$$

**Рад резултанте сила бројчано је једнак промени кинетичке енергије тела на које те силе делују.**



**4.3.3.** Аутомобил масе 1 t убрзава из мировања до брзине 72 km/h, на путу од 20 m. Ако је коефицијент трења 0,9, колики је рад вучне силе мотора приликом достизања те брзине?

**Физичка појава:** рад резултанте сила, промена кинетичке енергије



Слика 4.3.6: Аутомобил повећава своју кинетичку енергију деловањем вучне силе и силе трења.

**Поставка задатка:**

- маса аутомобила  $m = 1 \text{ t} = 1000 \text{ kg}$ ;
- пређени пут  $s = 20 \text{ m}$ ;
- брзина коју је постигао аутомобил  $v = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ;
- коефицијент трења  $\mu = 0,9$ .

**Тражи се:** рад вучне силе  $A_F$

**Решење:** Приликом убрзавања аутомобила, рад су вршиле две силе: вучна сила  $F$  и сила трења  $F_t = \mu \cdot m \cdot g$ . Рад силе  $F$  је позитиван,  $A_F > 0$ , а рад силе трења је негативан,  $A_t = -F_t \cdot s = -\mu \cdot m \cdot g \cdot s$ . Радом резултанте ове две силе мења се кинетичка енергија аутомобила од  $E_{k0} = 0 \text{ J}$  до  $E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ ,

$A_r = E_k - E_{k0}$ . Пошто је рад резултујуће силе  $A_r = A_F + A_t = A_F - \mu \cdot m \cdot g \cdot s$ , следи да је

$A_F - \mu \cdot m \cdot g \cdot s = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ . Добијамо да је:

$$A_F = \mu \cdot m \cdot g \cdot s + \frac{1}{2} m \cdot v^2 =$$

$$0,9 \cdot 1000 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 20 \text{ m} + \frac{1}{2} \cdot 1000 \text{ kg} \cdot \left( 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 =$$

$$180.000 \text{ J} + 200.000 \text{ J} =$$

$$380.000 \text{ J} = 380 \text{ kJ}$$



**САЗНАЈ ВИШЕ**

Кинетичка енергија тела зависи од референтног тела у односу на које посматрамо његово кретање. На пример, лоптица која мирује у вагону воза има кинетичку енергију која је нула у односу на путника у вагону, али је различита од нуле у односу на путника који на станици чека воз.



- За које енергије сте чули пре него што сте прошли кроз данашњу лекцију?
- Шта је енергија?
- Са којим енергијама смо се упознали у данашњој лекцији?
- Како знамо да тело располаже неком од енергија?
- Када тело има гравитациону потенцијалну, а када кинетичку енергију?
- Како су повезани рад једне силе и кинетичка енергија?
- Чему је једнак рад резултанте сила?



# 4.4. ПОТЕНЦИЈАЛНА ЕНЕРГИЈА

## ПОДСЕЃАЊЕ

Нека сила је извршила рад ако је тело под њеним деловањем променило положај, брзину или се деформисало.

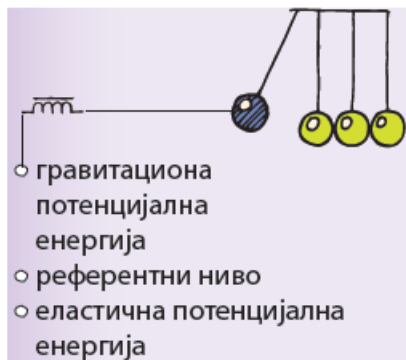
Рад сталне силе која делује дуж правца кретања рачунамо помоћу формуле  $A = \pm F \cdot s$ .

Када тело пада са висине  $h$  на земљу, рад силе Земљине теже је  $A_g = m \cdot g \cdot h$ .

**Енергија** је мера способности тела да изврши рад.

**Тело врши рад** ако делује силом на неко друго тело, при чему га помера или деформише.

Енергија коју тело има због положаја у односу на неко друго тело назива се **потенцијална енергија**.



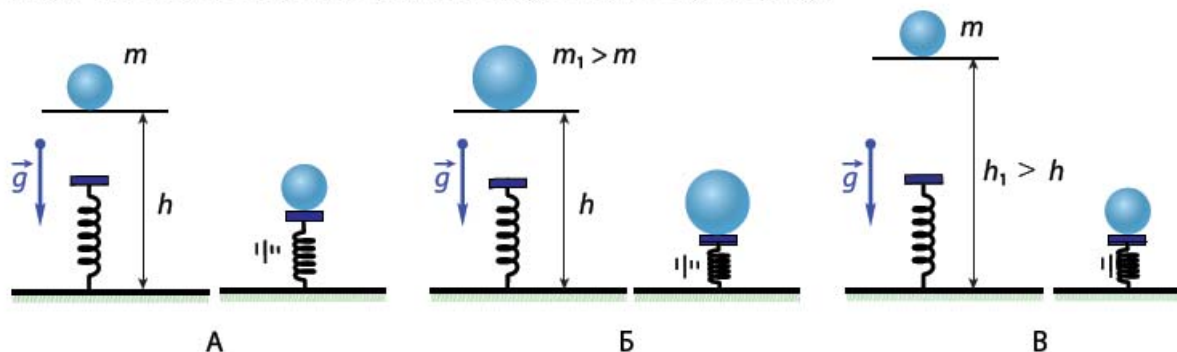
## ГРАВИТАЦИОНА ПОТЕНЦИЈАЛНА ЕНЕРГИЈА

**Гравитациона потенцијална енергија је енергија коју тело има због положаја у пољу Земљине теже.**



### Од чега зависи гравитациона потенцијална енергија?

Да бисмо испитали од чега све зависи гравитациона потенцијална енергија, пустићемо лопте да падају на вертикално постављену еластичну опругу. При томе ћемо мењати масе лопти и висине са којих слободно падају. Након удара, опруга се сабија. Крећемо од тога да, ако се опруга више сабије, тело које је извршило рад над опругом има већу енергију.



Слика 4.4.1: Испитујемо како масе лопти и висине са којих слободно падају утичу на сабијање опруге.

На слици А лопту масе  $m$  пуштамо да пада са висине  $h$  на вертикално постављену еластичну опругу, при чему се она сабија.

На слици Б пуштамо да пада са исте висине  $h$  лопту веће масе  $m_1$ ,  $m_1 > m$ . Опруга се сабила више. Закључујемо: *тело има већу потенцијалну енергију ако му је маса већа.*

На слици В пуштамо да пада са веће висине  $h_1$ ,  $h_1 > h$ , лопту исте масе  $m$ . Опруга се сабила више. Закључујемо: *тело има већу потенцијалну енергију ако се налази на већој висини у односу на доглоу.*

**Гравитациона потенцијална енергија тела сразмерна је његовој маси и висини на којој се налази.**

На висини  $h$  лопта располаже гравитационом потенцијалном енергијом. Од почетка пада до удара у опругу, сила Земљине теже је извршила рад над лоптом  $A_g = m \cdot g \cdot h$ , повећавајући јој кинетичку енергију. На основу тако стечене кинетичке енергије, тело врши рад сабијањем опруге. Гравитациону потенцијалну енергију тела масе  $m$  које се налази на висини  $h$  рачунамо према формули:

$$E_p = m \cdot g \cdot h.$$

## ИЗБОР РЕФЕРЕНТНОГ НИВОА

Висину  $h$  не морамо рачунати увек у односу на површину Земље. Ниво на коме је потенцијална енергија тела једнака нули назива се **референтни ниво**.

На пример, имамо сто висине  $H$ , слика 4.4.2, а изнад њега лопту на висини  $h$  од површине стола. Ако за референтни ниво 1 изаберемо површину стола, потенцијална енергија лопте биће  $E_{p1} = m \cdot g \cdot h$ . Али, ако за референтни ниво 2 изаберемо површину Земље, тада је  $E_{p2} = m \cdot g \cdot (h + H)$ . Обично се за референтни ниво узима најнижи положај у коме је тело може да буде током свог кретања.

Ако би за референтни ниво узели површину стола, тада би потенцијална енергија лопте на површини Земље била  $E_p = -m \cdot g \cdot H$ . Као што примећујете, потенцијална енергија, у зависности од избора референтног нивоа, може имати и негативне вредности.

**Напомена:** У односу на изабрани референтни ниво, потенцијална енергија зависи само од висине  $h$ . Не зависи од начина како је тело дошло до те висине!

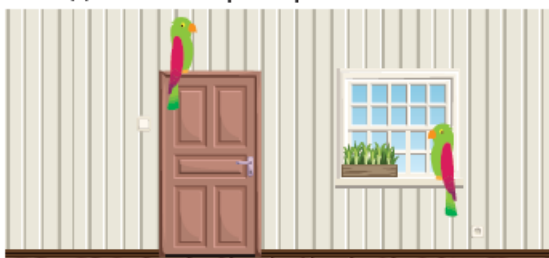


Слика 4.4.2: Избор референтног нивоа одређује вредност гравитационе потенцијалне енергије.

### ЗАДАТАК

**4.4.1.** Папагај масе  $0,5 \text{ kg}$  прелеће са симса прозора на висини  $0,8 \text{ m}$  на врата висине  $2 \text{ m}$  (слика). За колико се, при томе, променила његова потенцијална енергија? Колика је потенцијална енергија папагаја на вратима ако за референтни ниво изаберемо:

а) под, б) симс прозора?



**Физичка појава:** тело на одређеној висини има гравитациону потенцијалну енергију

**Поставка задатка:**

- маса папагаја  $m = 0,5 \text{ kg}$ ;
- висина симса прозора  $h_1 = 0,8 \text{ m}$ ;
- висина врата  $h_2 = 2 \text{ m}$ .

**Траже се:**

- промена гравитационе потенцијалне енергије  $\Delta E_p$ ;
- гравитациона потенцијална енергија папагаја на вратима  $E_{p2}$  за два референтна нивоа.

**Решење:**

- На симсу прозора гравитациона потенцијална енергија папагаја је

$$E_{p1} = m \cdot g \cdot h_1 = 0,5 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,8 \text{ m} = 4 \text{ J}.$$

- На вратима је

$$E_{p2} = m \cdot g \cdot h_2 = 0,5 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2 \text{ m} = 10 \text{ J}, \text{ и то}$$

је гравитациона потенцијална енергија у односу на под.

- Промена потенцијалне енергије је

$$\Delta E_p = E_{p2} - E_{p1} = 6 \text{ J}.$$

- У односу на симс, гравитациона потенцијал-

на енергија је:  $E_{p3} = m \cdot g \cdot h_3 = m \cdot g \cdot (h_2 - h_1)$

$$= 0,5 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,2 \text{ m} = 6.$$

**Напомена:** Приметимо да у задатку 4.4.1. промена потенцијалне енергије не зависи од избора референтног нивоа.

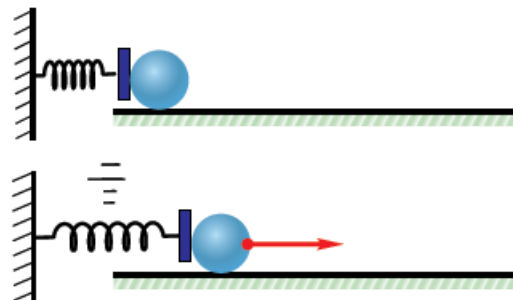
## ЕЛАСТИЧНА ПОТЕНЦИЈАЛНА ЕНЕРГИЈА



ОГЛЕД

### Претварање еластичне потенцијалне енергије у кинетичку

Са лоптом и еластичном опругом могли бисмо да урадимо и оглед као на слици 4.4.3. Прво сабијемо опругу, па на њен слободан крај ставимо лопту. Опруга тежи да се врати у несабијено стање делујући силом еластичности на лопту. Над лоптом је извршен рад, чиме је стекла кинетичку енергију. Енергија на основу које је опруга извршила рад над лоптом назива се **еластична потенцијална енергија**.



Слика 4.4.3: На основу своје потенцијалне енергије опруга врши рад над лоптом.

**Еластична потенцијална енергија је енергија коју има тело услед еластичних деформација.**

И ова енергија спада у једну од врста потенцијалних енергија. Еластична потенцијална енергија опруге зависи од међусобне удаљености делова опруге (њених навоја), пречника жице и врсте материјала од којег је направљена.

Потенцијална енергија



Слика 4.4.4: На основу своје потенцијалне енергије, лук врши рад над стрелом саопштавајући јој кинетичку енергију



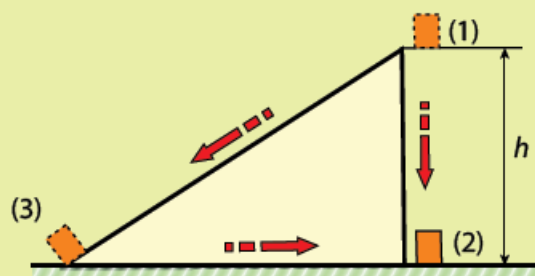
САЗНАЈ ВИШЕ

Прецизније речено, опруга располаже потенцијалном енергијом због узајамног деловања молекула материјала од којег је опруга сачињена.



САЗНАЈ ВИШЕ

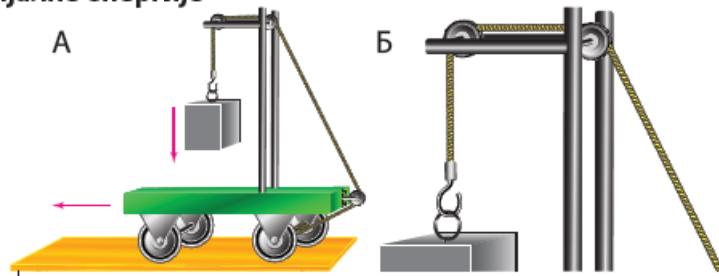
Рад силе Земљине теже не зависи од начина на који се тело премешта између два положаја. Независно од начина на који се тело премешта из положаја 1 у положај 2, рад силе Земљине теже ће бити  $A_g = m \cdot g \cdot h$ . То одговара промени гравитационе потенцијалне енергије између положаја 1 и положај 2. Постоје још неке силе у природи чији се рад може изразити преко промене потенцијалних енергија. Такве силе се називају **конзервативне силе**. У конзервативне силе спадају и гравитациона и еластична сила. У следећој лекцији сазнаћете зашто их тако зовемо.



Слика 4.4.5: Промена гравитационе потенцијалне енергије између два положаја не зависи од начина на који се тело премешта од једног положаја до другог.

**Коришћење потенцијалних енергија за покретање колица****а) Коришћење гравитационе потенцијалне енергије**

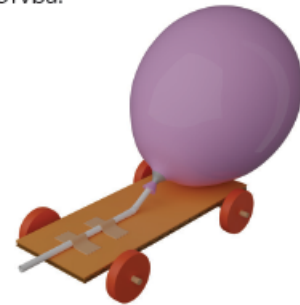
Направити сталак према слици 4.4.6. На горњи део сталка поставити полуку са два котура. Трећи котур причврстити за колица. Преко котура ставити ужу. На један крај окачити тег, а други крај намотати на задњу осовину колица. Пустити тег да падне. Потенцијална енергија тега прећи ће у кинетичку енергију колица.



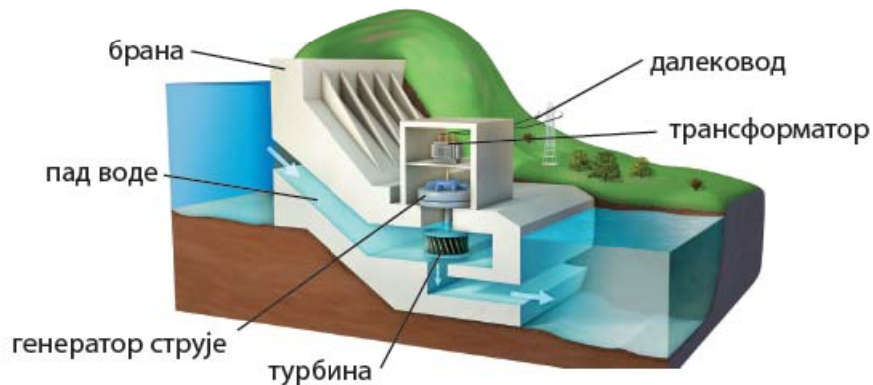
Слика 4.4.6 На слици А видимо начин на који тег повезујемо преко ужета са осовином колица, а на слици Б начин на који треба да прикачимо горња два котура.

**б) Коришћење еластичне потенцијалне енергије**

Балон са слике надувамо, чиме добија еластичну потенцијалну енергију. Када пустимо да ваздух изађе кроз сламчицу, потенцијална енергија прелази у кинетичку енергију колица.



Слика 4.4.7: На један крај пластичне сламчице ставимо балон тако да ваздух може да пролази само кроз отвор сламчице. Сламчицу прилепимо за колица.



Слика 4.4.7: У хидроелектранама гравитациона потенцијална енергија воде прелази у кинетичку енергију лопатица турбине, а затим се преко генератора струје та енергија преводи у електричну енергију.



- Од чега све зависи гравитациона потенцијална енергија?
- Шта је референтни ниво?
- Може ли гравитациона потенцијална енергија бити негативна? Навести пример.
- Да ли промена гравитационе потенцијалне енергије зависи од избора референтног нивоа?
- Навести примере када се гравитациона потенцијална енергија користи за покретање тела, а када еластична.

# 4.5. ВЕЗА ИЗМЕЂУ ИЗВРШЕНОГ РАДА И ПРОМЕНЕ МЕХАНИЧКЕ ЕНЕРГИЈЕ.

## ЗАКОН ОДРЖАЊА МЕХАНИЧКЕ ЕНЕРГИЈЕ



У случају када тело пада са неке висине  $h$ , рад силе Земљине теже је  $A_g = m \cdot g \cdot h$ .

Рад сила трења приликом заустављања тела на хоризонталном путу једнак је  $A_t = -\mu \cdot m \cdot g \cdot s_z$ .

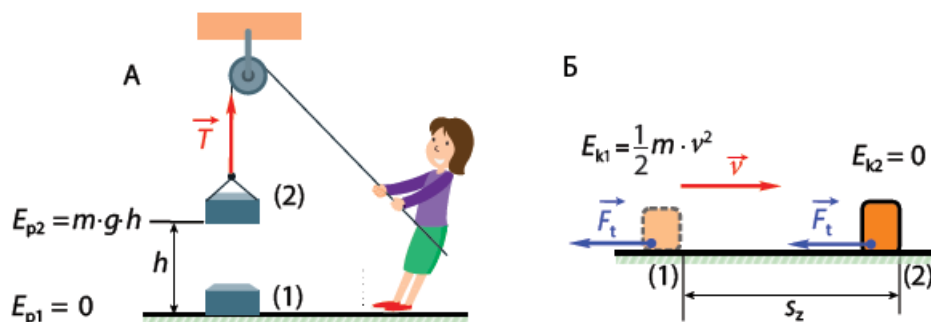
Енергија је мера способности тела да изврши рад.

Енергија коју тело има услед свога кретања назива се кинетичка енергија. Рачунамо је по формули  $E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ .

Енергија коју тело има због свог положаја у односу на неко друго тело назива се потенцијална енергија. Гравитациону потенцијалну енергију, у односу на површину Земље, рачунамо према формули  $E_p = m \cdot g \cdot h$ .

Механичка енергија једнака је збиру кинетичке и потенцијалне енергије;  $E = E_k + E_p$ .

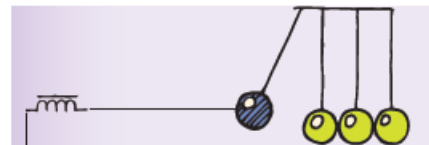
Размотримо два случаја у којима се радом неке силе мења само потенцијална или кинетичка енергија тела.



Слика 4.5.1: Тело се премешта између два положаја, при чему сила делује:

А) у смеру кретања тела, Б) супротно од смера кретања тела.

На слици 4.5.1.А Девојчица подиже терет на висину  $h$ . При томе сила затезања  $T$  врши позитиван рад:  $A_T = T \cdot h$ . Ако се брзина тела не мења током подизања терета, рад је једнак промени потенцијалне енергије терета:  $A_T = \Delta E_p = m \cdot g \cdot h$ , где је  $\Delta E_p = E_{p2} - E_{p1}$ .



закон одржања механичке енергије

- математичко клатно
- осциловање.

Рад силе трења приликом заустављања тела на хоризонталном путу, слика 4.5.1.Б, је  $A_t = -F_t \cdot s_z$ . Пошто се при кретању по хоризонталном путу не мења потенцијална енергија, рад силе трења биће једнак промени кинетичке енергије  $A_t = \Delta E_k = -\frac{1}{2}m \cdot v^2$ , где је  $\Delta E_k = E_{k2} - E_{k1}$ .



**4.5.1.** Колика сила трења је деловала на тело масе 5 kg које се зауставило након пређених 10 m по хоризонталном путу, ако му је почетна брзина била  $4 \frac{m}{s}$ ? Види слику 4.5.1.Б.

**Физичка појава:** промена механичке енергије радом силе

**Поставка задатка:**

- маса тела  $m = 5 \text{ kg}$
- зауставни пут  $s_z = 10 \text{ m}$
- почетна брзина  $v_0 = 4 \frac{m}{s}$

**Тражи се:** сила трења  $F_t$  која је зауставила тело

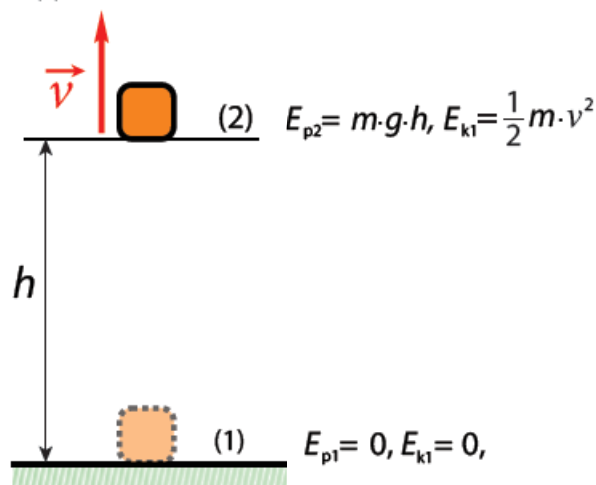
**Решење:**

- Радом силе трења  $A_t = -F_t \cdot s_z$  смањила се кинетичка енергија од  $E_{k1} = \frac{1}{2}m \cdot v_0^2$  до  $E_{k2} = 0$ ,  $A_t = \Delta E_k = -\frac{1}{2}m \cdot v^2$ , тако да је  $-F_t \cdot s_z = -\frac{1}{2}m \cdot v_0^2$ .
- Тражена сила трења је  $F_t = \frac{m \cdot v_0^2}{2s_z} = \frac{5 \text{ kg} \cdot \left(4 \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 10 \text{ m}} = 4 \text{ N}$ .

**Приметимо:** У случају подизања тела константном брзином, мења се само потенцијална, а приликом заустављања тела на хоризонталној подлози мења се само кинетичка енергија. У оба случаја **радом А силе мења се механичка енергија тела Е**.

$$A = \Delta E = \Delta E_k + \Delta E_p$$

РАД СИЛЕ = ПРОМЕНА МЕХАНИЧКЕ ЕНЕРГИЈЕ



Слика 4.5.2: Тело из мировања подижемо на висину  $h$ , при чему му саопштавамо и неку брзину  $v$ .

Вратимо се на пример 4.5.1.А, подизање терета помоћу затегнутог ужета. Када би се приликом подизања терета мењала и кинетичка енергија, слика 4.5.2, тада би рад силе затезања био  $A_T = \Delta E = E_2 - E_1 = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} m \cdot v^2$ , где су:

$E_1 = E_{p1} + E_{k1} = 0$  – укупна механичка енергија у положају 1 и

$E_2 = E_{p2} + E_{k2} = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} m \cdot v^2$  – укупна механичка енергија у положају 2.

На сликама 4.5.1. и 4.5.2. радом силе затезања повећала се механичка енергија тела, па кажемо да је **сила затезања извршила рад над телом.**



**4.5.2.** Коликом силом смо подизали из мировања терет масе 5 kg, ако му је на висини 10 m брзина  $6 \frac{m}{s}$ ? Слика 4.5.2.

**Физичка појава:** сила мења енергију

**Поставка задатка:**

- маса тела  $m = 5 \text{ kg}$
- висина до које смо га подигли  $h = 10 \text{ m}$
- крајња брзина  $v = 6 \frac{m}{s}$

**Тражи се:** сила  $F$  којом смо подизали тело

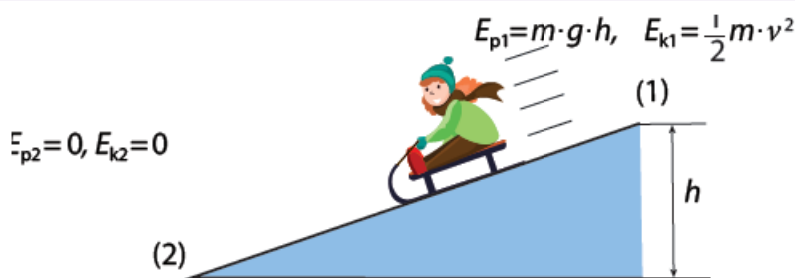
**Решење:**

- Радом силе  $A_F = F \cdot h$  мења се укупна механичка енергија. У посматраном случају промена механичке енергије једнака је збиру стечене кинетичке и потенцијалне енергије

$$A_F = F \cdot h = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} m \cdot v^2.$$

- Тражена сила једнака је

$$F = m \cdot g + \frac{m \cdot v^2}{2h} = 5 \text{ kg} \cdot 10 \frac{m}{s^2} + \frac{5 \text{ kg} \cdot \left(6 \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 10 \text{ m}} = 59 \text{ N}.$$



Слика 4.5.3: Приликом спуста дечак и санке у положају 1 имају и кинетичку и потенцијалну енергију, а у положају 2 се зауставља услед деловања сила трења и отпора ваздуха. Сматрамо да је нагиб низбрдице толико мали, па се дечак на санкама зауставља на њој.

У случају са слике 4.5.3, укупним радом силе трења  $A_t$  и отпора ваздуха  $A_{от}$  смањује се и кинетичка и потенцијална енергија санки.

$$A_t + A_{от} = \Delta E = E_2 - E_1 = -\left(m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} m \cdot v^2\right)$$

Пошто се механичка енергија санки смањила, кажемо да су силе трења и силе отпора ваздуха извршиле рад.

**4.5.3.** Колики је рад сила отпора које делују на авион масе 200 t дуж узлетне писте дужине 3 km од поласка из мировања до полетања? Вучна сила мотора авиона је 500 kN, а брзина, непосредно пред полетање,  $360 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ?



Слика 4.5.4: Кретање авиона по писти

**Физичка појава:** промена механичке енергије радом две силе

**Поставка задатка:**

- дужина узлетне писте  $s = 3 \text{ km} = 3000 \text{ m}$ ;
- маса авиона  $m = 200 \text{ t} = 20.000 \text{ kg}$ ;
- вучна сила мотора  $F_v = 500 \text{ kN} = 500.000 \text{ N}$ ;
- брзина  $v = 360 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

**Тражи се:** рад сила отпора  $A_{\text{от}}$  које су деловале на авион док је на писти

**Решење:**

- Резултујућим радом вучне силе мотора и сила отпора средине авион је стекао кинетичку енергију пред полетање  $A_r = A_F + A_{\text{от}} = \Delta E_k$ .

- При томе је вучна сила авиона извршила рад над авионом:

$$A_F = F \cdot s = 500.000 \cdot 3000 = 1500 \text{ MJ.}$$

- Промена кинетичке енергије је

$$\Delta E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} 200.000 \text{ kg} \cdot \left( 100 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 = 1000 \text{ MJ.}$$

- Рад сила отпора је  $A_{\text{от}} = \Delta E_k - A_F = -500 \text{ MJ}$ .

У свим наведеним примерима, на промену механичке енергије, која се састоји од кинетичке енергије и гравитационе потенцијалне енергије тела, утицале су и силе које нису гравитационе. Зато је долазило до промене збира кинетичке и гравитационе потенцијалне енергије.

Нека на тело делује само сила Земљине теже. У том случају, приликом преласка тела између два положаја, промена механичке енергије је  $\Delta E = 0$ , тако да је механичка енергија у положају 1 једнака механичкој енергији у положају 2,  $E_1 = E_2 = E$ , па записујемо да је:

$$E = E_k + E_p = \text{const.}$$

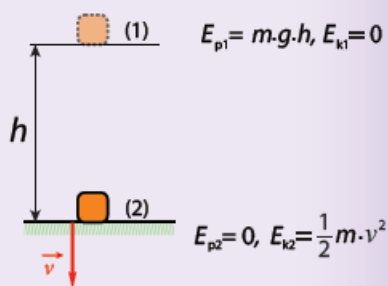
**Када на тело делује само сила Земљине теже, одржава се збир његове кинетичке енергије и потенцијалне енергије. Ово тврђење назива се Закон одржања механичке енергије.**

Ако на тело поред силе Земљине теже делује и сила трења или сила отпора ваздуха тада се укупна механичка енергија не одржава.

### Пример 1: Слободан пад

Када тело слободно пада, на њега делује само сила Земљине теже, док се сила отпора ваздуха занемарује. Из Закона одржања механичке енергије за положаје 1 и 2, следи да је потенцијална енергија  $E_{p1}$  у положају 1, на висини  $h$ , једнака кинетичкој енергији  $E_{k2}$  у положају 2 на земљи, непосредно пред пад (слика 4.5.4). Тако да је:

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v^2.$$

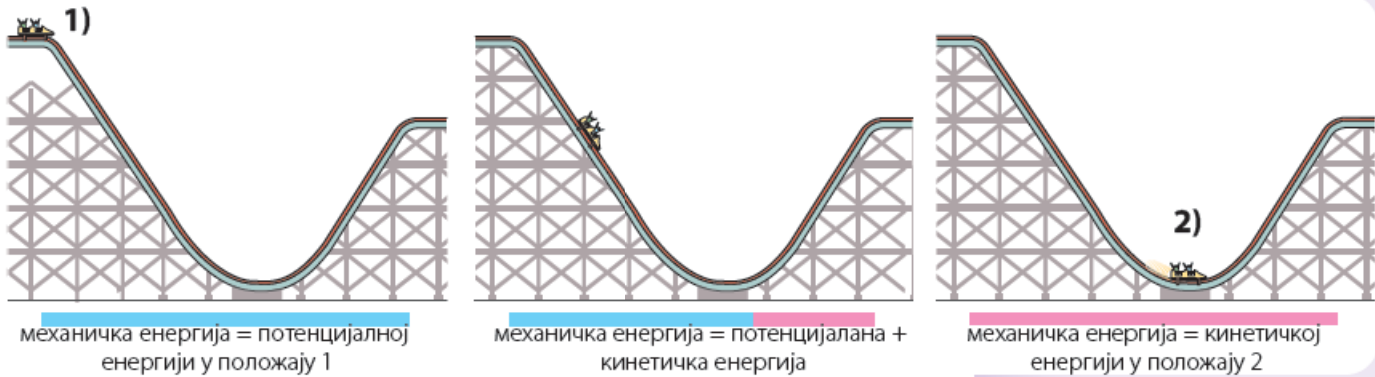


Слика 4.5.5: Слободан пад са висине  $h$ .



## Пример 2: Воз у луна-парку

У случају кретања воза у луна-парку, на воз делује и сила реакције подлоге, али је и њен рад једнак нули, јер делује нормално на смер кретања воза. Зато ће и у овом случају важити Закон одржања механичке енергије.

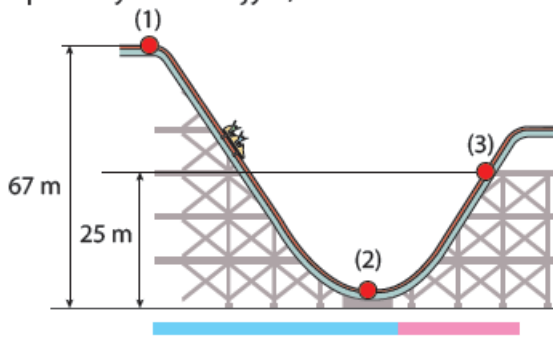


Слика 4.5.8: Механичка енергија возића у луна-парку се не мења током времена.



### ЗАДАТАК

**4.5.4.** Сребрна звезда (Silver Star) је један од највећих луна-паркова у Европи и има пад од 67 m. Колику ће брзину достићи возић у положају 2, након пада са 67 m из положаја 1, ако бисмо занемарили силу отпора ваздуха и силу трења? Колика би тада била брзина у положају 3, на висини 25 m?



**Физичка појава:** Кретање тела у случају када само сила Земљине теже врши рад.

**Поставка задатка:**

- висина тела у положају 1,  $h_1 = 67 \text{ m}$ ;
- висина тела у положају 2,  $h_2 = 0 \text{ m}$ ;
- висина тела у положају 3,  $h_3 = 25 \text{ m}$ ;

**Траже се:** брзина  $v_2$  у положају 2 и брзина  $v_3$  у положају 3.

**Решење:** Приметимо да смо у поставци задатка за референтни ниво изабрали висину на којој је тело у положају 2. У односу на њега тело у положају 1 има потенцијалну енергију  $E_{p1} = m \cdot g \cdot h_1$ , док му је кинетичка енергија  $E_{k1} = 0$ .

- У положају 2 возић има само кинетичку енергију  $E_{k2} = \frac{1}{2} m \cdot v_2^2$ , док му је потенцијална енергија  $E_{p2} = 0$ . Механичка енергија у положају 1 једнака је механичкој енергији у положају 2, одакле следи да је  $m \cdot g \cdot h_1 = \frac{1}{2} m \cdot v_2^2$ . Тражена брзина је

$$v_2 = \sqrt{2g \cdot h_1} = \sqrt{2 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 67 \text{ m}} = 36,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- У положају 3 возић има и кинетичку  $E_{k3} = \frac{1}{2} m \cdot v_3^2$  и потенцијалну енергију  $E_{p3} = m \cdot g \cdot h_3$ . Збир ове две енергије једнак је потенцијалној енергији тела у положају 1  $E_{k3} + E_{p3} = E_{p1}$ . Следи

$$m \cdot g \cdot h_3 + \frac{1}{2} m \cdot v_3^2 = m \cdot g \cdot h_1,$$

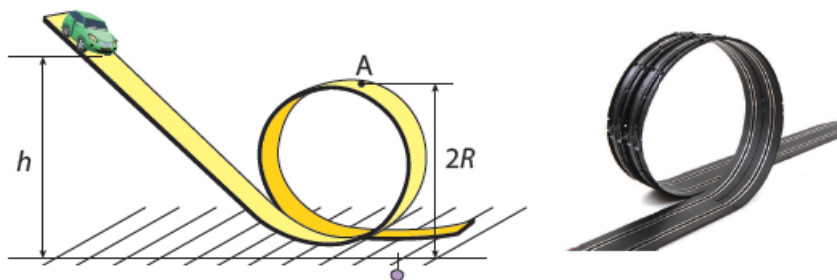
па је тражена брзина

$$v_3 = \sqrt{2g(h_1 - h_3)} = \sqrt{2 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 42 \text{ m}} = 29 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



ОГЛЕД

## Мртва петља



Слика 4.5.9: Демонстрација закона одржања механичке енергије помоћу мртве петље.

Направити мртву петљу као са слике 4.5.9. уз помоћ тврђег картона или искористити стазу за тркачки аутомобил-играчку. Пуштати аутић низ петљу са одређене висине  $h$ . Приметимо да ће аутић достићи највишу тачку А и наставити да се креће по петљи, направиће пун круг само ако га пустимо са висине  $h > 2R$ , где је  $R$  полупречник петље. Ако га пустимо са висине  $h = 2R$ , он ће доћи до тачке А, али ће ту пасти. То је зато што аутић у тачки А има довољну гравитациону, али нема и кинетичку енергију да настави да се даље креће.



## САЗНАЈ ВИШЕ

Силе као што су гравитациона (сила Земљине теже) и еластична називамо конзервативним силама, управо због Закона одржања енергије (од латинске речи *conservativus* – који одржава). Ако на тела делују само конзервативне силе одржава се њихова укупна механичка енергија. Радом сви сила које нису конзервативне мења се укупна механичка енергија.



- Како налазимо рад свих сила осим силе Земљине теже?
- У којим случајевима важи Закон одржања механичке енергије?
- Да ли радови свих других сила осим силе Земљине теже зависе од избора референтног нивоа?
- Зашто се у случају кретања возића у луна-парку одржава механичка енергија, иако на њега делује сила реакције подлоге.

# 4.6. СНАГА.

## КОЕФИЦИЈЕНТ КОРИСНОГ ДЕЈСТВА



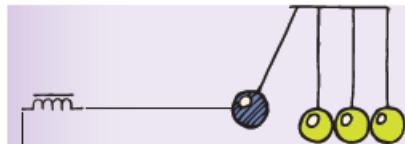
Када на тело делују и неке друге силе поред силе Земљине теже, њиховим резултујућим радом  $A_r$  мењаће се механичка енергија тела:  $A_r = E_2 - E_1$ .

Механичка енергија тела једнака је збиру кинетичке и потенцијалне енергије:  $E = E_k + E_p$ .

Рад сталне силе на путу  $s$  рачунамо према формули  $A = \pm F \cdot s$ .

**Средња брзина** једнака је количнику пређеног пута и времена за које тело је прешло тај пут:  $v_s = \frac{s_v}{t_v}$ .

**Тренутна брзина** је брзина коју тело има у одређеном тренутку времена.



- снага
- средња и тренутна снага
- користан и уложени рад
- корисна и уложена снага
- корисна и уложена енергија
- коефицијент корисног дејства



Слика 4.6.1: Младић и девојка дижу тегове истих маса на исту висину.

Девојка и младић такмиче се у дизању тегова (слика 4.6.1). Обоје дижу тегове исте масе, или, како у теретани кажу – исте тежине, на исту висину  $h$ , али је девојка то урадила за двоструко краће време него младић. Извршили су исти рад, који је једнак гравитационој потенцијалној енергији тегова на висини  $h$ , али за различито време. Пошто је девојка извршила исти рад двоструко брже, кажемо да она има два пута већу снагу него младић.

**Физичка величина која описује брзину извршења рада назива се снага.** Означава се са  $P$ . Бројчано је једнака извршеном раду у јединици времена. Рачунамо је као количник укупног рада  $A$  и времена  $t$  за које је тај рад извршен.

$$P = \frac{A}{t}$$

Мерна јединица за снагу је  $[P] = \frac{[A]}{[t]} = \frac{J}{s} = W$ , што се чита **ват**. Снага је скаларна физичка величина.



### САЗНАЈ ВИШЕ

Већ смо напоменули да се радом сила мења и енергија тела, тако да ако рад  $A$  сила изразимо преко промене енергије  $\Delta E$ , добијамо још једну дефиницију за снагу, а то је да је **снага једнака брзини промене енергије**. Рачунамо је као количник промене енергије  $\Delta E$  и времена  $\Delta t$  за које се та енергија променила.

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

Ако је сила која врши рад стална, тада се рад за пребацивање тела из положаја 1 у положај 2 рачуна према формули  $A = F \cdot s$ , где је  $s$  пређени пут између та два положаја. У том случају снага ће бити:

$$P = \frac{A}{t} = \frac{F \cdot s}{t} = F \cdot v_s,$$

где је  $v_s$  – средња брзина тела на путу  $s$ .



### ПОДСЕЋАЊЕ

Код равномерно праволинијског кретања, средња брзина једнака је тренутној брзини,  $v_s = v$ , а ако се креће равномерно променљиво праволинијски, тада је средња брзина једнака полубрзини почетне и крајње брзине:  $v_s = \frac{v_0 + v}{2}$ .

**Средњу снагу  $P_s$**  рачунамо по формули:

**СРЕДЊА СНАГА = СИЛА · СРЕДЊА БРЗИНА**

**Тренутна снага  $P$**  једнака је снази силе у сваком тренутку времена и рачунамо је преко формуле  $P = F \cdot v$ , где је  $v$  – тренутна брзина тела.

**ТРЕНУТНА СНАГА = СИЛА · ТРЕНУТНА БРЗИНА**



### ЗАДАТАК

**4.6.1.** Колика је средња снага силе интензитета 50 N, ако је тело под њеним деловањем прешло 100 m за 20 s?

**Физичка појава:** деловање силе у одређеном временском интервалу

**Поставка задатка:**

- интензитет силе  $F = 50 \text{ N}$ ;
- пређени пут  $s = 100 \text{ m}$ ;
- време за које је тело прешло тај пут  $t = 20 \text{ s}$ .

**Тражи се:** средња снага  $P_s$  силе

**Решење:**

Средња путна брзина је  $v_s = \frac{s}{t} = \frac{100 \text{ m}}{20 \text{ s}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , тако да је средња снага

$$P_s = F \cdot v_s = 50 \text{ N} \cdot 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 250 \text{ W}.$$

### Напомена:

$$1 \text{ ks} = 735,7 \text{ W}$$



Слика 4.6.2: Једна коњска снага једнака је брзини рада који изврши један коњ при подизању терета масе 75 kg на висину од 60 m за 1 минут.



### ЗАДАТАК

**4.6.2.** Ламборгини диабло (Lamborghini Diablo) је један од најпопуларнијих спортских аутомобила који сте често виђали у филмовима. Производила га је италијанска фабрика аутомобила Ламборгини у периоду од 1990. до 2001. године. Достигао је брзине до  $320 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Први модел је имао мотор који је развијао снагу од 485 KS (KS – скраћеница за „коњска снага“,  $1 \text{ KS} = 735,7 \text{ W}$ ). Колики је рад вучне силе тог мотора за време од једног часа?

**Поставка задатка:**

- снага мотора  $P = 485 \text{ KS} = 485 \cdot 746 \text{ W} = 361.810 \text{ W}$ ;
- укупно време  $t = 1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$ .

**Решење:** Из формуле за снагу силе  $P = \frac{A}{t}$ , следи

$$A = P \cdot t = 361.810 \text{ W} \cdot 3600 \text{ s} = 1.302.516 \text{ kJ} \approx 1302,5 \text{ MJ}.$$





**4.6.3.** Тело повећава брзину од  $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  до  $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  под деловањем сталне силе од  $100 \text{ N}$ .

Колике су средња и максимална снага силе?

**Физичка појава:** деловање сталне силе

**Поставка задатка:**

- почетна брзина  $v_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ;
- крајња брзина  $v = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ;
- интензитет силе  $F = 100 \text{ N}$ .

**Траже се:** средња  $P_s$  и максимална  $P_{max}$  снага силе

**Решење:**

- Пошто на тело делује стална сила, кретаће се равномерно убрзано, па је средња брзина једнака полузбиру почетне и крајње

$$\text{брзине } v_s = \frac{v_0 + v}{2} = \frac{10 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- Средња снага је

$$P_s = F \cdot v_s = 100 \text{ N} \cdot 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 2000 \text{ W} = 2 \text{ kW}$$

- Максимална снага једнака је тренутној снази

у тренутку када је тело достигло брзину  $v$ :

$$P_{max} = F \cdot v = 100 \text{ N} \cdot 30 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3000 \text{ W} = 3 \text{ kW}$$

**Напомена:** Када се у задацима тражи снага, мисли се на средњу снагу!

## КОЕФИЦИЈЕНТ КОРИСНОГ ДЕЈСТВА

Сви физички процеси око нас дешавају се са одређеним циљем. Ходемо да бисмо стигли из једног места у друго. Сипамо бензин у аутомобил да бисмо дошли до жељеног места. Укључујемо електричне уређаје у струју да бисмо опрали веш, загрејали јело, усисали кућу итд. Та електрична енергија се опет добија из неких других врста енергија: гравитационе или кинетичке енергије воде у хидроелектранама, енергије угља у термоелектранама, нуклеарне у нуклеарним електранама. У свим овим набројаним примерима постоји исто правило: да би се у неком посматраном систему извршио рад, у њега морамо да уложимо одређену енергију, која је опет повезана са неким другим радом.

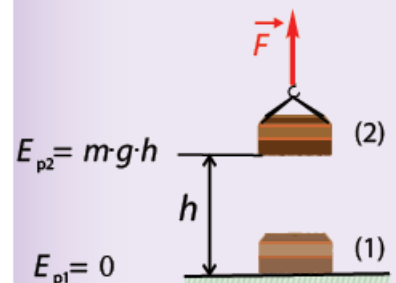
Размотримо сада следећи пример.

Хоћемо да неко тело подигнемо на висину  $h$  (слика 4.6.4). Наш циљ је да повећамо гравитациону потенцијалну енергију за  $\Delta E_p = m \cdot g \cdot h$ . Да бисмо то остварили, **уложимо рад**  $A_f = F \cdot h$ , где је  $F$  сила којом подижемо терет.

У идеалном случају, уложени рад  $A_u = A_f$  био би једнак промени гравитационе потенцијалној енергији тела  $\Delta E_p = m \cdot g \cdot h$ . Та промена потенцијалне енергије је за нас **користан рад**  $A_k = \Delta E_p$  (оно што желимо да остваримо на крају). У стварности, рад који бисмо морали да уложимо не иде само на повећање гравитационе потенцијалне енергије, него један део тога рада мора да се утроши на савлађивање „непријатељских“ сила које се супростављају нашем циљу. У датом случају, то је сила отпора ваздуха.

**Однос корисног  $A_k$  и уложеног рада  $A_u$  назива се коефицијент корисног дејства** и означава се са  $\eta$  (грчко слово ета).

$$\eta = \frac{A_k}{A_u}$$



Слика 4.6.4: Да би тело стекло потенцијалну гравитациону енергију, морамо да извршимо одређени рад.

Коефицијент корисног дејства је бездимензиона, скаларна физичка величина, као и коефицијент трења, зато што је једнак количнику две физичке величине исте врсте. Пошто су у физици, као и у нашој свакодневици, много већа улагања него добит на крају, користан рад је скоро увек мањи од уложеног рада. Само у идеалним случајевима ова два рада су једнака. На пример, ако би занемарили утицај свих сила отпора, тада би приликом дизања неког терета уложени рад мишића  $A_u$  био једнак гравитационој потенцијалној енергији тега  $A_k$  на датој висини. Пошто је  $A_k \leq A_u$ , следи и да је коефицијент корисног дејства  $\eta \leq 1$ . Обично се изражава у процентима, па је:

$$\eta (\%) = \frac{A_k}{A_u} \cdot 100\%.$$

Узмимо да је  $\eta = 0,1$ . То у процентима износи 10%. Значи, само 10% уложеног рада биће искоришћено за користан рад.

Ако узмемо у обзир везу између снаге и рада,  $A = P \cdot t$ , коефицијент корисног дејства можемо изразити преко количника корисне  $P_k$  и уложене снаге  $P_u$ .

$$\eta = \frac{P_k}{P_u}$$

#### ЗАДАТАК

**4.6.4.** Електрична дизалица диже терет масе 80 kg на висину 10 m за 20 s. Колика је снага мотора ако је коефицијент корисног дејства мотора 80%?

**Физичка појава:** физички процес кроз који се уложена снага преводи у корисну снагу

**Поставка задатка:**

- маса терета  $m = 80 \text{ kg}$ ;
- висина на коју се диже терет  $h = 10 \text{ m}$ ;
- време вршења рада  $t = 20 \text{ s}$ ;
- коефицијент корисног дејства  $\eta = 80 \%$

**Тражи се:** снага  $P$  мотора

**Решење:**

- Користан рад једнак је гравитационој потенцијалној енергији коју терет има када га подигнемо на висину  $h$ ,  $A_k = m \cdot g \cdot h$ .

• Снага тог рада једнака је  $P_k = \frac{A_k}{t} = \frac{m \cdot g \cdot h}{t} = \frac{80 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10 \text{ m}}{20 \text{ s}} = 400 \text{ W}$ .

- Из формуле  $\eta (\%) = \frac{A_k}{A_u} \cdot 100\% = \frac{P_k}{P_u} \cdot 100\%$  следи да је

уложена снага  $P_u = \frac{P_k \cdot 100\%}{\eta (\%)} = \frac{400 \text{ W} \cdot 100\%}{80\%} = 500 \text{ W}$ .

Ако узмемо у обзир везу између рада и промене енергије, коефицијент корисног дејства можемо изразити преко количника **корисне  $E_k$  и уложене енергије  $E_u$ :**

$$\eta = \frac{E_k}{E_u}$$

На пример, коефицијент корисног дејства неке хидроелектране можемо изразити као количник добијене електричне енергије и уложене кинетичке или гравитационе енергије воде.



**4.6.5.** Јеловарник је водопад у Србији са висином каскада од 71 m. Колика електрична енергија може да се добије падом  $10 \text{ m}^3$  воде са те висине, ако бисмо имали турбину чији је коефицијент корисног дејства 85 %? Густина воде је  $1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ .

**Физички процес:** превођење гравитационе у електричну енергију

**Поставка задатка:**

- висина са које вода пада  $h = 71 \text{ m}$ ;
- запремина воде  $V = 10 \text{ m}^3$ ;
- коефицијент корисног дејства  $\eta = 85 \%$ .

**Тражи се:** добијена електрична енергија  $E$

**Решење:**

- У овом физичком процесу гравитациона енергија воде масе  $m = \rho_0 \cdot V$  је уложена енергија  $E_u = m \cdot g \cdot h$ .

$$E_u = \rho_0 \cdot V \cdot g \cdot h = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10 \text{ m}^3 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 71 \text{ m} = 7.100.000 \text{ J} = 7,1 \text{ MJ}$$

- Из формуле  $\eta(\%) = \frac{A_k}{A_u} \cdot 100\% = \frac{E_k}{E_u} \cdot 100\%$  следи да је

$$\text{тражена енергија } E \text{ једнака корисној енергији } E_k = \frac{E_u \cdot \eta(\%)}{100\%} = \frac{7,1 \text{ MJ} \cdot 85\%}{100\%} = 6,035 \text{ MJ}.$$

Коефицијент корисног дејства је физичка величина којом се бројчано описује искоришћеност одређеног рада или енергије.

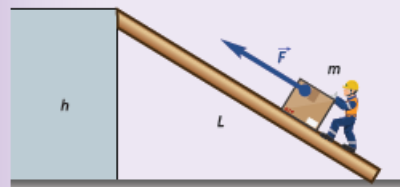
$$\frac{\text{КОЕФИЦИЈЕНТ КОРИСНОГ ДЕЈСТВА}}{\text{КОЕФИЦИЈЕНТ КОРИСНОГ ДЕЈСТВА}} = \frac{\text{КОРИСТАН РАД}}{\text{УЛОЖЕНИ РАД}} = \frac{\text{КОРИСНА ЕНЕРГИЈА}}{\text{УЛОЖЕНА ЕНЕРГИЈА}}$$



Слика 4.6.5: На улазу било ког физичког процеса имамо уложену енергију, а на излазу корисну енергију.



- Како се дефинише снага? Која је мерна јединица за снагу?
- Како се рачуна средња, а како тренутна снага у случају деловања сталне, хоризонталне силе? Када су те две снаге једнаке?
- Шта је коефицијент корисног дејства?
- Како можемо да рачунамо коефицијент корисног дејства?
- Човек гура силом  $F$  терет масе  $m$  уз стрму равн, дужине  $L$  да би га подигао на висину  $h$ . Шта је у овом случају користан, а шта уложени рад? У ком случају ће коефицијент корисног дејства у овом процесу бити једнак јединици?
- Која физичка величина се изражава у киловат-часовима?





## САЖЕТАК

- Сила врши **механички рад** ако помера или деформише неко тело.
- Када делује стална хоризонтална сила у смеру кретања тела, **рад**  $A$  се рачуна као производ силе  $F$  и пређеног пута  $s$ :  $A = F \cdot s$ , а када сила делује у супротном смеру, тада је рад једнак  $A = -F \cdot s$ . Мерна јединица за рад је џул (J). Када сила делује нормално на смер кретања, рад те силе једнак је нули.
- Рад резултанте сила**  $A_r$  бројчано је једнак збиру радова свих сила које делују на тело. При томе узимамо у обзир да бројчане вредности у збиру могу бити позитивне и негативне.
- Рад  $A_g$  силе Земљине теже** код слободног пада или хица наниже једнак је  $A_g = m \cdot g \cdot h$ , а код хица навише је  $A_g = -m \cdot g \cdot h$ , где је  $m$  – маса тела,  $g$  – убрзање силе Земљине теже и  $h = s$  – пут који је тело прешло.
- Рад  $A_t$  силе трења клизања је увек негативан:  $A_t = -F_t \cdot s$ .
- Енергија** је мера способности тела да изврши рад.
- Енергија коју тело има услед свога кретања назива се **кинетичка енергија**  $E_k$ . Мерна јединица је џул (J).  
 $E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ , где је  $m$  – маса, а  $v$  – брзина којом се тело креће.
- Енергија коју неко тело има услед свог положаја у односу на неко друго тело са којим интерагује назива се **потенцијална енергија**  $E_p$ . Мерна јединица је џул (J).  
 $E_p = m \cdot g \cdot h$ , где је  $m$  – маса тела,  $g$  – убрзање силе Земљине теже и  $h$  – висина у односу на **референтни ниво**. Када се тело налази на висини референтног нивоа, тада има нулту потенцијалну енергију.
- Механичка енергија**  $E$  једнака је збиру потенцијалне  $E_p$  и кинетичке  $E_k$  енергије:  
 $E = E_k + E_p$ . Мерна јединица за механичку енергију је џул (J).
- Рад  $A_r$  резултанте сила** бројчано је једнак промени кинетичке енергије тела на које те силе делују:  
 $A_r = E_{k2} - E_{k1}$ .
- Ако на тело, поред силе Земљине теже, делују и друге силе, њиховим резултујућим радом мењаће се укупна механичка енергија тела:  $A_r = E_2 - E_1$ .
- Закон одржања механичке енергије** важи у случајевима када на тело делује само сила Земљине теже или када делују и друге силе, али је њихов резултујући рад једнак нули:  $A_r = 0$ .
- Физичка величина која описује брзину извршења рада назива се **снага**  $P$ . **Средњу снагу**  $P_s$  рачунамо као количник укупног рада  $A$  и времена  $t$  за које је тај рад извршен  $P = \frac{A}{t}$ . У случају када на тело делује стална хоризонтална сила, средњу снагу рачунамо по формули  $P = F \cdot v_s$ , где је  $v_s$  – средња брзина тела на путу  $s$ . Мерна јединица за снагу је ват (W).
- Коефицијент корисног дејства**  $\eta$  је је однос корисног  $A_k$  и уложеног рада  $A_u$ :  $\eta = \frac{A_k}{A_u}$ . Можемо га рачунати и преко односа корисне  $P_k$  и уложене снаге  $P_u$ ,  $\eta = \frac{P_k}{P_u}$ , или преко корисне  $E_k$  и уложене енергије  $E_u$   $\eta = \frac{E_k}{E_u}$ .





## ПРОВЕРИ ЗНАЊЕ

1. Свакој физичкој величини придружи ознаку одговарајуће мерне јединице:

- |                                       |                           |
|---------------------------------------|---------------------------|
| а) снага _____                        | 1) N                      |
| б) рад _____                          | 2) Pa                     |
| в) коефицијент корисног дејства _____ | 3) V                      |
| г) кинетичка енергија _____           | 4) W                      |
| д) механичка енергија _____           | 5) J                      |
| ђ) потенцијална енергија _____        | 6) бездимензиона величина |

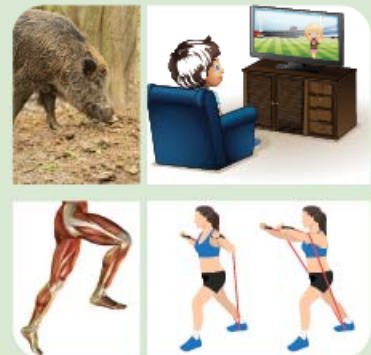
2. Датим физичким величинама придружи одговарајуће формуле

- |   |                              |
|---|------------------------------|
| а) гравитациона потенцијална енергија $E_p$ _____ | 1) $m \cdot g \cdot h$       |
| б) рад резултанте силе $A_r$ _____                | 2) $\frac{A}{t}$             |
| в) кинетичка енергија $E_k$ _____                 | 3) $\frac{1}{2} m \cdot v^2$ |
| г) снага $P$ _____                                | 4) $E_{k2} - E_{k1}$         |

3. Заоружи тачна тврђења:

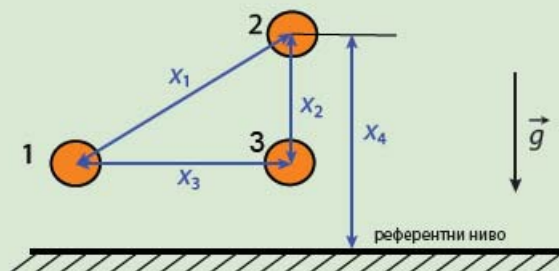
У којој од следећих физичких појава није извршен рад:

- а) прасе рије по земљи тражећи жиреве;
- б) дете гледа телевизор;
- в) дизалица диже терет;
- г) контракција (грчење) мишића приликом ходања;
- д) кретање тела у пољу Земљине теже;
- ђ) истезање траке за отпор.



4. Тело се помери из положаја 1 у положај 2. Промена гравитационе потенцијалне енергије тела дата је формулом:  $\Delta E_p = m \cdot g \cdot \Delta h$ . Колико је  $\Delta h$ ?

- |          |          |
|----------|----------|
| а) $x_1$ | б) $x_2$ |
| в) $x_3$ | г) $x_4$ |



5. Које од датих формула су тачне?

( $A_k$  – користан рад,  $A_u$  – уложен рад,  $E_k$  – корисна енергија,  $E_u$  – уложена енергија,  $P_k$  – користан снага и  $P_u$  – уложена снага)

- |                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| а) $\eta = \frac{E_k}{E_u}$ | б) $\eta = \frac{E_u}{E_k}$ | в) $\eta = \frac{P_k}{P_u}$ | г) $\eta = \frac{P_u}{P_k}$ | д) $\eta = \frac{P_k}{E_u}$ |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|



6. Колики део енергије се губи у неком процесу чији коефицијент корисног дејства износи 30%?

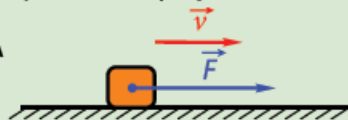
- а) 20%                      б) 30%                      в) 50%                      г) 70%

7. У којима од наведених случајева су извршени радови негативни:

- а) рад силе Земљине теже приликом хица навише;  
 б) рад силе отпора средине приликом кретања тела;  
 в) рад силе која делује нормално на вектор тренутне брзине;  
 г) рад силе трења приликом кочења тела;  
 д) рад силе потиска када тело иде навише у води?

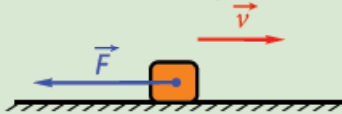
8. Тело се креће по хоризонталној подлози брзином  $v$ . На њега делује стална сила  $F = 1 \text{ N}$ . Тело током кретања не мења смер брзине. Рад силе  $F$  на пређеном путу од 1 метра је:

А



- а) 1 J                      б) 0 J                      в) -1 J                      г) 2 J                      д) -2 J

Б



- а) 1 J                      б) 0 J                      в) -1 J                      г) 2 J                      д) -2 J

9. Из бунара се подиже кофа масе 10 kg сталном брзином. При томе је извршени рад 4000 J. Колика је дубина бунара?

- а) 10 m                      б) 20 m                      в) 30 m                      г) 40 m

10. Два терета истих маса подижу се на висину  $h$  константном брзином на два начина:

А) гурајући га уз глатку стрму раван силом  $F_1$  (извршен рад је  $A_A$ ) и

Б) подижући га вертикално навише силом  $F_2$  (извршен рад је  $A_B$ ).

Заокружи тачан одговор:

а) однос извршених радова  $A_A$  и  $A_B$  је:

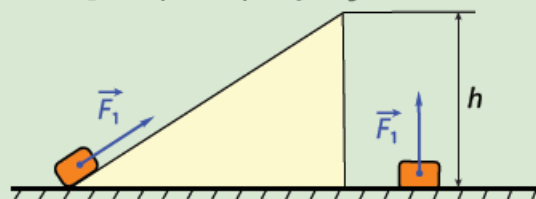
- 1)  $A_A < A_B$     2)  $A_A = A_B$     3)  $A_A > A_B$

4) на основу података није могуће дати тачан одговор

б) однос сила  $F_1$  и  $F_2$  је:

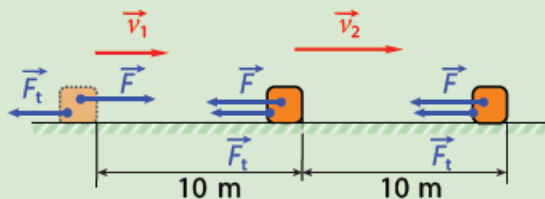
- 1)  $F_1 < F_2$     2)  $F_1 = F_2$     3)  $F_1 > F_2$

4) на основу података није могуће дати тачан одговор





- 11.** Тело се креће по хоризонталној подлози. На првом делу пута прелази 10 m при деловању сталне силе  $F = 10 \text{ N}$  која има исти смер као тренутна брзина тела  $v_1$ . На другом делу прелази још 10 m, а сила  $F = 10 \text{ N}$  која делује на њега има сада супротан смер од тренутне брзине  $v_2$ . Дуж целог пута на тело делује и стална сила трења  $F_t = 2 \text{ N}$ .



Заокружи тачан одговор:

- а) рад силе  $F$  на целом путу је:

1) 20 J                      2) 100 J                      3) 200 J                      4) нула

- б) рад силе трења  $F_t$  на целом путу је:

1) 20 J                      2) 40 J                      3) - 40 J                      4) - 20 J

- 12.** Заоружи тачна тврђења:

- а) Кинетичка енергија тела није увек позитивна.  
б) Приликом скока увис под делује на скакачицу повећавајући њену кинетичку енергију (слика).  
в) Рад силе Земљине теже увек је једнак промени кинетичке енергије тела.  
г) Кинетичка енергија тела сразмерна је квадрату брзине тела.  
д) Рад резултанте свих сила једнак је промени кинетичке енергије тела.



- 13.** Тело се креће брзином тако да му је кинетичка енергија  $E_k$ . Затим мења смер кретања, после чега је брзина пет пута већа од брзине када је имало кинетичку енергију  $E_k$ . Колико тада износи његова кинетичка енергија?

а)  $E_k$                       б)  $5 E_k$                       в)  $- 5 E_k$                       г)  $25 E_k$                       д)  $- 25 E_k$

- 14.** Одговори са ПОВЕЋАВА СЕ, СМАЊУЈЕ СЕ, НЕ МЕЊА СЕ.

Мало тело се креће по хоризонталној подлози. Како се при томе мењају наведене физичке величине:

- А)** када се тело креће равномерно праволинијски?

а) кинетичка енергија тела \_\_\_\_\_  
б) интензитет резултујуће силе \_\_\_\_\_  
в) бројчана вредност рада резултујуће силе \_\_\_\_\_

- Б)** када се тело креће равномерно убрзано праволинијски?

а) кинетичка енергија тела \_\_\_\_\_  
б) интензитет резултујуће силе \_\_\_\_\_  
в) бројчана вредност рада резултујуће силе \_\_\_\_\_



15. Одговори са ПОВЕЋАВА, СМАЊУЈЕ, НЕ МЕЊА.

Лоптица пада у бунар. Ако је њена гравитациона потенцијална енергија једнака нули на:

а) дну бунара, њена потенцијална енергија се при паду \_\_\_\_\_,

б) површини Земље, њена потенцијална енергија се при паду \_\_\_\_\_.

16. Машина 1 снаге 10 kW ради 1 сат. Машина 2 снаге 20 kW ради 30 минута. Упореди радове машина  $A_1$  и  $A_2$ :

а)  $A_1 = A_2$

б)  $A_1 > A_2$

в)  $A_1 < A_2$

17. Дописати на црту одговарајуће бројчане вредности:

Аутомобил се креће равномерно брзином  $72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ , вредност вучне силе мотора је 5 kN. Наћи:

1) снагу коју развија мотор,  $P = \text{_____ kW}$ ;

2) резултујућу силу која делује на аутомобил,  $F_r = \text{_____ N}$ ;

3) рад који изврши вучна сила на путу дужине једног километра,  $A = \text{_____ MJ}$ .

18. Дописати на црту одговарајуће бројчане вредности: Скајдрајвер масе 50 kg

пада сталном брзином  $180 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  са раширеним рукама и ногама.

Одредити:

а) колика сила отпора  $F_{\text{от}}$  делује на њега,  $F_{\text{от}} = \text{_____ N}$ ;

б) рад  $A_g$  силе Земљине теже на пређених 100 метара у паду,  $A_g = \text{_____ J}$ ;

в) рад  $A_{\text{от}}$  силе отпора ваздуха на пређених 100 метра у паду;  $A_{\text{от}} = \text{_____ J}$ ;

г) снагу силе земљине теже  $P_g$ ,  $P_g = \text{_____ W}$ .



19. Вредност коефицијента корисног дејства машине А је 30%. Упореди овај коефицијент са коефицијентом корисног дејства машине В која изврши рад од 0,3 MJ за 5 min, при уложеној снази од 3 kW.

а)  $\eta_A > \eta_B$

б)  $\eta_A < \eta_B$

в)  $\eta_A = \eta_B$



20. У следећим примерима на црте поред уложене и корисне енергије уписати број који одговара једној од наведених енергија:

а) скок детета увис са трамболине до највише тачке,



уложена енергија \_\_\_\_\_

корисна енергија \_\_\_\_\_

- 1) електрична енергија
- 2) гравитациона потенцијална енергија
- 3) рад вучне силе мотора на пређеном путу
- 4) кинетичка енергија
- 5) енергија сагоревања бензина
- 6) еластична енергија
- 7) топлотна енергија

б) добијање енергије у хидроелектранама које користе пад водене масе,



уложена енергија \_\_\_\_\_

корисна енергија \_\_\_\_\_

- 1) електрична енергија
- 2) гравитациона потенцијална енергија
- 3) рад вучне силе мотора на пређеном путу
- 4) кинетичка енергија
- 5) енергија сагоревања бензина
- 6) еластична енергија
- 7) топлотна енергија

в) подгревање ручка на шпорету,



уложена енергија \_\_\_\_\_

корисна енергија \_\_\_\_\_

- 1) електрична енергија
- 2) гравитациона потенцијална енергија
- 3) рад вучне силе мотора на пређеном путу
- 4) кинетичка енергија
- 5) енергија сагоревања бензина
- 6) еластична потенцијална енергија
- 7) топлотна енергија

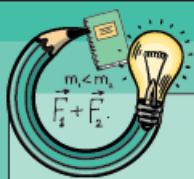
г) пре него што кренемо, да бисмо прешли одређени пут, морамо да напунимо горивом резервоар аутомобила.



уложена енергија \_\_\_\_\_

корисна енергија \_\_\_\_\_

- 1) електрична енергија
- 2) гравитациона потенцијална енергија
- 3) рад вучне силе мотора на пређеном путу
- 4) кинетичка енергија
- 5) енергија сагоревања бензина
- 6) еластична потенцијална енергија
- 7) топлотна енергија

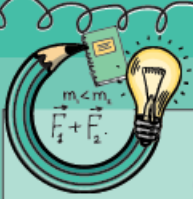


## ОСНОВНЕ ФОРМУЛЕ

<b>Рад силе</b>	$A = \pm F \cdot s$ [+] – сила делује у смеру кретања [-] – сила делује у супротном смеру од смера кретања	$F$ – интензитет силе $s$ – пређени пут
<b>Кинетичка енергија</b>	$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$	$m$ – маса тела $v$ – брзина којом се тело креће
<b>Гравитациона потенцијална енергија</b>	$E_p = m \cdot g \cdot h$	$m$ – маса тела $g$ – убрзање силе Земљине теже $h$ – висина у односу на референтни ниво
<b>Механичка енергија</b>	$E = E_k + E_p$	$E_k$ – кинетичка енергија $E_p$ – гравитациона потенцијална енергија
<b>Рад резултанте сила</b>	$A_r = E_{k2} - E_{k1}$	Радам свих сила мења се кинетичка енергија тела
<b>Рад свих сила осим силе Земљине теже</b>	$A_r = E_2 - E_1$	Радам свих сила осим силе Земљине теже мења се механичка енергија*
<b>Средња снага</b>	$P_s = \frac{A}{t}$	$A$ – укупан рад $t$ – укупно време
	$P_s = F \cdot v_s$	$F$ – интензитет силе $v_s$ – средња брзина**
<b>Тренутна снага</b>	$P = F \cdot v$	$F$ – интензитет силе $v$ – тренутна брзина
<b>Коефицијент корисног дејства</b>	$\eta = \frac{A_k}{A_u}$	$A_k$ – користан рад $A_u$ – уложени рад
	$\eta = \frac{P_k}{P_u}$	$P_k$ – корисна снага $P_u$ – уложена снага
	$\eta = \frac{E_k}{E_u}$	$E_k$ – корисна енергија $E_u$ – уложена енергија

\* Када на тело поред силе Земљине теже делују и друге силе, њиховим резултујућим радом  $A_r$  мењаће се механичка енергија тела:  $A_r = E_2 - E_1$ . Када је  $A_r = 0$ , важи Закон одржања механичке енергије:  $E_1 = E_2$ .

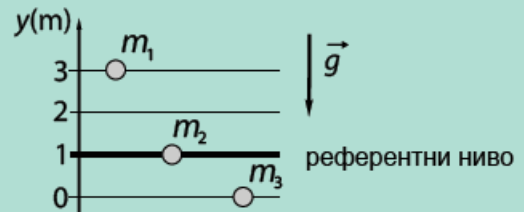
\*\* Када се тело креће равномерно праволинијски, средња брзина  $v_{sr}$  једнака је полубиру почетне  $v_0$  и крајње брзине  $v$ ,  $v_{sr} = \frac{v_0 + v}{2}$ .



## ЗАДАЦИ

### GRAVITACIONA POTENCIJALNA ENERGIJA

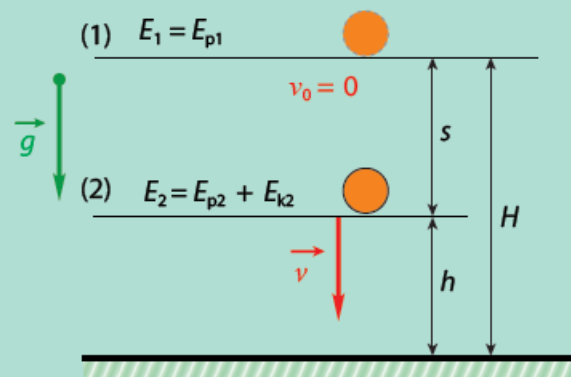
1. Тела  $m_1 = m_2 = m_3 = 5 \text{ kg}$  распоређена су као на слици. Одредити гравитациону потенцијалну енергију сваког тела у односу на задати референтни ниво.



2. Тело пада са висине 150 m на висину 50 m у односу на површину Земље. За колико процената се смањила гравитациона потенцијална енергија?

### KINETIČKA ENERGIJA I MEХАНИЧКА ENERGIJA ЗАКОН ОДРЖАЊА МЕХАНИЧКЕ ENERGIJE

3. Колико пута се повећа кинетичка енергија тела ако му се брзина увећа два пута?
4. Тркаш се са другарицом. Твоја маса је 75 kg. У почетку имате исту кинетичку енергију. Ако повећаш своју брзину за 25%, ваше брзине ће се изједначити. Колика је маса твоје другарице? (**Мала помоћ:**  $v_1 = 1,25 \cdot v_2$ , где је  $v_1$  твоја почетна брзина, а  $v_2$  брзина твоје другарице.)
5. Камен је пуштен да слободно пада са висине 20 m у односу на подлогу. На којој висини  $h$  је:



- а) кинетична енергија једнака потенцијалној,
- б) механичка енергија три пута већа од потенцијалне?



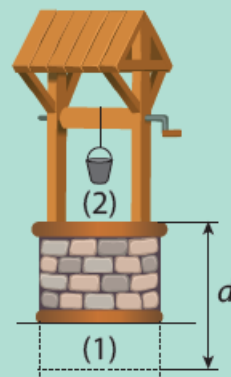
6. Скејтер масе 70 kg се спушта по бициклическој стази. Нагиб стазе је  $30^\circ$ . Колику брзину ће скејтер имати након пређених 10 m ако је кренуо из мировања? Занемарити силу отпора средине.



### ○ РАД И ПРОМЕНА ЕНЕРГИЈЕ

7. Из бунара се подиже кофа масе 10 kg сталном брзином. При томе је сила затезања ужета извршила рад 400 J. На којој дубини је површина воде у бунару?

**Физичка појава:** механички рад при коме се мења само потенцијална енергија тела



8. Тело масе 50 kg креће се по хоризонталној подлози, при чему на њега делују стална сила  $F$  у смеру кретања тела и сила трења интензитета 500 N. Наћи радове тих сила ако је почетна брзина тела  $6 \frac{m}{s}$ , а тело заочи за 8 s.

**Физичка појава:** рад резултанте сила при којем се мења само кинетичка енергија

9. Човек гура сталном хоризонталном силом кола масе 2 тоне по хоризонталном путу. При томе је извршио рад 5000 J, брзина се променила од 0 до брзине  $v$ , а кола су се померила за 20 m.

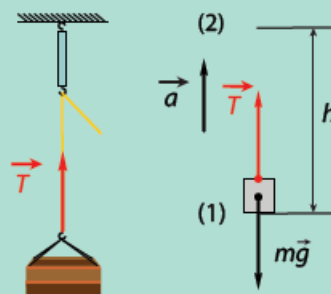
Ако је рад сила трења занемарљив, наћи:

- брзину кола  $v$  и
- хоризонталну силу  $F$  која је деловала на кола.

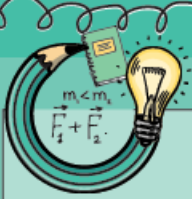


10. Тело се креће по храпавој хоризонталној подлози под дејством неке вучне силе. Рад вучне силе дуж пређеног пута је 10 J, а рад силе трења -3 J. Кинетичка енергија тела на почетку пута износи 10 J, а на крају 16,5 J. Наћи рад силе отпора ваздуха на том путу?

11. Сандук масе 10 kg подиже се сталном силом затезања помоћу лаког ужета. Наћи рад силе затезања ако се сандук подигне на висину 8 m за 10 s. Почетна брзина сандука једнака је нули.







12. Током Првог српског устанка 1804. године један од проблема са којим су се устаници суочили била је набавка артиљерије. У првим данима борбе могли су је набавити само у суседној Аустрији. Марта исте године, бивши епископ из Новог Сада Јован Јовановић упутио је у побуњену Србију први гвоздени трофунтни топ. Калибар (пречник) цеви се тада одређивао према маси кугле – ђулета (ђуле од једне фунте имало је масу 0,454 kg). Дужина цеви овог топа била је 950 mm. Колика је средња сила барутних гасова деловала на ђуле, које је у цеви убрзало од 0 до  $100 \frac{m}{s}$ ? (**Мала помоћ:** извршени рад силе којом су барутни гасови деловали на ђуле једнак је кинетичкој енергији коју је ђуле имало на излазу из цеви).



Један пример гвозденог топа почетком године 1800.



Први српски устанак

## ○ СНАГА И РАД

13. Колика је средња снага мотора аутомобила масе 2 t, ако равномерно убрзава из мировања до  $130 \frac{km}{h}$  за 5 s?

Занемарити силе трења и отпора средине.

**Физичка појава:** промена енергије у одређеном временском интервалу

14. Колику је снагу уложила ученица Математичке гимназије масе 56 kg да би се за две минуте од приземља, сталном брзином, попела на трећи спрат школе? Узети да је висина једног спрата у школи 4 m. (**Мала помоћ:** Извршени рад једнак је гравитационој енергији ученице на трећем спрату.)

15. Електрични мотор воза-играчке равномерно убрзава воз из мировања до брзине  $0,8 \frac{m}{s}$  за 50 ms. Воз се креће по хоризонталној подлози. Укупна маса воза је 800 g. Наћи средњу и максималну снагу мотора воза током убрзавања. Занемарити силе трења и отпора средине.





## ◦ КОЕФИЦИЈЕНТ КОРИСНОГ ДЕЈСТВА

16. Дизалица подиже терет масе 100 kg константном силом из мировања на висину од 10 m. Колику енергију троши мотор дизалице ако је брзина терета на тој висини  $1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ? Коефицијент корисног дејства мотора је 80%. Колика је корисна  $P_k$ , а колика уложена  $P_u$  снага мотора дизалице?

**Физичка појава:** губитак енергије у физичким процесима

17. Снага електричне струје коју производи хидроелектрана је 80 kW, а степен корисног дејства је 80%. Колика маса воде пада на турбину у 1 s са висине 10 m?
18. При равномерном кретању трамвај користи снагу 80 kW из електричне мреже. Вучна сила мотора је 4 kN, а степен корисног дејства 60%. Колики пут пређе трамвај за 1 минут? Коликом брзином се креће?

**(Мала помоћ:** корисна снага је средња снага вучне силе мотора).

19. Трамвај почиње да убрзава убрзањем  $5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  по хоризонталној подлози. Колики је коефицијент трења ако се 40% снаге мотора користи за савлађивање силе трења.

20. Моторне санке масе 1,5 t равномерно возе узбрдо. Нагиб узбрдице је такав да је на сваких 100 m пута разлика висина 4 m. Колику енергију потроши мотор санки на путу од 3 km ако му је коефицијент корисног дејства 0,3?



# 5

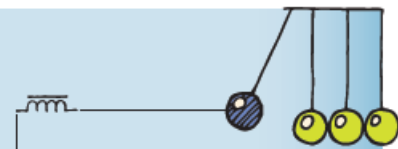
## ТОПЛОТНЕ ПОЈАВЕ

- ЗНАМО ДА ЋЕ СЕ ВОДА ОХЛАДИТИ КАДА ЈЕ СТАВИМО У ФРИЖИДЕР, И ДА ЋЕ БИТИ СВЕ ХЛАДНИЈА ШТО ЈЕ ДУЖЕ У ЊЕМУ ДРЖИМО. ТАКОЂЕ СМО ПРИМЕТИЛИ ДА, МА КОЛИКО ДУГО ДА ХЛАДИМО ВОДУ У ФРИЖИДЕРУ, ОНА СЕ НЕЋЕ ЗАЛЕДИТИ. ДА БИСМО ЈЕ ЗАЛЕДИЛИ, МОРАМО ДА ЈЕ СТАВИМО У ЗАМРЗИВАЧ. КАДА СЕ ЛЕТИ СПРЕМАМО ЗА ДУГУ ВОЖЊУ БИЦИКЛОМ СА ПРИЈАТЕЉИМА, НАМЕРНО ОСТАВИМО ВОДУ У ПЛАСТИЧНОЈ БОЦИ У ЗАМРЗИВАЧУ. ЗНАМО ДА ЋЕ СЕ ЛЕД КОЈИ СЕ СТВОРИО У БОЦИ ОТАПАТИ НА ВИСОКОЈ СПОЉАШЊОЈ ТЕМПЕРАТУРИ, АЛИ И ДА ЋЕМО ОД ОТОПЉЕНОГ ЛЕДА ДОБИТИ ХЛАДНИЈУ ВОДУ, НЕГО ДА БОЦУ НИСМО ДРЖАЛИ У ЗАМРЗИВАЧУ.
- КАДА ЖЕЛИМО ДА ОХЛАДИМО ТОПЛИ ЧАЈ, У ЊЕГА СИПАМО ХЛАДНИЈУ ВОДУ. КАДА ЖЕЛИМО ДА ЗАГРЕЈЕМО ХЛАДНУ ЛИМУНАДУ, У ЊУ СИПАМО ТОПЛИЈУ ВОДУ. АКО ЖЕЛИМО ДА ТОКОМ ЦЕЛЕ ГОДИНЕ ИМАМО КОНСТАНТНУ ТЕМПЕРАТУРУ У СОБИ ОД НПР  $26^{\circ}\text{C}$ , ЛЕТИ УКЉУЧУЈЕМО КЛИМА УРЕЂАЈЕ (ХЛАДИМО), А ЗИМИ ГРЕЈАЛИЦЕ, ПЕЋИ ИЛИ РАДИЈАТОРЕ (ЗАГРЕВАМО). КАДА УБЕМО У ПАРФИМЕРИЈУ ОСЕЋАМО МИРИСЕ ПАРФЕМА У ЦЕЛОЈ ПРОДАВНИЦИ, ИАКО ПРОДАВАЧИЦЕ ПРСКАЈУ ПАРФЕМЕ НА МАЛОЈ УДАЉЕНОСТИ ОД ЊИХ. ЧУЛИ СМО ДА СЕ ТЕЛА ШИРЕ АКО ИХ ЗАГРЕВАМО. ПРИ УДАРУ О ЗЕМЉУ ТЕЛО КОЈЕ ПАДА ИМА БРЗИНУ, НЕПОСРЕДНО ПОСЛЕ ПАДА ОНО СЕ ЗАУСТАВИ.
- СВАКОДНЕВНО КОРИСТИМО ТЕРМИНЕ КАО ШТО СУ: ХЛАЂЕЊЕ, ЗАГРЕВАЊЕ, ТОПЛО, ХЛАДНО, ТЕМПЕРАТУРА. ТОПЛОТНЕ ПОЈАВЕ ПРИМЕЂУЈЕМО СВУДА ОКО НАС, А САДА ЋЕМО СЕ ПОТРУДИТИ ДА ИХ РАЗУМЕМО. РАЗЈАСНИЋЕМО ШТА ЈЕ ТО ТЕМПЕРАТУРА, У КАКВОЈ ЈЕ ОНА БЕЗИ СА ЧЕСТИЦАМА СУПСТАНЦИЈЕ ОД КОЈЕ ЈЕ САСТАВЉЕНО ТЕЛО, ЗАШТО СЕ ТЕЛА ШИРЕ НА ВИШИМ ТЕМПЕРАТУРАМА, ГДЕ ОДЛАЗИ МЕХАНИЧКА ЕНЕРГИЈА КОЈЕ ТЕЛО ИМА ПРИ ПАДУ, КАКО СЕ ПРЕНОСИ ТОПЛОТА.



# 5.1. ЧЕСТИЧНИ САСТАВ СУПСТАНЦИЈЕ:

## МОЛЕКУЛИ И ЊИХОВО ХАОТИЧНО КРЕТАЊЕ



- честица
- хаотично кретање
- дифузија
- температура



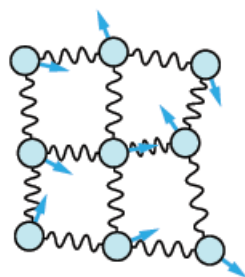
У физици смо до сада уобичајено користили израз „тело“ за све што нас окружује. Оно од чега се састоје тела назива се супстанцијом. Тела имају облик и запремину. Ваздух, вода, алуминијум, гвожђе су различите супстанције. Гвоздена кугла је физичко тело које се састоји од гвожђа. Супстанција је облик постојања материје. Материја је све што постоји, без обзира на то да ли је видимо или не (небеска тела, светлост, звук...).

### ЧЕСТИЧНИ САСТАВ СУПСТАНЦИЈЕ

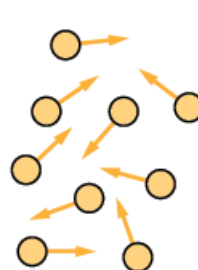
На основу наших чула углавном примећујемо да хладније тело има нижу температуру, а топлије вишу. Када грејемо просторију у којој се налазимо, повећавамо температуру ваздуха, а то можемо и проверити ако у просторији имамо термометар. Ипак, не можемо се ослонити само на наша чула како бисмо објаснили шта је топлије, а шта хладније. Ако зими са спољашње температуре од  $5\text{ }^{\circ}\text{C}$  уђемо у собу у којој је температура  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ , осетићемо да смо се загрејали. Ако у исту собу уђемо лети са спољашње температуре од  $35\text{ }^{\circ}\text{C}$ , осетићемо да смо се расхладили. У оба случаја температура собе у коју улазимо је иста, али наша чула реагују различито.

Да бисмо у физици прецизно дефинисали температуру, морамо да разумемо од чега је састављена супстанција. Честице од којих је састављена супстанција могу бити молекули, атоми, јони. Повезане су у једну целину, супстанцију, зато што између њих делују силе. Број честица у супстанцији је веома велики: у  $1\text{ cm}^3$  воде садржи се око  $3,4 \cdot 10^{22}$  молекула, у  $1\text{ m}^3$  гаса кисеоника налази се око  $2,4 \cdot 10^{25}$  молекула. Налазе се у стању кретања, без обзира на то у ком агрегатном стању се супстанција налази.

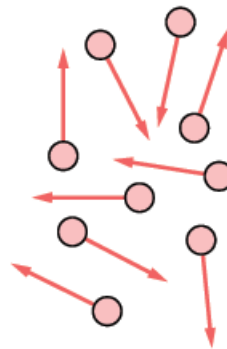
Чврсто стање



Течно стање



Гасовито стање



Слика 5.1.1: Молекули су најслабије везани у гасовима, а најјаче у чврстим телима.

У гасовитом стању молекули су најслабије међусобно везани, па су и бржи од молекула у течностима и чврстим телима. Слично кретање је и код молекула течности. Ови молекули су јаче међусобно везани, па су спорији од молекула у гасовима. У чврстом стању честице вибрирају око одређених фиксних положаја, па су спорије и од молекула у течностима.

## ЧЕСТИЦЕ И ЊИХОВО ХАОТИЧНО КРЕТАЊЕ

Кретање честица у гасовима и течностима је хаотично. Такво непрекидно хаотично кретање називамо топлотним кретањем. Због таквог кретања, оне се сударају међусобно и са зидовима простора или суда у коме се налазе. При сударима брзине честица стално мењају правац, смер и интензитет. Што је температура супстанције већа, кретање честица је хаотичније. Кретање честица гасова не можемо да видимо, али можемо да приметимо чулом мириса. Ако у собу унесемо тек убрано мирисно цвеће, мирис ће се врло брзо осетити и на другом крају собе, тј. у целој соби. Честице супстанције која цвећу даје мирис се крећу, па се зато мирис шири. Ипак, мирис се неће одмах осетити у целој просторији због тога што се честице мирисне супстанције током свог хаотичног кретања сударају и са честицама ваздуха. У тренутку када мирис осећамо у целој соби, можемо да кажемо да су се честице мирисне супстанције и ваздуха измешале.

Да се честице течности крећу хаотично можете да видите ако у чашу воде убаците течност за бојење хране или мастило. Приметићемо да се плава течност (уколико је боја плава) шири кроз воду, али је потребно више времена да се успостави хомогена боја у целој чаши него при ширењу мириса кроз собу.



Слика 5.1.2: Хаотично кретање честица у течном стању.

Ако на углачану плочу злата ставимо глатку плочу олова и притиснемо их неким тегом, после неколико година ће се на растојању од око једног милиметра измешати честице олова и злата. Честице супстанци у чврстом стању се такође мешају, али знатно спорије од честица течности и гасова.

**Мерење брзине хаотичног кретања у гасовима и течностима**

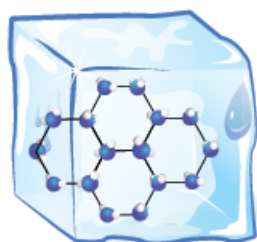
У истом тренутку ученик попрска парфем у једном углу собе, а други сипа мастило у чашу воде. Други ученик мери време потребно да се вода у чаши хомогено обоји. Неколико ученика распоређених на различитим местима у учионици мере време после којег је мирис дишао до њих. **НАПОМЕНА:** бићно је оставиши да се течности обоји хомогено сама од себе, без употребе било које спољашње силе (мешање кашичицом, померање чаше, да нема циркулација ваздуха, промаје...)

(а) Упоредити измерена времена.

(б) Зашто сви ученици распоређени на различитим удаљеностима од ученика који прска парфем, не осећају мирис парфема истовремено?

(в) Да ли је потребно више времена да се парфем рашири у учионици или да се вода хомогено обоји? Објаснити.

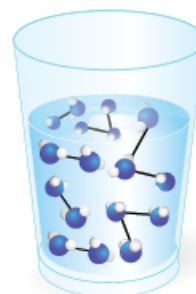
Чврсто стање



Гасовито стање

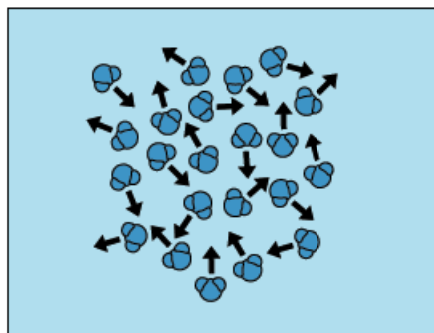


Течно стање

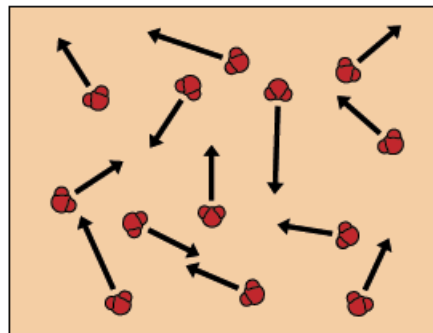


Слика 5.1.3: Честице се најбрже крећу у гасовима, спорије у течностима и најспорије у чврстим телима.

До мешања честица различитих супстанци долази због **дифузије**. Дифузија је процес продирања честица једне у простор између честица друге супстанције. Овај процес је спонтан, дешава се сам од себе. Ако су честице једне супстанције у неком делу простора „згуснуте“, оне „желе“ да се распореде на цео простор који им је на располагању, због тога се мешају са честицама друге супстанције која се у том простору налази. (Честице мирисне супстанције су у првом моменту згуснуте око цвета, али врло брзо се рашире по целој соби.) Дифузија престаје онда када се честице свих супстанција равномерно распореде у целом простору.



спорије кретање честица на нижим температурама



брже кретање честица на вишим температурама

Слика 5.1.4: Честице се крећу брже на вишим температурама.



## ОГЛЕД

### Мерење времена дифузије течности на различитим температурама

Један ученик сипа мастило у хладну воду, а други у топлу. Оба ученика мере временски интервал када ће се вода у чаши хомогено обојити. Који ученик бележи дужи временски интервал? Објаснити.

Сада можемо да се вратимо на прву реченицу из лекције: хладнија тела имају нижу температуру, а топлија вишу. Топлији ваздух има вишу температуру због тога што се његове честице крећу брже. Појаве које су везане за промену температуре, односно за промену брзине кретања честица, називамо топлотним појавама.



- Од чега је састављена супстанција?
- Каково је кретање честица у гасовитом и течном стању, а какво у чврстом?
- Шта је дифузија?
- Да ли се честице крећу брже или спорије када се температура повећава? Објаснити.
- У ком стању (гасовитом, течном или чврстом) се честице најбрже крећу? Објаснити.

## 5.2. ТОПЛОТНО ШИРЕЊЕ ТЕЛА



Слика 5.2.2: Разлика у дужини бетонског моста од неколико стотина метара лети и зими је неколико десетина центиметара.

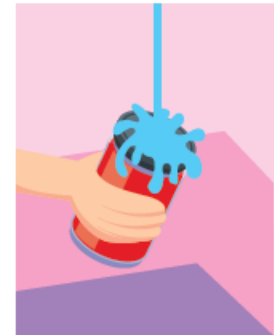
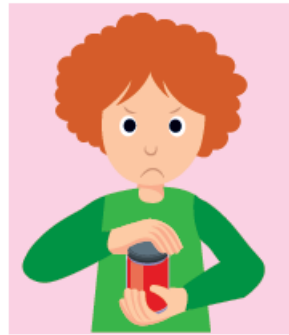


Слика 5.2.3: Процеп између железничких шина који дозвољава промену њихових дужина на различитим температурама.



Слика 5.2.4: Спојеви повезују цеви код централног грејања, јер кроз њих пролази топла вода.

Сигурно нам се свима десило да смо купили теглу џема од јагода коју нико у кући не успева да отвори, ма колико био снажан. Када потопимо стегнути метални поклопац у топлу воду, он се прошири, после чега га лако одврнемо од стаклене тегле. Приметимо да, чак и ако целу стаклену теглу са металним поклопцем ставимо под млаз топле воде, поклопац ће се опет одвојити. У овом случају шире се и стаклена тегла и метални поклопац, али метал се више прошири од стакла.



Слика 5.2.1: Метални поклопац можемо да одвојимо од стаклене тегле грејући га топлом водом.

**Тела се шире када им се повећава температура. Ову појаву називамо тоplotно ширење. Топlotно ширење представља повећање димензије тела када му се температура повећава.** Када повећавамо температуру тела, честице од којих се тело састоји крећу се брже и због тога се више удаљавају једне од других. Гледано споља, ми не можемо видети да се честице удаљавају једне од других, али примећујемо ширење.

Ширење се дешава и код гасова и течности, када им се повећава температура. Топlotно ширење је највеће код гасова, а најмање код чврстих тела.

Слично, тела се сужавају када им се температура смањује.

Инжењери морају да узму у обзир тоplotно ширење. Да би мостови могли да се користе током целе године, и на летњим и на зимским температурама, у њих се уграђују механизми који дозвољавају промену дужине моста. Инжењери прецизно рачунају могуће промене дужине, узимајући у обзир дужину моста, распон између могућих минималних и максималних температура, као и материјал од кога је мост сачињен.

Слично је и са шинама. Између железничких шина се оставља процеп који дозвољава ширење током лета. У возу чујемо звук када прелази преко процепа.

Код централног грејања цеви су повезане спојевима који им остављају простор да се шире, јер кроз њих пролази топла вода која их греје.



На различитим географским подручјима разлике у летњим и зимским температурама варирају. У зависности од температурних варијација, инжењери остављају мање или веће празнине између железничких шина и наставака за мостове.

Асфалтирање улица би требало радити током пролећа и јесени зато што је тада промена температуре током летњих и зимских месеци најмања у односу на температуру када је асфалт постављен, па је и промена димензија асфалта најмања.



#### САЗНАЈ ВИШЕ

Јакутск (Yakutsk) је град у источном Сибиру, који важи за најхладнији град на свету. Просечна температура зими износи око  $-39\text{ }^{\circ}\text{C}$ , а лети око  $+20\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Кито (Quito), главни град Еквадора, који се налази на око 30 km од екватора, има скоро константну температуру током целе године, тако да се у овом граду не може приметити прелазак између годишњих доба. Најнижа ноћна температура је око  $+10\text{ }^{\circ}\text{C}$ , а највиша дневна око  $+20\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Јасно је да инжењери у Јакутску морају да остављају много већи простор између шина од оних из Китоа.

### ТОПЛОТНО ШИРЕЊЕ ВОДЕ

Вода има неуобичајено понашање на ниским температурама, између  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  и  $4\text{ }^{\circ}\text{C}$ . За разлику од других течности, смањивањем температуре од  $4\text{ }^{\circ}\text{C}$  до  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  вода се шири. Због овог феномена, лед има мању густину од воде на  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

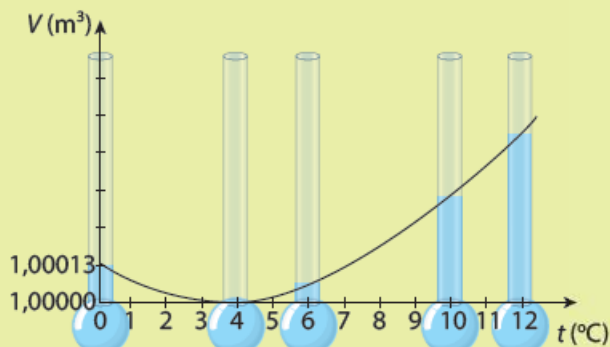
Вода се шири и повећавањем температуре од  $4\text{ }^{\circ}\text{C}$ , као и све друге течности. Вода има најмању запремину на температури од  $4\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Самим тим, густина воде је највећа на овој температури.

Треба истаћи да је запремина неке количине воде на собној температури свакако већа од запремине исте количине воде на  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ .



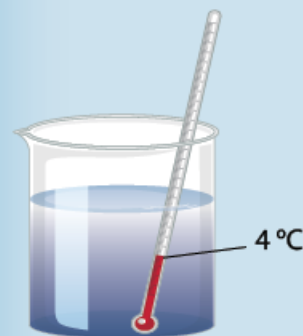
#### САЗНАЈ ВИШЕ

Вода се неуобичајено понаша због разбијања веза које молекули воде формирају на температурама испод  $4\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Када се молекули који су били повезани раздвоје, заузимају већу запремину.

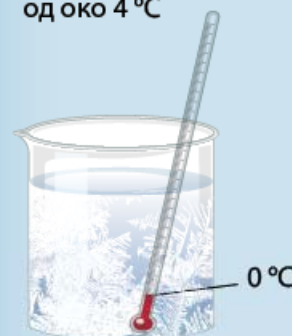


Слика 5.2.6: Неуобичајено понашање воде. Од  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  до  $4\text{ }^{\circ}\text{C}$  запремина воде се смањује. После  $4\text{ }^{\circ}\text{C}$ , понашање воде је као и код осталих супстанција.

Сада нам је јасно зашто лед плива по хладној лимунади – његова густина је мања од густине хладне лимунаде.



хладна вода, на температури од око  $4\text{ }^{\circ}\text{C}$



вода на температури од  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$

Слика 5.2.5: Запремина воде се повећава на температури мањој од  $4\text{ }^{\circ}\text{C}$ .



Слика 5.2.7: Лед има мању густину од хладне лимунаде.



Слика 5.2.8: На јако ниским температурама заледи се само површина воде. Испод танког леда је вода у течном стању.

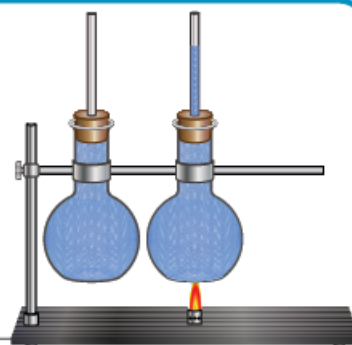
У неким земљама на северу Европе, зиме су толико хладне да се језера (па и мора!) заледи. Заправо, заледи се само површина језера. Залеђена ледена површина опстаје на хладној води језера исто као што и лед плива по хладној лимунади. Људи који нису добро научили ову лекцију на часовима физике ходају несмотрено по залеђеним језерима, што може да буде опасно, јер под дејством своје тежине могу пробити залеђену површину и упасти у дубоку воду.



#### ОГЛЕД

##### Оглед 5.2.1:

Кроз чеп стаклене флаше пробушити отвор кроз који се провуче сламчица и сипати воду. Када загревамо воду, приметимо да се вода пење кроз сламчицу зато што се шири. **Напомена:** шири се и стаклена флаша, али се стакло шири мање од воде.



Слика 5.2.9: Топлотно ширење течности; ниво течности у флаши се пење када је загревамо.

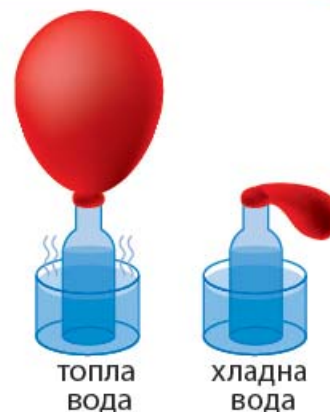
И гасови се шире при загревању, што можемо видети ако изведемо следећи оглед.



#### ОГЛЕД

##### Оглед 5.2.2:

На стаклену флашу у којој је ваздух закачимо балон. Флашу са балоном прво ставимо у топлу воду. Примећујемо да се балон пуни, јер се ваздух из боце шири и прелази у балон. Када исту флашу потопимо у хладну воду, балон се празни.



Слика 5.2.10: Запремина ваздуха се повећава када га грејемо и смањујемо када га хладимо.



- Шта се дешава са запремином тела када се температура повећава, а шта када се температура снижава?
- Шта се дешава са честицама од којих је састављено тело када се повећава температура?
- Шта се дешава са запремином воде када се температура смањује од  $4\text{ }^{\circ}\text{C}$  до  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ ?
- Зашто лед плива по хладној води?
- Зашто инжењери између шина остављају процеп?

# 5.3. ПОЈАМ И МЕРЕЊЕ ТЕМПЕРАТУРЕ

## ПОЈАМ ТЕМПЕРАТУРЕ

Сваког дана проверавамо температуру спољашњег ваздуха да бисмо знали како да се обучемо, да ли можемо да проводимо слободно време напољу. Када се не осећамо добро, проверавамо телесну температуру. Пре него што је измеримо термометром (који често погрешно називамо топломером), махинално стављамо руку на чело да бисмо проценили да ли је топло. У свакодневном животу често користимо појам температуре и исто тако га изједначавамо са појмом топлоте. Ова два појма су повезана, али физика прави јасну разлику између њих.

Температуру можемо да дефинишемо на више начина. Једна од општеприхваћених дефиниција јесте да је **температура физичка величина која одређује меру загрејаности тела (супстанције од које је тело састављено).**

За мерење температуре користе се различите скале. У свакодневном животу, у Европи, најчешће се користи Целзијусова скала ( $^{\circ}\text{C}$ ) и температура изражена у степенима целзијуса уобичајено се обележава знаком  $t$ . У Америци се користи Фаренхајтова скала ( $^{\circ}\text{F}$ ).

У физици се најчешће користи Келвинова скала (K). Температуру изражену у степенима келвина називамо апсолутном температуром. Ознака за апсолутну температуру је  $T$ . Апсолутна температура је основна физичка величина, а келвин (K) је једна од седам основних физичких јединица.

Са температуре изражене у степенима келвина ( $T$ ) прелази се на температуру изражену у степенима целзијуса ( $t$ ) следећом релацијом:

$$T = \left( t \cdot \frac{1}{^{\circ}\text{C}} + 273,15 \right) \text{K}.$$

Слично, са температуре изражене у степенима целзијуса ( $t$ ) прелази се на температуру изражену у степенима келвина ( $T$ ) релацијом:

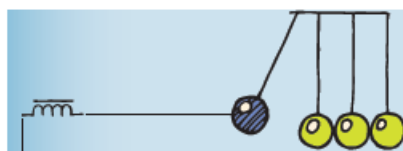
$$t = \left( T \cdot \frac{1}{\text{K}} - 273,15 \right) ^{\circ}\text{C}.$$

Апсолутна нула је температура која има вредност 0 K односно  $-273,15 ^{\circ}\text{C}$ .

Можемо лако показати да је бројчана вредност разлике температура у степенима целзијуса и келвинима иста ( $\Delta t = \Delta T$ ).

**НАПОМЕНА:** У задацима и примерима користимо релације:

$$T = \left( t \cdot \frac{1}{^{\circ}\text{C}} + 273 \right) \text{K} \text{ и } t = \left( T \cdot \frac{1}{\text{K}} - 273 \right) ^{\circ}\text{C}.$$



- температура
- загрејаност тела
- Целзијусова и Келвинова скала.

**5.3.1.** Почетна температура тела је  $t_1 = 10\text{ }^\circ\text{C}$ , а крајња  $t_2 = 30\text{ }^\circ\text{C}$ . Колика је разлика температура изражена у  $^\circ\text{C}$ , а колика у K?

**Поставка задатка:**

- Почетна температура тела  $t_1 = 10\text{ }^\circ\text{C}$ ,
- Крајња температура тела  $t_2 = 30\text{ }^\circ\text{C}$ .

**Тражи се:** разлика температура изражена у  $^\circ\text{C}$  и у K;  $\Delta t = ?$ ,  $\Delta T = ?$

**Решење:**

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 30\text{ }^\circ\text{C} - 10\text{ }^\circ\text{C} = 20\text{ }^\circ\text{C}$$

$$T_1 = \left(10\text{ }^\circ\text{C} \cdot \frac{1}{^\circ\text{C}} + 273\right)\text{ K} = 283\text{ K}, T_2 = \left(30\text{ }^\circ\text{C} \cdot \frac{1}{^\circ\text{C}} + 273\right)\text{ K} = 303\text{ K}$$

$$\Delta T = T_2 - T_1 = 303\text{ K} - 283\text{ K} = 20\text{ K}$$

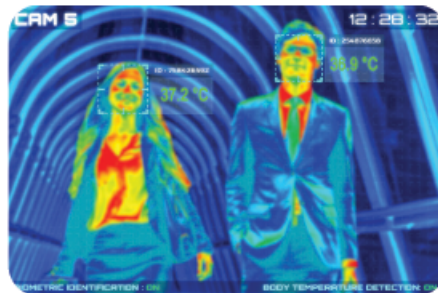
## МЕРЕЊЕ ТЕМПЕРАТУРЕ

За мерење температуре користимо термометре. Најстарији и најчешће у употреби, како за мерење температуре ваздуха, тако и за мерење телесне температре, јесу они који користе тоplotно ширење течности, живе или алкохола. Ови термометри раде по принципу додира, тј. температура коју показују је температура тела (супстанције) са којом је термометар у контакту. Течност се шири када се температура повећава, односно сужава када се смањује. Када се течност заустави на неком нивоу у уској цевчици, на којој је означена температурна скала, тада читавамо температуру. То је уједно и температура тела са којом је термометар у контакту.



Слика 5.3.1: Различити термометри који мере телесну температуру и температуру ваздуха

Постоје и бесконтактни термометри које памтимо из времена пандемије вируса COVID-19. Ови термометри показују температуру тако што мере количину енергије инфрацрвеног зрачења које тело одаје.



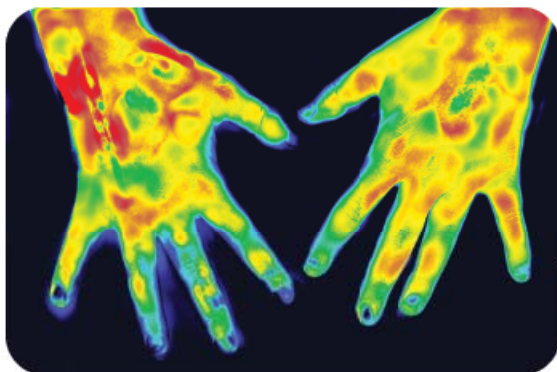
Слика 5.3.2: Бесконтактни термометри

На принципу мерења инфрацрвеног зрачења функционише и термографија. Термографске фотографије могу да нам кажу колики су губици енергије кроз прозоре и врата кућа и станова.



Слика 5.3.3:  
Термографске фотографије

Термографија се користи и у медицини за дијагностиковање. На основу боја које видимо на термалној фотографији закључујемо колика је температура делова тела. Светлије боје представљају више температуре, док тамније указују на ниже (бела боја одговара највишој, а црна најнижој температури).

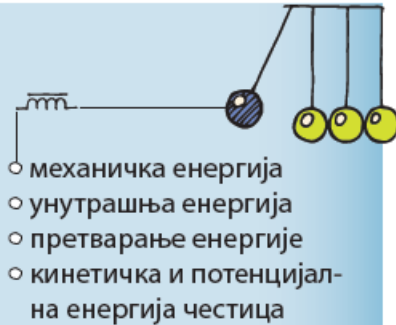


Слика 5.3.4:  
Примена термографије у  
медицини



- Како можемо да дефинишемо температуру?
- Како се прелази са температуре изражене у степенима целзијуса на температуру изражену у келвинима?
- Како су повезане бројчана вредност разлике температура у степенима целзијуса и келвинима? Показати.
- Колика је вредност апсолутне нуле у степенима целзијуса?
- Изразити температуру од 35 °C у келвинима.

# 5.4. УНУТРАШЊА ЕНЕРГИЈА И ТЕМПЕРАТУРА

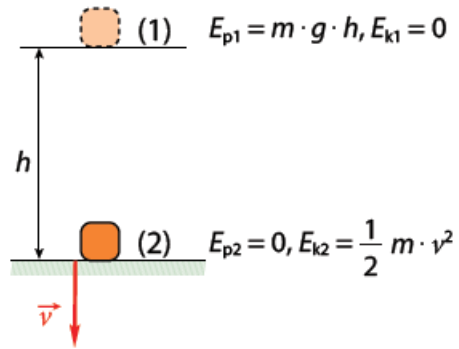


- механичка енергија
- унутрашња енергија
- претварање енергије
- кинетичка и потенцијална енергија честица



При слободном паду важи закон одржања механичке енергије. Потенцијална енергија коју тело има када пада без почетне брзине са неке висине претвара се у кинетичку енергију при паду тела на земљу.

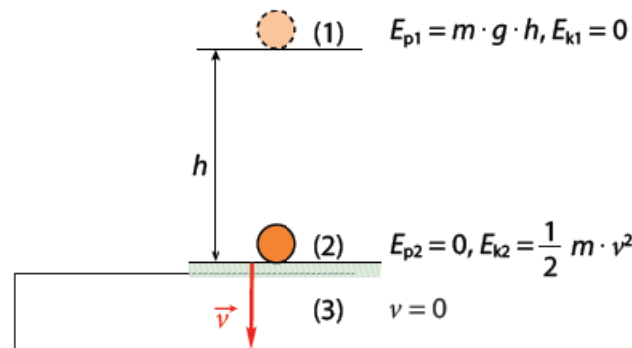
Слика 5.4.1: Закон одржања механичке енергије при слободном паду



При слободном паду се одржава механичка енергија. Потенцијална енергија се смањује, а кинетичка расте.

Ако са неке висине пустимо гвоздену лопту да пада на чврсту подлогу, дешава се следеће:

- при удару о подлогу лопта има брзину  $v$  коју можемо да израчунамо из закона одржања механичке енергије  $m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ ;
- након удара о чврсту подлогу, лопта се зауставља;
- одмах након удара о подлогу и лопта и подлога су се загрејале (ако немамо термометар, након неколико бацања лопте осетићемо да је топлија);
- при удару, и лопта и подлога су се деформисале (ове деформације не можемо да приметимо голим оком).



Слика 5.4.2: (1) У почетном тренутку лопта има максималну потенцијалну енергију, а нема кинетичку енергију. (2) При удару о подлогу, лопта има максималну кинетичку енергију; целокупна потенцијална енергија се претворила у кинетичку. (3) Након удара о подлогу, лопта се зауставља.

Као што смо видели у лекцији 5.1, када се температура тела повећа, честице од којих се тело састоји крећу се брже. Са повећањем брзине кретања честица, повећава се и кинетичка енергија честица и код њих је кинетичка енергија:  $E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ .

Сада можемо дати и другу дефиницију температуре. Са гледишта честичног састава супстанције, можемо казати да је **температура мера кинетичке енергије честица које је чине**.

Приликом деформације тела мењају се међусобна растојања између честица, а тиме се мења потенцијална енергија честица. Део кинетичке енергије лопте при њеном заустављању претворио се у кинетичку и потенцијалну енергију честица које улазе у састав супстанције од које је лопта састављена (део енергије који је отишао у ваздух можемо занемарити, јер посматрамо слободан пад).

**Збир кинетичких и потенцијалних енергија честица од којих је супстанција састављена назива се унутрашња енергија тела.**

При паду лопте на тло, дошло је до претварања дела механичке енергије у унутрашњу енергију, због чега се лопта загрејала.

Тело поседује унутрашњу енергију и када мирује, јер се честице од којих је састављено тело и тада хаотично крећу, тј. честице имају кинетичку енергију. Када се тело креће као целина, говоримо о механичкој кинетичкој енергији.



#### САЗНАЈ ВИШЕ

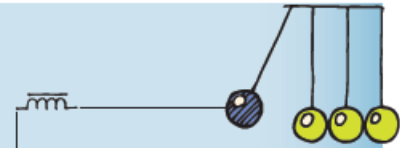
Приметимо да се при паду лопта загрејала, јер се њена механичка кинетичка енергија претворила у унутрашњу енергију, али да обрнуто не може да важи: ако загрејемо лопту, она неће почети да се креће нагоре. О овоме ћете учити више у средњој школи.



- Како дефинишемо унутрашњу енергију?
- У каквој су вези температура и кинетичка енергија честица од којих је састављено тело?
- Зашто се лопта загрејала одмах након удара у тло?
- Која енергија се претвара у унутрашњу када се тело које је пало на земљу заустави?
- Зашто тело поседује унутрашњу енергију и када мирује?

# 5.5. КОЛИЧИНА ТОПЛОТЕ.

## СПЕЦИФИЧНИ ТОПЛОТНИ КАПАЦИТЕТ



- пренос топлоте
- количина топлоте
- специфични топлотни капацитет



Пошто удари о тло, тело се зауставља. Током заустављања, оно се греје.

### КОЛИЧИНА ТОПЛОТЕ

Одмах након удара о тло лопта се загрејала, а нешто касније она ће се охладити. Унутрашња енергија коју је лопта добила заустављањем (преласком дела механичке кинетичке енергије у унутрашњу) прешла је у околину, због чега се охладила. Лопта је околини предала енергију коју називамо топлотом, при чему се њена унутрашња енергија смањила.

Пренос топлоте се увек дешава од тела са вишом ка телу са нижом температуром. Пренос топлоте престаје када се температуре изједначе. **Енергија коју тело прима или губи током преноса топлоте назива се количина топлоте.** Ознака за количину топлоте је  $Q$ , а мерна јединица је иста као за енергију,  $J$  (џул).

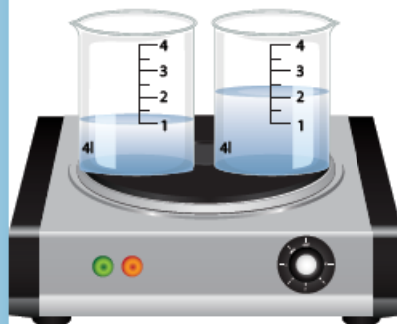


#### САЗНАЈ ВИШЕ

Већ смо видели да је температура повезана са кинетичком енергијом (брзином) честица које улазе у састав супстанције. Честице које имају већу кинетичку енергију предају је честицама које имају мању кинетичку енергију. Зато се пренос топлоте врши са тела више на тело ниже температуре. Када се кинетичке енергије свих честица изједначе, енергија се више не преноси, па престаје и пренос топлоте.

Количина топлоте зависи од више параметара.

#### Пример 1:



Слика 5.5.1: Иста количина топлоте се доводи води различитих маса.

На исту ринглу ставимо две посуде направљене од истог материјала тако да се у једној налази  $1l$  воде, а у другој  $2l$  воде на истим почетним температурама. Склонимо обе посуде истовремено са рингле и измеримо температуре воде. Приметићемо да се мања маса воде (тамо где јој је мања запремина) загрејала до више температуре. *Количина топлоте потребна за загревање неке супстанције зависи од њене масе.* (Пошто се у другом суду налази већа запремина воде, ту је и маса воде већа:  $m = \rho \cdot V$ )



### Пример 2:

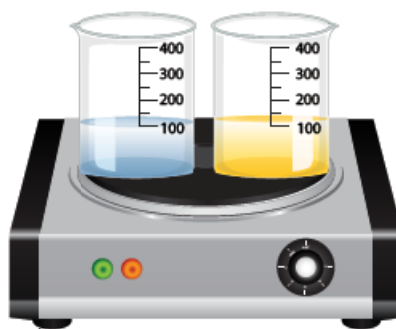
Ако је температура воде у бојлеру  $5^{\circ}\text{C}$ , из искуства знамо да ће нам бити потребно више време да сачекамо да се вода загреје до температуре од  $38^{\circ}\text{C}$ , која нам је потребна да бисмо се истуширали, него када је температура воде у бојлеру  $15^{\circ}\text{C}$ . *Количина топлоте зависи од разлике између крајње и почетне температуре.*



Слика 5.5.2: Већа количина топлоте се потроши на загревање воде која је на нижој почетној температури.

### Пример 3:

На исту ринглу ставимо две исте посуде у којима се налазе исте масе воде и уља на идентичним почетним температурама, обе посуде склонимо са рингле истовремено и измеримо температуре. Приметићемо да се уље загрејало до више температуре него вода. *Количина топлоте зависи од врсте супстанције која се загрева.*



Слика 5.5.3: Исте масе различитих супстанције се загревају за различите температурне разлике када им се доводи једнака количина топлоте.

## СПЕЦИФИЧНИ ТОПЛОТНИ КАПАЦИТЕТ

Научили смо да количина топлоте потребна за загревање неке супстанције зависи од њене масе, од разлике крајње и почетне температуре супстанције, као и од врсте супстанције која се загрева.

Зависност количине топлоте од врсте супстанције изражена је преко физичке величине коју називамо специфични топлотни капацитет. **Специфични топлотни капацитет представља количину топлоте коју треба да прими или отпусти супстанција масе  $1\text{ kg}$  да би јој се температура променила за  $1^{\circ}\text{C}$  односно за  $1\text{ K}$ .** У лекцији 5.3. видели смо да је бројчана вредност разлике температура иста без обзира на то да ли је изразимо у степенима целзијуса ( $^{\circ}\text{C}$ ) или келвинима ( $\text{K}$ ) ( $\Delta t = \Delta T$ ).

Ознака за специфични топлотни капацитет је  $c$ , мерна јединица је  $(\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}})$  тј.  $(\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}})$ . Изражава се формулом  $c = \frac{Q}{m\cdot\Delta t} = \frac{Q}{m\cdot\Delta T}$ , где је  $Q$  – количина топлоте коју супстанција прима,  $m$  – маса супстанције, а  $\Delta t$  ( $\Delta T$ ) је разлика температура изражена у степенима целзијуса или келвинима.

Из формуле за специфични топлотни капацитет добијамо формулу за рачунање количине топлоте  $Q = m \cdot c \cdot \Delta t = m \cdot c \cdot \Delta T$ .

Из ове једначине видимо да је количина топлоте потребна за загревање 1 kg неке супстанције за 1°C (1K) сразмеран специфичном топлотном капацитету.

Сада можемо да објаснимо шта се дешава у три примера која смо горе навели.

**Пример 1:** Количина топлоте за исто време је иста за обе посуде, специфични топлотни капацитети су исти у обе посуде ( $Q = \text{const}$  и  $c = \text{const}$ ). Вода у посуди у којој је имала мању масу загрејала се до више температуре, јер из израза  $m = \frac{Q}{c \Delta t}$  видимо да је маса обрнуто сразмерна промени температуре.

**Пример 2:** Исту масу воде греје бојлер исте снаге. Користећи формулу за снагу из лекције 4.6,  $P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$  (временски интервал смо овде обележили са  $\Delta t$  да га не бисмо мешали са променом температуре), а пошто је количина топлоте једнака размењеној енергији,  $\Delta E = Q$ , из израза  $Q = m \cdot c \cdot \Delta t$  добијамо  $P \cdot \Delta t = m \cdot c \cdot \Delta t$ . Овде су  $m = \text{const}$ ,  $c = \text{const}$ ,  $P = \text{const}$  па видимо да је време загревања директно сразмерно промени температуре. Због тога је води у бојлеру на 5°C потребно више времена да се загреје до 38°C него оној која је на 15°C.

**Пример 3:** Исте масе различитих супстанци се загревају до различитих температура, примајући исте количине топлоте. Будући да је  $m = \text{const}$  и  $Q = \text{const}$  из израза  $c = \frac{Q}{m \cdot \Delta t}$  видимо да је специфични топлотни капацитет обрнуто сразмеран промени температуре. Пошто се уље загрејало до више температуре, закључујемо да има мању вредност специфичног топлотног капацитета од воде.

Разлику температура ћемо увек писати као крајња температура минус почетна температура,

$$\Delta t = t_{\text{крајње}} - t_{\text{почетно}}$$

### ЗАДАТАК

**5.4.1.** Специфични топлотни капацитет воде је  $4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$ . 1 kg воде се греје од температуре  $t_1 = 15^\circ\text{C}$  до  $t_2 = 35^\circ\text{C}$ . Колику количину топлоте треба довести води?

#### Поставка задатка:

- почетна температура  $t_1 = 15^\circ\text{C}$ ;
- крајња температура  $t_2 = 35^\circ\text{C}$ ;
- маса воде  $m = 1 \text{ kg}$ ;

- специфични топлотни капацитет  $c = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$ .

**Тражи се:** количина топлоте коју треба довести води.

#### Решење:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) = 1 \text{ kg} \cdot 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot (35^\circ\text{C} - 15^\circ\text{C}) = 84.000 \text{ J} = 84 \text{ kJ}.$$



**5.4.2.** Специфични топлотни капацитет воде је  $4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$ . 2 kg воде се хлади од температуре  $t_1 = 45^\circ\text{C}$  до  $t_2 = 12^\circ\text{C}$ . Колику количину топлоте отпушта вода?

**Поставка задатка:**

- почетна температура  $t_1 = 45^\circ\text{C}$ ;
- крајња температура  $t_2 = 12^\circ\text{C}$ ;
- маса воде  $m = 2 \text{ kg}$ ;
- специфични топлотни капацитет  $c = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$ .

**Тражи се:** количина топлоте коју вода отпушта.

**Решење:**

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) = 2 \text{ kg} \cdot 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot (12^\circ\text{C} - 45^\circ\text{C}) = -277.200 \text{ J} = -277,2 \text{ kJ} = -2,8 \text{ MJ}.$$

$$|Q| = 277.200 \text{ J} = 277,2 \text{ kJ} = 2,8 \text{ MJ}.$$

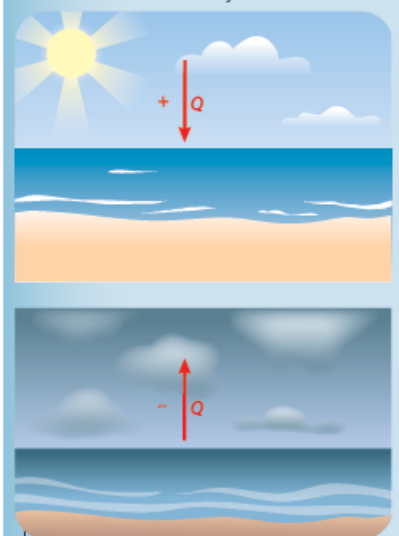
У претходна два задатка примећујемо да када се супстанција загрева, она прима топлоту и тада добијамо  $Q > 0$  јер је  $t_2 > t_1$ . Када се супстанција хлади, она отпушта топлоту, па добијамо  $Q < 0$  јер је  $t_2 < t_1$ . Уобичајено је да количину топлоте пишемо као позитивну величину, па у случају када тело отпушта топлоту, узимамо апсолутну вредност добијену за  $Q$ .

Различите супстанције имају различите специфичне топлотне капацитете (табела 5.5.1). Треба водити рачуна о томе и да једна иста супстанција у различитим агрегатним стањима (чврсто, течно или гасовито) има различите специфичне топлотне капацитете.

Вода има велики специфични топлотни капацитет. Због тога становници места која се налазе поред мора и океана боље подносе и летње и зимске месеце. Лети, велика водена површина апсорбује велику количину топлоте, па поред воде није претопло. Зими се вода хлади, па отпушта велику количину топлоте која загрева околину. Пример је Лисабон, престоница Португалије, која се налази на Атлантском океану (тачније, на ушћу реке Тежо у Атлантски океан). У Лисабону су зиме благе, а лета не сувише топла.

СУПСТАНЦИЈА	СПЕЦИФИЧНИ ТОПЛОТНИ КАПАЦИТЕТ $c \left[ \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}} \right]$
Вода	4200
Алкохол	2500
Сунцокретово уље	1700
Гвожђе	460
Цигла	880

Табела 5.5.1: Вредности специфичних топлотних капацитета неких супстанци

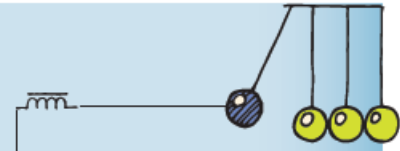


Слика 5.5.4: Вода лети прима топлоту, јер се загрева; зими одаје топлоту околинџ зато што се хлади.



- Шта је пренос топлоте?
- Да ли топлота може да се преноси са тела ниже на тело више температуре?
- Од којих параметара зависи количина топлоте коју тело прима или отпушта?
- Шта се дешава са температуром тела када прима топлоту, а шта када отпушта топлоту?
- Како дефинишемо специфични топлотни капацитет?

# 5.6. ТОПЛОТНА РАВНОТЕЖА



- смер преласка топлоте
- количина топлоте коју тело предаје
- количина топлоте коју тело прима
- равнотежна температура



Пренос топлоте се увек дешава са тела више на тело ниже температуре. Пренос топлоте престаје када се температуре изједначе.

Из искуства знамо да ће се топли чај охладити ако га оставимо довољно дуго на собној температури. Обрнуто се дешава када пијемо хладни воћни сок на плажи. Ако га не попијемо довољно брзо, загрејаће се.



Слика 5.6.1: А:Топли чај се хлади. Б:Хладан сок се загрева.

У првом примеру чај предаје топлоту околина и шољи, а околина и шоља ту топлоту примају. У другом примеру, околина предаје топлоту воћном соку и чаши, а воћни сок и чаша примају топлоту. У првом примеру кажемо да чај, шоља и околина чине један систем, док у другом примеру систем представљају сок, чаша и околина. Пренос топлоте се увек врши од тела које има највишу температуру у посматраном систему.

Када се температуре изједначе, кажемо да су тела (супстанције) у **топотној равнотежи**. Систем тела (супстанци) је у топотној равнотежи када сва тела и супстанције која чине тај систем имају исту температуру која се више не мења уколико систем препустимо самом себи. У топотној равнотежи престаје размена топлоте у систему, а успостављену температуру називамо **равнотежном температуром**.



Слика 5.6.2: Чај предаје количину топлоте шољи и околина; околина предаје количину топлоте соку и чаши.

Успостављена равнотежна температура може да се израчуна из услова топлотне равнотеже. Количина топлоте коју топлије тело отпушта једнака је количини топлоте коју хладније тело прима.

Као што смо објаснили у претходној лекцији, да бисмо количину топлоте коју тело отпушта изразили као позитивну вредност, користимо апсолутну вредност,  $|Q_{\text{отпуштено}}|$ .

Пошто је  $Q_{\text{отпуштено}} = m_1 \cdot c_1 (t_R - t_1)$  следи да је  $|Q_{\text{отпуштено}}| = m_1 \cdot c_1 (t_1 - t_R)$ . Ако су тело 1 и 2 у контакту и  $t_1 > t_2$  из услова  $|Q_{\text{отпуштено}}| = Q_{\text{примљено}}$  имамо  $m_1 \cdot c_1 (t_1 - t_R) = m_2 \cdot c_2 (t_R - t_2)$ ,  $m_1 \cdot c_1 \cdot t_1 - m_1 \cdot c_1 \cdot t_R = m_2 \cdot c_2 \cdot t_R - m_2 \cdot c_2 \cdot t_2$

$$m_1 \cdot c_1 \cdot t_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot t_2 = m_1 \cdot c_1 \cdot t_R + m_2 \cdot c_2 \cdot t_R$$

$$m_1 \cdot c_1 \cdot t_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot t_2 = (m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2) \cdot t_R$$

$$t_R = \frac{m_1 \cdot c_1 \cdot t_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot t_2}{m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2}, t_1 > t_R > t_2.$$



### ЗАДАТАК

**5.6.1.** Колика се равнотежна температура успостави када се измешају  $3 \text{ dm}^3$  воде температуре  $40^\circ\text{C}$  и  $2 \text{ dm}^3$  воде температуре  $20^\circ\text{C}$ ? Занемарити топлотни капацитет суда и губитке енергије на загревање околине.

#### Поставка задатка:

- количина топлије воде  $V_1 = 3 \text{ dm}^3$ ;
- температура топлије воде  $t_1 = 40^\circ\text{C}$ ;
- количина хладније воде  $V_2 = 2 \text{ dm}^3$ ;
- температура хладније воде  $t_2 = 20^\circ\text{C}$ .

**Тражи се:** равнотежна температура, када се воде измешају.

**Решење:** Количину топлоте коју отпушта топлија вода у потпуности прима хладнија вода јер је, према условима задатка, топлотни капацитет суда занемарљив, и енергија не одлази у околину.

$$|Q_{\text{отпуштено}}| = Q_{\text{примљено}}$$

$$|Q_{\text{отпуштено}}| = m_1 \cdot c \cdot (t_1 - t_R),$$

$$Q_{\text{примљено}} = m_2 \cdot c \cdot (t_R - t_2),$$

$$m_1 = \rho \cdot V_1, m_2 = \rho \cdot V_2,$$

$$\rho \cdot V_1 \cdot c \cdot (t_1 - t_R) = \rho \cdot V_2 \cdot c \cdot (t_R - t_2), \text{ па се добија}$$

$$t_R = \frac{V_1 \cdot t_1 + V_2 \cdot t_2}{V_1 + V_2} = \frac{3 \text{ dm}^3 \cdot 40^\circ\text{C} + 2 \text{ dm}^3 \cdot 20^\circ\text{C}}{3 \text{ dm}^3 + 2 \text{ dm}^3} = 32^\circ\text{C}.$$

## ЗАДАТАК

**5.6.2.** Колика се равнотежна температура успостави када се измешају  $2 \text{ dm}^3$  воде температуре  $35^\circ\text{C}$  и  $3 \text{ dm}^3$  воде температуре  $25^\circ\text{C}$ ? Занемарити топлотни капацитет суда. На загревање околине потроши се 20% количине топлоте коју отпушта топлија вода.

### Поставка задатка:

- количина топлије воде  $V_1 = 2 \text{ dm}^3$ ;
- температура топлије воде  $t_1 = 35^\circ\text{C}$ ;
- количина хладније воде  $V_2 = 3 \text{ dm}^3$ ;
- температура хладније воде  $t_2 = 25^\circ\text{C}$ ;
- 20 % количине топлоте коју отпушта топлија вода одлази на загревање околине.

**Тражи се:** равнотежна температура, када се воде измешају.

**Решење:** Пошто на загревање околине одлази 20 % количине топлоте коју отпушта топлија вода, 80 % количине топлоте коју отпушта топлија вода прима хладнија вода.

$$80\% \cdot m_1 \cdot c \cdot (t_1 - t_R) = m_2 \cdot c \cdot (t_R - t_2),$$

$$m_1 = \rho \cdot V_1, m_2 = \rho \cdot V_2,$$

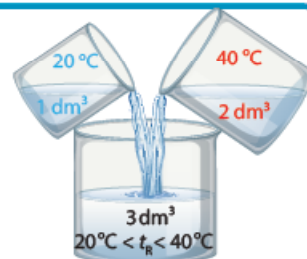
$$0,8 \cdot \rho \cdot V_1 \cdot c \cdot (t_1 - t_R) = \rho \cdot V_2 \cdot c \cdot (t_R - t_2), \text{ па се добија } t_R = \frac{0,8 \cdot V_1 \cdot t_1 + V_2 \cdot t_2}{0,8 \cdot V_1 + V_2} = 28,5^\circ\text{C}.$$



## ОГЛЕД

### Оглед 5.6.1.

Сипати у суд  $1 \text{ dm}^3$  воде на температури  $20^\circ\text{C}$  и  $2 \text{ dm}^3$  воде на температури  $40^\circ\text{C}$ . После неког времена измерити равнотежну температуру. Упоредити измерену температуру са израчунатом, као у задатку 5.6.1.



## САЗНАЈ ВИШЕ

Када смо у лекцији 5.3. говорили о мерењу температуре, рекли смо да су температуре течности која се налази у термометру и температуре тела или супстанције једнаке. Сада и разумемо зашто: када се термометар са течношћу доведе у контакт са телом или супстанцијом, успостави се топлотна равнотежа, па се температура течности коју нам показује термометар и тело изједначе. Запамимо да термометар мери равнотежну температуру која се успоставила између термометра и тела, а не почетну температуру тела.



- Ако у систему имамо више тела различитих температура, са ког тела се врши пренос топлоте?
- Када су два тела у топлотној равнотежи?
- Шта је равнотежна температура?
- Ако измешамо воду на температури од  $35^\circ\text{C}$  са водом на температури од  $25^\circ\text{C}$ , у којим границама ће се кретати вредност равнотежне температуре?
- Ако измешамо једнаке запремине воде на температури од  $30^\circ\text{C}$  и  $20^\circ\text{C}$ , колика је равнотежна температура?

# 5.7. АГРЕГАТНА СТАЊА СУПСТАНЦИЈЕ



Кроз целу област користили смо термине чврсто, течно и гасовито стање супстанције. Помињали смо и да се честице најбрже крећу у гасовитом, а најспорије у чврстом стању. Честице од којих је састављена супстанција су најслабије везане у гасовитом, а најјаче у чврстом стању.

Иста супстанција може да се нађе у различитим стањима, у зависности од услова у којима се налази. Таква стања се називају **агрегатна стања**. Сва материја на Земљи се јавља у три агрегатна стања: чврсто, течно и гасовито. Прелазак супстанције из једног у друго агрегатно стање назива се **фазни прелаз**.



## САЗНАЈ ВИШЕ

Постоји и стање плазме које се јавља у горњим слојевима атмосфере Земље, у јоносфери. Муње и северна светлост представљају материју у стању плазме. У васиони се преко 90% материје налази у стању плазме (звезде, међузвездани гас).

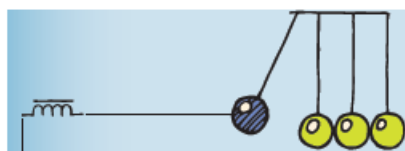
Када помињемо агрегатна стања, одмах нам се намећу три агрегатна стања воде: лед (чврсто стање), вода (течно стање) и водена пара (гасовито стање). Из искуства знамо да када заледимо воду, она постане лед, а ако заборавимо воду на укљученој рингли, после неког времена она ће испарити, тј. претвориће се у водену пару.



Слика 5.7.1: Лед и водена пара су два агрегатна стања воде

Ако зими пада снег, а температура остане већа од  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ , снег ће се на улицама претворити у воду. Ако температура падне испод  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ , вода ће се претворити у лед и улице ће бити клизаве.

У овој лекцији ћемо научити под којим условима се супстанција налази у одређеном агрегатном стању и како долази до преласка супстанције из једног агрегатног стања у друго.



- агрегатна стања
- фазни прелаз
- топљење
- очвршћавање
- испаравање
- кондензација
- температура топљења
- температура кључања



**лед и вода  
заједно  $t = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$**

Слика 5.7.2: Лед се загрева до температуре топљења. На температури топљења сва енергија се троши на раскидање веза између честица. Температура топљења се не мења док сав лед не пређе у воду.

## ТОПЉЕЊЕ И ОЧВРШЋАВАЊЕ

Ако се чврстом стању било које супстанције доводи енергија, оно прелази у течно стање. Процес преласка супстанције из чврстог у течно стање назива се **топљење**. Процес топљења одвија се на **температури топљења**. Чврстом телу треба довести количину топлоте да би се загрејало до температуре топљења, а на температури топљења му треба довести количину топлоте која ће раскинути везе између честица у чврстом стању (у течном стању честице су слабије везане). Током процеса топљења не мења се температура, целокупна количина топлоте одлази на раскидање веза, све док се целокупна количина чврстог стања супстанције не претвори у течну. Обрнуто, када течност отпушта топлоту у одређеном тренутку прећи ће у чврсто агрегатно стање. Процес преласка супстанције из течног у чврсто стање назива се **очвршћавање**. Процес очвршћавања се такође одвија на температури топљења. Течна супстанција одаје количину топлоте да би се охладила до температуре топљења. На температури топљења даље одаје енергију да би се честице јаче везале (у чврстом стању честице су јаче везане). Количина топлоте коју прима нека маса супстанције у чврстом стању да би прешла у течно стање на температури топљења једнака је количини топлоте коју отпушта иста маса те исте супстанције да би из течног стања прешла у чврсто, на температури топљења. Примера ради, 1 kg леда који је доведен до  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  треба да прими још 333 kJ да би сав лед прешао у воду. На истој температури 1 kg воде треба да отпусти 333 kJ да би се сва вода претворила у лед.

## ИСПАРАВАЊЕ И КОНДЕНЗАЦИЈА

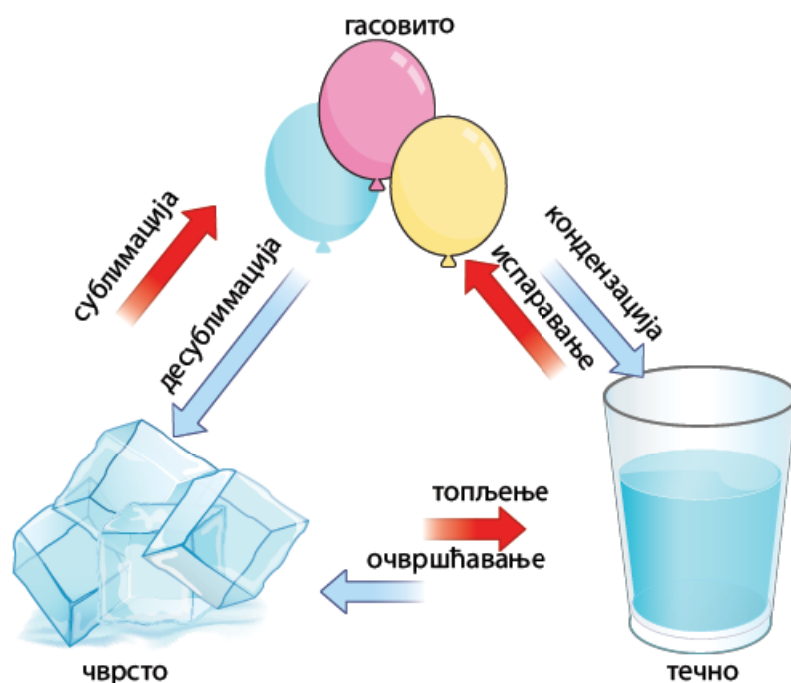
**Испаравање** је прелазак супстанције из течног у гасовито стање. Испаравање са површине течности се врши на свакој температури. На температури кључања одвија се фазни прелаз, јер је испаравање тада најинтензивније, па сва течност пређе у гасовито стање. Супстанцији у течном стању треба довести енергију да би се загрејала до температуре кључања. Даљим додавањем енергије, раскидају се везе у течном стању супстанције (у гасовитом стању честице су најслабије везане). Током фазног прелаза, на температури кључања не мења се температура супстанције. Обрнути процес од испаравања је **кондензација**. При кондензацији, супстанција у гасовитом стању отпушта енергију да би прешла у течно стање. И овај фазни прелаз се одвија на температури кључања.

Вода испарава са површина језера, река, мора и океана и на температури која је нижа од температуре кључања. Када се водена пара охлади, она се кондензује, па тако настају облаци и магла. И на нижим температурама се дешава испаравање, само у мањој мери. Известан број молекула има довољну количину кинетичке енергије и одваја се од течности и на нижим температурама од температуре кључања.



Температура кључања, као и температура топљења, зависе од супстанције и притиска на коме се супстанција налази. На атмосферском притиску од 101 kPa температура топљења воде је 0 °C. На атмосферском притиску од 101 kPa температура кључања воде је 100 °C.

Из чврстог стања супстанција може да пређе у гасовито стање загревањем, прескачући течно стање. Могућ је и обрнут процес преласка супстанције у чврсто стање хлађењем, без проласка кроз течну фазу. Овај фазни прелаз се назива **сублимација**, а понекад се прелаз из гасовитог у чврсто стање назива **десублимација**. Нафталин и јод у чврстом стању већ на собној температури прелазе у гасовито стање.



Слика 5.7.4: Фазни прелази.



- Шта је топљење, а шта очвршћавање?
- Шта је кондензација, а шта испаравање?
- Шта је температура топљења?
- Шта је температура кључања?
- Од чега зависе температура топљења и кључања?



#### САЗНАЈ ВИШЕ

Нагласили смо да температуре топљења и кључања зависе од притиска на коме се супстанција налази. Са смањењем притиска, смањују се температуре топљења и кључања. На ову чињеницу морају да обратe пажњу планинари, јер се повећањем надморске висине смањује притисак ваздуха.



Слика 5.7.5: Планинари знају да на великим надморским висинама морају да покlope лонац како би повећали притисак и температуру кључања, иначе би храна могла да остане

- недовољно кувана.



## САЖЕТАК

- **Честице** од којих је састављена супстанција могу бити молекули, атоми, јони.
- Честице су повезане у једну целину, **супстанцију**, зато што између њих делују силе.
- У гасовитом стању молекули су најслабије међусобно везани, па су и бржи од молекула у течностима и чврстим телима.
- Кретање честица у гасовима и течностима је **хаотично-топлотно кретање**.
- **Дифузија** је процес продирања честица једне супстанције у простор између честица друге.
- Дифузија се одвија брже на вишој температури, јер се са порастом температуре повећава брзина честица.
- **Топлотно ширење** представља повећање димензије тела када му се температура повећава.
- Топлотно ширење је највеће код гасова, а најмање код чврстих тела.
- За разлику од других течности, **смањивањем температуре од 4 °C до 0 °C вода се шири**.
- **Температура** је физичка величина која одређује меру загрејаности тела (супстанције од које је тело састављено).
- Са температуре изражене у степенима келвина ( $T$ ) прелази се на температуру изражену у степенима целзијуса ( $t$ ) следећом релацијом:  $T = \left( t \cdot \frac{1}{^{\circ}\text{C}} + 273,15 \right) \text{K}$ .
- **Температура** је мера кинетичке енергије честица неке супстанције.
- **Унутрашња енергија тела** је збир кинетичких и потенцијалних енергија честица неке супстанције.
- **Количина топлоте је** енергија коју тело размењује са околином.
- Количина топлоте потребна за загревање неке супстанције зависи од њене масе, од разлике крајње и почетне температуре супстанције, као и од врсте супстанције која се загрева.
- **Специфични топлотни капацитет** представља количину топлоте коју треба да прими или отпусти супстанција масе 1 kg да би јој се температура повећала за 1 °C односно за 1 K.
- Систем тела (супстанци) је у топлотној равнотежи када сва тела и супстанције која чине систем имају исту температуру која се више не мења уколико систем препустимо самом себи.
- У топлотној равнотежи престаје размена топлоте у систему, а успостављену температуру називамо **равнотежном температуром**.
- Прелазак супстанције из једног у друго агрегатно стање назива се **фазни прелаз**.
- Процес преласка супстанције из чврстог у течно стање назива се **топљење**.
- Процес топљења се одвија на **температури топљења**.
- Процес преласка супстанције из течног у чврсто стање назива се **очвршавање**. Процес очвршћавања се такође одвија на температури топљења.
- **Испаравање** је прелазак супстанције из течног у гасовито стање.
- Испаравање са површине течности врши се на свакој температури. На **температури кључања** се одвија фазни прелаз.
- Обрнути процес од испаравања је **кондензација**.



## ПРОВЕРИ ЗНАЊЕ

1. Означити тачан одговор.

Честице ваздуха се крећу:

- а) брже на  $t = 30\text{ }^\circ\text{C}$  него на  $t = 40\text{ }^\circ\text{C}$ ,
- б) спорије на  $t = 3\text{ }^\circ\text{C}$  него на  $t = 4\text{ }^\circ\text{C}$ ,
- в) увек истим брзинама независно од температуре.

2. Свакој физичкој величини придружи одговарајућу мерну јединицу.

- а) количина топлоте \_\_\_\_\_ 1.  $\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}}$
- б) специфични топлотни капацитет \_\_\_\_\_ 2. J
- в) унутрашња енергија \_\_\_\_\_ 3. W
- г) механичка кинетичка енергија \_\_\_\_\_ 4.  $\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$
- д) снага \_\_\_\_\_ 5. N

3. Означити тачан одговор.

Температура од  $30\text{ }^\circ\text{C}$  у келвинима износи:

- а) 30 K,
- б)  $-243,15\text{ K}$ ,
- в)  $303,15\text{ K}$ .

4. Разлика температура ( $300\text{ K} - 250\text{ K}$ ) у степенима целзијуса износи:

- а)  $323\text{ }^\circ\text{C}$ ,
- б)  $-223\text{ }^\circ\text{C}$ ,
- в)  $50\text{ }^\circ\text{C}$ .

5. У табели су дате вредности специфичних топлотних капацитета различитих супстанција. Ако је маса сваке супстанције  $1\text{ kg}$  и ако сваку од ових супстанци хоћемо да загрејемо за исту температурну разлику, којој од њих треба да доведемо највише топлоте? Заокружити тачан одговор.

- а) води,
- б) гвожђу,
- в) алкохолу,
- г) сунцокретовом уљу.

СУПСТАНЦИЈА	СПЕЦИФИЧНИ ТОПЛОТНИ КАПАЦИТЕТ $c \left[ \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}} \right]$
вода	4200
гвожђе	460
алкохол	2500
алуминијум	920
сунцокретово уље	1700



6. У табели су дате вредности специфичних топлотних капацитета различитих супстанција. Ако је маса воде 1 kg, а маса алкохола 2 kg, и обе супстанције загревамо за исту температурну разлику, за коју течност нам је потребна већа количина топлоте? Заокружити тачан одговор.

- а) за воду
- б) за алкохол
- в) обе супстанције примају исту количину топлоте

СУПСТАНЦИЈА	СПЕЦИФИЧНИ ТОПЛОТНИ КАПАЦИТЕТ $c \left[ \frac{J}{kg^{\circ}C} \right]$
вода	4200
гвожђе	460
алкохол	2500
алуминијум	920
сунцокретово уље	1700

7. У табели су дате вредности специфичних топлотних капацитета различитих супстанција. Ако је маса воде 1 kg, колика треба да буде маса гвожђа да бисмо истом количином топлоте загрејали обе супстанције за исту разлику температуре? Заокружити тачан одговор.

- а) 1,7 kg
- б) 9,1 kg
- в) 4,6 kg
- г) 2,5 kg

СУПСТАНЦИЈА	СПЕЦИФИЧНИ ТОПЛОТНИ КАПАЦИТЕТ $c \left[ \frac{J}{kg^{\circ}C} \right]$
вода	4200
гвожђе	460
алкохол	2500
алуминијум	920
сунцокретово уље	1700

8. Допуни следеће реченице:

- а) Топлотно ширење је \_\_\_\_\_.
- б) Унутрашња енергија је збир \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_.
- в) Топљење је процес при коме \_\_\_\_\_.
- г) Температура одређује меру \_\_\_\_\_.

9. Супстанција прима количину топлоте (заокружити све тачне одговоре):

- а) при топљењу,
- б) при очвршћавању,
- в) при испаравању,
- г) при топлотном ширењу,
- д) при хлађењу,
- ђ) при кондензацији.



**10.** Заокружити тачан одговор. Процеп између железничких шина ће бити:

- а) већи зими на ниским температурама,
- б) већи лети на високим температурама,
- в) исти независно од спољашње температуре.



**11.** Да ли ће рингла исте снаге брже загрејати 1 kg воде за 40 °C или 5 kg воде за 10 °C? Заокружити тачан одговор.

- а) 1 kg воде за 40 °C,
- б) 5 kg воде за 10 °C
- в) вода ће се у оба случаја загрејати за исто време,
- г) нема довољно података да бисмо извели закључак.

**12.** Заокружи слова испред тачних формула које повезују количину топлоте, специфични топлотни капацитет, масу супстанције и промену температуре.

а)  $m = \frac{Q}{c \Delta t}$

б)  $c = m \cdot Q \cdot \Delta t$

в)  $\Delta t = \frac{m}{c \cdot Q}$

г)  $c = \frac{\Delta t \cdot Q}{m}$

д)  $Q = m \cdot c \cdot \Delta t$

**13.** У ком смеру ће се одвијати топлотна размена када се доведу у контакт вода која се налази у резервоару од 200 dm<sup>3</sup> на температури од 10 °C и вода која се налази у флаши од 0,5 dm<sup>3</sup> на температури од 15 °C? Заокружити тачан одговор.

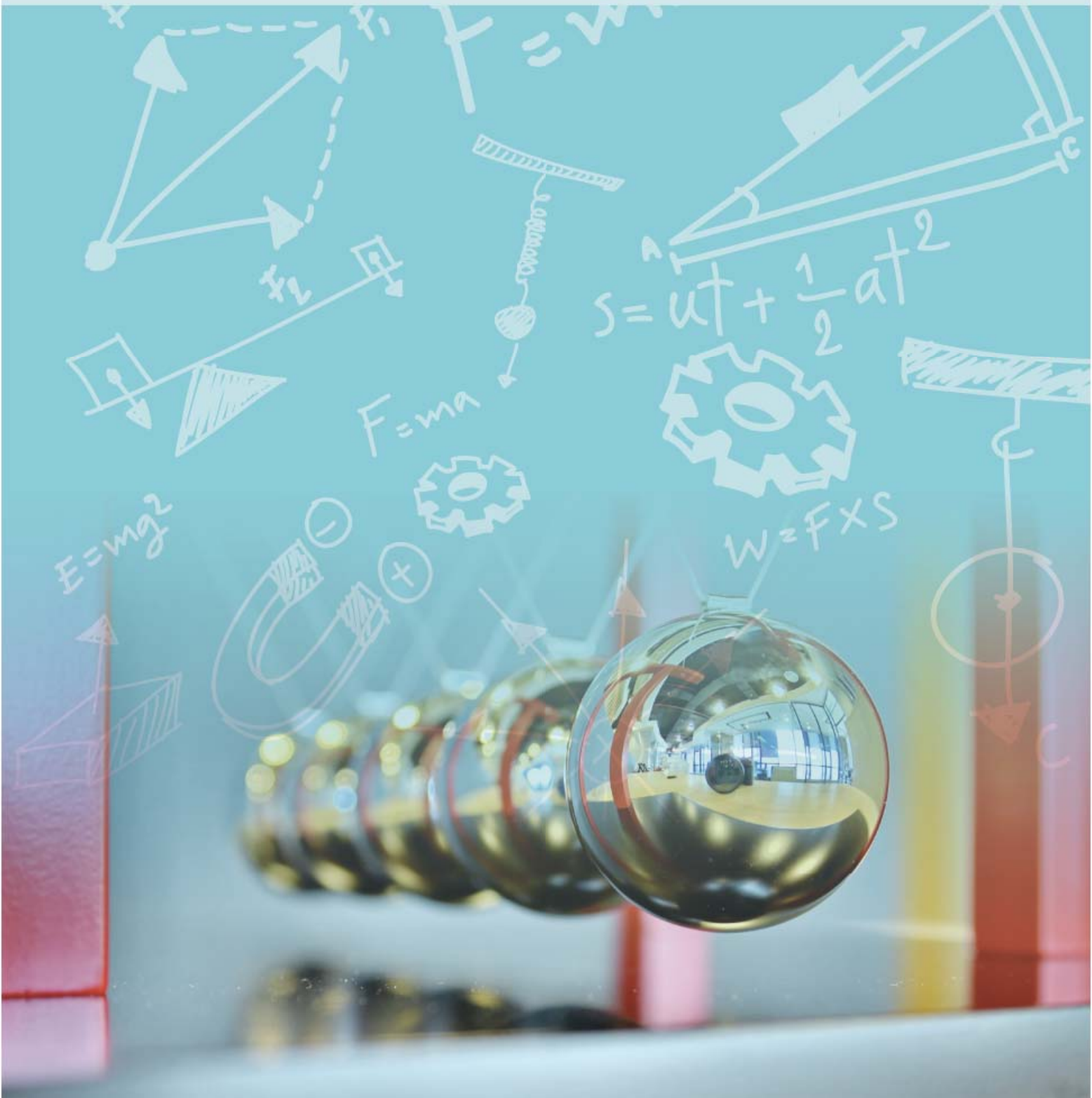
- а) Од воде у резервоару ка води у флаши.
- б) Од воде у флаши ка води у резервоару.
- в) Неће бити топлотне размене.
- г) Не можемо да знамо, јер немамо податак о специфичном топлотном капацитету воде.



- 14.** Колика се равнотежна температура успостави када се измешају  $2 \text{ dm}^3$  воде почетне температуре  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  и  $3 \text{ dm}^3$  воде почетне температуре  $10 \text{ }^\circ\text{C}$ ? Заокружити тачан одговор.
- а)  $15 \text{ }^\circ\text{C}$
  - б)  $14 \text{ }^\circ\text{C}$
  - в)  $10 \text{ }^\circ\text{C}$
  - г)  $20 \text{ }^\circ\text{C}$
- 15\*.** Температура кључања једне исте супстанције зависи од притиска на коме се супстанција налази. Са повећањем надморске висине смањује се притисак, па самим тим и температура кључања. Надморска висина Авале је око  $500 \text{ m}$ , Црног врха на планини Маљен око  $1000 \text{ m}$ , а Миџора на Старој планини око  $2100 \text{ m}$ . Опадајући редослед температура кључања воде је следећи:
- а) Авала – Црни врх – Миџор
  - б) Црни врх – Авала – Миџор
  - в) Миџор – Црни врх – Авала
  - г) Црни врх – Миџор – Авала

# 6

## ЛАБОРАТОРИЈСКЕ ВЕЖБЕ

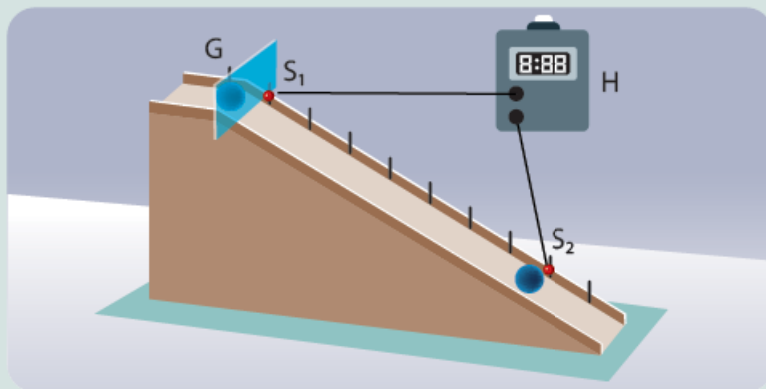


## ОДРЕЂИВАЊЕ СТАЛНОГ УБРЗАЊА ПРИ КРЕТАЊУ КУГЛИЦЕ НИЗ ЖЛЕБ

**УВОД:** Галилејев жлеб је апаратура на којој се експериментално испитује кретање куглице под дејством сталне (константне) резултујуће силе. Тело се при томе креће равномерно убрзано, сталним убрзањем  $a$ . Погледати оглед: Кретање куглице низ и уз Галилејев жлеб, стр. 32.

Апаратуру чини стрма равна са жлебом, низ који се пушта куглица. Дуж жлеба могу бити постављени фотосензори ( $S_1$  и  $S_2$ ), слика 1.1, повезани за дигитални хронометар (Н), који показује време  $t$  за које куглица пређе одређено растојање  $s$ . Тражено убрзање  $a$  рачунамо по формули:

$$(1) \quad a = \frac{2s}{t^2}$$



Слика 1.1



### ЗАДАТАК

Одредити убрзање куглице при кретању низ Галилејев жлеб.

#### ПРИБОР:

- Галилејев жлеб, а може и нека даска са жлебом дужине око 1,5 m
- дигитални хронометар или штоперица у мобилним телефонима
- куглица
- метарска трака са милиметарском поделом
- пар фотосензора  $S_1$  и  $S_2$
- у случају ако се време мери дигиталним хронометром потребан је један граничник (G), а ако се мери преко мобилног телефона онда су потребна два граничника ( $G_1$  и  $G_2$ ). Као граничнике можемо користити било које плочице, пластичне или дрвене.

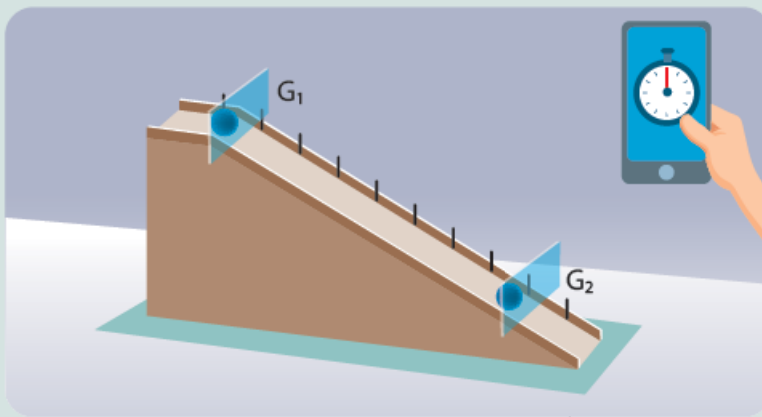
#### УПУТСТВО:

- Поставити сензор  $S_1$  на месту одакле се куглица пусти да се под деловањем силе Земљине теже креће низ жлеб или стрму равну. Други сензор  $S_2$  поставити на растојање око 40 cm.
- Да би брзина куглице у тренутку пуштања била нула, потребно је непосредно испред сензора  $S_1$  поставити граничник G, који се у тренутку пуштања брзо склања испред куглице.
- Очитати време  $t$  на дигиталном хронометру и измерити растојање  $s$  између сензора  $S_1$  и  $S_2$ .
- Унети податке у табелу 1.1.



- За дато растојање  $s_1$  поновити мерење времена три пута и израчунати средње време  $t_{sr}$ .
- Попунити остатак табеле за дато растојање  $s_1$  и израчунати убрзање  $a_1$  из табеле по формули (1).
- Померити сензор  $S_2$  на ново растојање  $s_2$  и опет измерити време три пута. Израчунати убрзање  $a_2$ .
- Исто то поновити за ново растојање  $s_3$  и израчунати убрзање  $a_3$ .
- Израчунати **средње убрзање**  $a_{sr}$ .
- Водити рачуна о правилима заокругљивања резултата и апсолутне грешке мерења.

У случају да се време мери мобилним телефоном, тражено растојање растојање  $s$  је растојање између граничника  $G_1$  и  $G_2$ , а време  $t$  је временски интервал од тренутка кад померимо граничник  $G_1$ , до тренутка када се чује удар о граничник  $G_2$ . Слика 1.2.



Слика 1.2

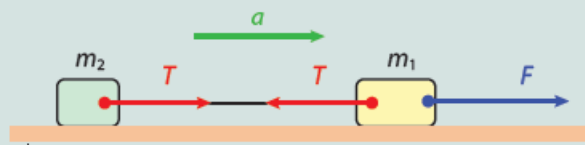
Број мерења	$s[\text{cm}]$	$t[\text{s}]$	$t_{sr}[\text{s}]$	$a = \frac{2s}{t_{sr}^2} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$	$a_{sr} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$

Табела 1.1

Тражени резултат је:  $a = \underline{\hspace{2cm}} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$

## ПРОВЕРА ДРУГОГ ЊУТНОВОГ ЗАКОНА

**УВОД:** У оквиру лекције 1.2, где смо разматрали Други Њутнов закон, радили смо задатак из динамике у коме смо тражили убрзање система два везана тела, на које делујемо силом  $F$ . Слика 2.1. Тражено убрзање је:

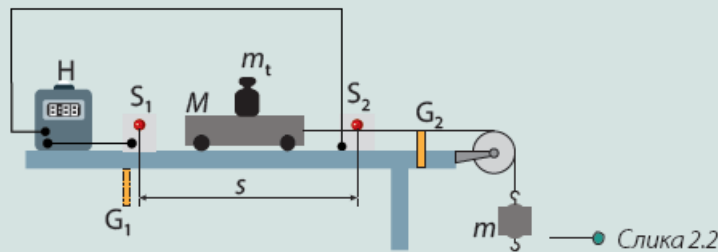


Слика 2.1



### Други Њутнов закон и систем два везана тела

Експериментално проверити важење Другог Њутновог закона преко система два везана тела, колица масе  $M$  која се крећу по хоризонталној подлози и тега масе  $m$  на кога делује сила Земљине теже. Слика 2.2



Слика 2.2

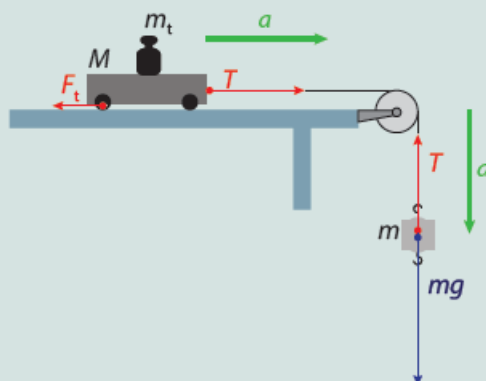
#### ПРИБОР:

- дигитални хронометар или штоперница у мобилним телефонима
- метарска трака са милиметарском поделом
- два пара фотосензора  $S_1$  и  $S_2$
- лака нит за повезивање
- тегови масе  $m_t$  који се стављају на колица и тегови масе  $m$ , који се каче о нит
- лаки котур преко кога се пребацује нит
- граничници  $G_1$  и  $G_2$

#### ПРИМЕТИМО:

у овом случају колица са тегом масе  $M + m_t$  и тег масе  $m$ , крећу се под дејством резултујуће силе  $F_r = m \cdot g - F_t$ , тако да је убрзање којим се крећу  $a = \frac{F_r}{m + M + m_t}$ .

Слика 2.3. Ако би занемарили силу трења  $a = \frac{m \cdot g}{m + M + m_t}$ .



Слика 2.3

Математичком анализом добијеног израза следи да повећавањем масе  $m$  тега који качимо, систем тела ће се кретати већим убрзањем, а повећањем масе тегова  $m_t$  које стављамо на колица, убрзање се смањује.

#### УПУТСТВО

- Повезати тела према слици 2.2
- Поставити први граничник  $G_1$ , непосредно испред сензора  $S_1$ , а испред граничника ставити колица са тегом.
- Ставити и други граничник  $G_2$  иза сензора  $S_2$  да колица не падну са стола.
- Померити први граничник и очитати време на дигиталном хронометру.
- Дато мерење поновити четири пута. У прва два мерења повећавамо масу  $m$  тега који качимо, а у друга два масу тега  $m_t$  који стављамо на колица.
- У овој вежби растојање  $s$  међу сензорима  $S_1$  и  $S_2$  се не мења и време  $t$  се за сваку масу која се мења очитава само једном.
- Попунити табелу 2.1
- Упоредити резултате које добијамо за убрзање користећи једначину из кинематике и једначину из динамике (задње две колоне у табели 2.1)

Број мерења	$m$ [g]	$m_t$ [g]	$s$ [cm]	$t$ [s]	$a = \frac{2s}{t^2} \left[ \frac{m}{s^2} \right]$	$a = \frac{m \cdot g}{m + M + m_t} \left[ \frac{m}{s^2} \right]$
1						
2						
3						
4						

Табела 2.1

#### ДОДАТНИ РАД:

исту вежбу можете урадити тако што ћете прво одредити коефицијент трења  $\mu$ , као што је описано у вежби бр.4, а онда, узимајући да је сила трења  $F_t = \mu \cdot (M + m_t) \cdot g$  попунити табелу 2.2 и упоредити резултате које добијате рачунски, применом Другог

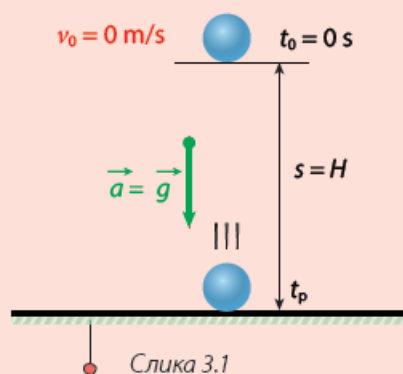
Њутновог закона  $a = \frac{m \cdot g - F_t}{m + M + m_t}$  и експериментом.

Број мерења	$a = \frac{2s}{t^2} \left[ \frac{m}{s^2} \right]$	$a = \frac{m \cdot g - F_t}{m + M + m_t} \left[ \frac{m}{s^2} \right]$
1		
2		
3		
4		

Табела 2.2

## ОДРЕЂИВАЊЕ УБРЗАЊА ТЕЛА КОЈЕ СЛОБОДНО ПАДА

**УВОД:** Тело слободно пада када се креће само под деловањем силе Земљине теже, при чему је почетна брзина једнака нули. Убрзање тела при слободном паду једнако је убрзању Земљине теже  $\vec{a} = \vec{g}$ . У лекцији 2.1, стр.60, видели смо да то убрзање рачунамо према формули  $a = g = \frac{2H}{t_p^2}$ , где је  $H$  – висина са које тело пада, а  $t_p$  – време пада. Слика 3.1.



Слика 3.1

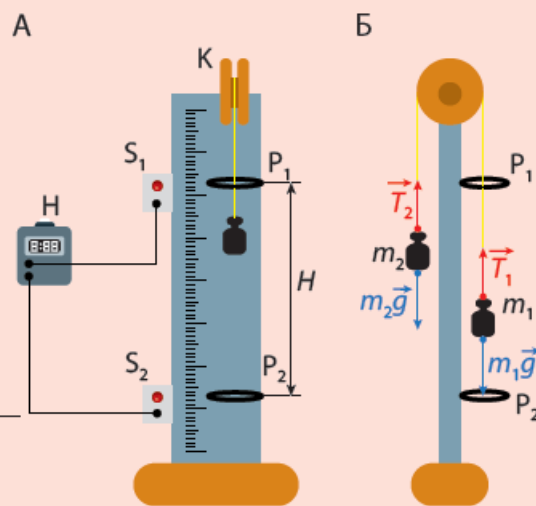
За одређивање бројчане вредности слободног пада користићемо наставно средство које можете видети у већини школских лабораторија, а то је **Атвудова машина**. Помоћу њега се може извести већи број демонстрационих и експерименталних мерења из механике.

Атвудова машина се састоји од вертикалне дуге плоче на којој се налази метарска скала. На врху плоче је котур  $K$ , преко кога је пребачена танка и неистегљива нит, на чијим крајевима су окачена два тега, маса  $m_1$  и  $m_2 (m_1 > m_2)$ .

Тег масе  $m_1$ , креће се између прстенова  $P_1$  и  $P_2$ , на којима се налазе фотосензори  $S_1$  и  $S_2$ . Време проласка између прстенова очитава се на дигиталном хронометру  $H$ . Растојање између прстенова може се мењати, а са тиме и растојање  $H$  које пређе тег масе  $m_1$ . Слика 3.2.

Резултујућа сила која делује на овај систем два везана тела је  $F_r = m_1 \cdot g - m_2 \cdot g$ , тако да је убрзање оба тела

$$a = \frac{m_1 \cdot g - m_2 \cdot g}{m_1 + m_2}$$



Слика 3.2: А) Предња страна Атвудове машине. Б) Поглед са стране.



**ЗАДАТАК**

**Одредити убрзање слободног пада помоћу Атвудове машине.**

**ПРИБОР**

- а) Атвудова машина
- б) мала, гвоздена куглица

**УПУТСТВО:**

- За ову вежбу нису потребни повезани тегови.
- Наместити почетно растојање међу прстеновима на  $H_1 = 10\text{ cm}$
- Куглицу држати непосредно изнад прстена  $P_1$  и сензора  $S_1$  и пустити је да слободно падне.
- Један од ученика хвата куглицу испод прстена  $P_2$ .
- Поновити мерење времена још два пута.
- Померити прстен  $P_2$  надоле за око 3 cm и за то ново растојање измерити 3 пута време.
- Још једном померити прстен  $P_2$  надоле за око 3 cm и за то ново растојање измерити 3 пута време.
- Попунити табелу 3.1 и на основу ње наћи средње убрзање Земљине теже  $g_{sr}$ .
- У овом случају није потребно да рачунамо апсолутну грешку за време  $\Delta t$ , него средњу вредност  $t_{sr}$  заокружите на првој децимали.

Број мерења	$H[\text{cm}]$	$t[\text{s}]$	$t_{sr}[\text{s}]$	$g = \frac{2H}{t_{sr}^2} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$	$g_{sr} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$
1					
2					
3					

Табела 3.1

**Тражени резултат је:**  $g = \text{_____} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$

**ДОДАТНИ РАД:**

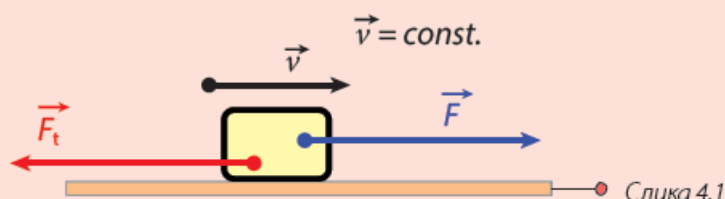
Пробајте да урадите исту вежбу и са повезаним теговима маса  $m_1$  и  $m_2 (m_1 > m_2)$ . Овај пут уместо куглице, пуштате да пада тег веће масе  $m_1$ . Упоредити вредности које добијате преко формуле из кинематике и формуле која следи из Другог Њутновог закона након попуњавања табеле 3.3. Због чега се ове две вредности не подударају? Шта утиче све на тачност мерења?

$H[\text{cm}]$	$t[\text{s}]$	$t_{sr}[\text{s}]$	$a = \frac{2H}{t_{sr}^2} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$	$a = \frac{m_1 \cdot g - m_2 \cdot g}{m_1 + m_2}$

Табела 3.2

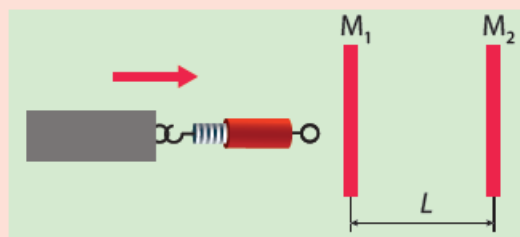
## ОДРЕЂИВАЊЕ КОЕФИЦИЈЕНТА ТРЕЊА КЛИЗАЊА

**УВОД:** Сила трења клизања бројчано је једнака производу коефицијента трења клизања  $\mu$  и силе реакције подлоге  $N$ ,  $F = \mu \cdot N$ . Када се тело налази на хоризонталној подлози  $N = m \cdot g$ . У лекцији 3.3 смо разматрали случај динамичке равнотеже, када се тело креће праволинијски по хоризонталној подлози константном брзином. У хоризонталном правцу на тело делује сила трења клизања  $\vec{F}_t$ , истог правца, интензитета, а супротног смера од хоризонталне силе  $\vec{F}$  која вуче тело ( $F_t = F$ ). Слика 4.1.



Слика 4.1

У лекцији 4.2, када смо одређивали рад силе трења, стр.141, бројчану вредност силе трења мировања налазили смо тако, што смо динамометром повлачили тело, константном брзином, између два маркера,  $M_1$  и  $M_2$ . Вредност коју показује динамометар је уједно и вредност силе трења клизања  $F_t$ . Слика 4.2.



Слика 4.2



### ЗАДАТАК

Одредити коефицијент трења клизања користећи динамометар и мењајући масу тела које повлачимо као на слици 4.2.

#### ПРИБОР:

- а) динамометар
- б) тело, масе  $m$  у облику квадра
- в) тегови, масе  $m_t$
- г) маркери  $M_1$  и  $M_2$
- д) штоперица
- ђ) дигитална вага или терезије

#### УПУТСТВО

- Поставити почетно растојање међу маркерима на растојање  $L$  од око пола метра.
- На ваги измерити масу тела  $m$ .
- За тело прикрити динамометар и почети са повлачењем мало испред првог маркера  $M_1$ .
- Укључити штоперицу у тренутку када се предња страна тела нађе изнад маркера  $M_1$ .

- Искључити штоперицу у тренутку када се предња страна тела нађе изнад маркера  $M_2$ .
- Поновити поступак више пута, све док тело пређе растојање између маркера за приближно исто време.
- Забележити вредност коју показује динамометар у табелу 4.1.
- Поновити мерење за још 2 различите масе тега  $m_t$ .
- Попунити остатак табеле 4.1.

Број мерења	$m + m_t$	$F_t [N]$	$\mu = \frac{F_t}{(m + m_t) \cdot g}$	$\mu_{sr}$
1				
2				
3				

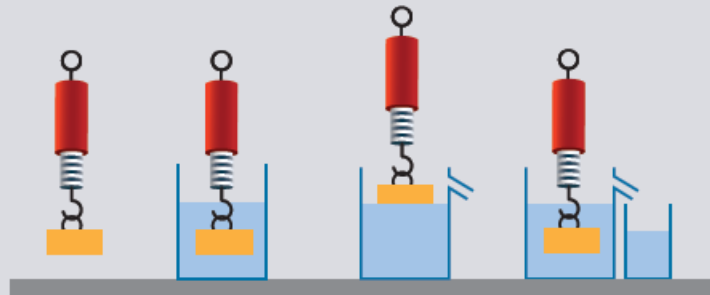
Табела 4.1

Тражени резултат је:  $\mu =$  \_\_\_\_\_

## ОДРЕЂИВАЊЕ ГУСТИНЕ ЧВРСТОГ ТЕЛА ПРИМЕНОМ АРХИМЕДОВОГ ЗАКОНА

**УВОД:** У лекцији 3.5. смо научили да динамометар којим меримо тежину тела неће показивати исте вредности када је тело окачено о њега у ваздуху ( $Q_1$ ), и када то исто тело окачено о динамометар потопимо у воду. Тежина тела коју показује динамометар када је тело потопљено у воду ( $Q_2$ ), је мања за вредност силе потиска. Силу потиска рачунамо према формули:

$F_p = \rho_0 \cdot V \cdot g$ , где су  $\rho_0$  - густина течности,  $V$  - запремина потопљеног дела тела (у овом случају то је запремина целог тела),  $g$  - убрзање силе Земљине теже. Архимедов закон каже да је тежина течности која је истиснута запремином тела једнака сили потиска. Тежина тела потопљеног у воду је мања од тежине истог тела у ваздуху за тежину телом истиснуте течности.



$Q_2 = Q_1 - F_p$ , где је  $Q_1 = m \cdot g$  тежина тела у ваздуху (подсетимо се да сила потиска постоји и у ваздуху, али је она занемарљива у односу на силу Земљине теже).

$Q_2 = Q_1 - \rho_0 \cdot V \cdot g$ , па је  $\rho_0 \cdot V \cdot g = Q_1 - Q_2$ , из чега добијамо  $V = \frac{Q_1 - Q_2}{\rho_0 \cdot g}$  (1).

$Q_1 = m \cdot g$ ,  $m = \rho \cdot V$ , односно  $Q_1 = \rho \cdot V \cdot g$ , где је  $\rho$  густина потопљеног тела,  $\rho = \frac{Q_1}{V \cdot g}$  (2).

Комбиновањем једначине (1) и (2) добијамо  $\rho = \frac{Q_1}{\frac{Q_1 - Q_2}{\rho_0 \cdot g} \cdot g}$ , тј.  $\rho = \frac{Q_1 \cdot \rho_0}{Q_1 - Q_2}$ .



**Одредити густину чврстог тела применом Архимедовог закона.**

Густина воде је  $\rho = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

**ПОСТУПАК:**

- Помоћу динамометра измерити тежину тела у ваздуху ( $Q_1$ ) и тежину тела потопљеног у воду ( $Q_2$ ).
- Поступак мерења поновити три пута
- Измерене вредности уписати у табелу
- Користећи формулу за густину тела коју смо извели у уводу израчунати густину тела за свако мерење
- Густину тела израчунати као средњу вредност израчунатих густина за свако мерење

**РЕЗУЛТАТИ:**

Број мерења	$\rho_0 \left( \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)$	$Q_1(\text{N})$ ( $Q_{11}, Q_{12}, Q_{13}$ )	$Q_2(\text{N})$ ( $Q_{21}, Q_{22}, Q_{23}$ )	$\rho = \frac{Q_1 \cdot \rho_0}{Q_1 - Q_2} \left( \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)$
1	1000			
2	1000			
3	1000			

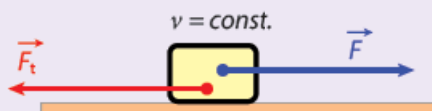
Вредност густине тела је  $\rho = \frac{\rho_1 + \rho_2 + \rho_3}{3} = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$



## ОДРЕЂИВАЊЕ РАДА СИЛЕ ПОД ЧИЈИМ ДЕЈСТВОМ СЕ ТЕЛО КРЕЋЕ ПО РАЗЛИЧИТИМ ПОДЛОГАМА

**УВОД:** У лекцији 4.1. смо научили да када на тело делује стална хоризонтална сила у смеру кретања тела, рад те силе се рачуна као производ интезитета силе  $F$  и пута који је тело прешло  $s$ ,  $A = F \cdot s$ . Ако на тело делује стална хоризонтална сила у смеру супротном од смера кретања тела, рад силе се рачуна према формули  $A = -F \cdot s$ . Када тело вучемо по подлози на њега делује сила трења клизања у супротном смеру од смера кретања тела, па рад силе трења клизања рачунамо по формули  $A_t = -F_t \cdot s$ .

Ако се тело креће равномерно праволинијски ( $v = \text{const}$ ,  $a = 0$ ), из другом Њутновог закона имамо  $m \cdot a = F - F_t$ , па добијамо  $F = F_t$ , односно сила којом вучемо тело је једнака по интезитету сили трења клизања.



**Одредити рад сталне силе која вуче тело по различитим подлогама, при чему се тело креће равномерно праволинијски.**

**ПОСТУПАК:**

- Поставити тело на углачану школску клупу, за тело закачити динамометар и вући га. Очитати вредност силе коју показује динамометар. Очитана вредност одговара интезитетима вучне силе и силе трења клизања ( $F = F_t$ ). Током кретања тела, трудити се да се тело креће равномерно праволинијски. **НАПОМЕНА:** ако хоћемо да будемо прецизнији, можемо да означимо једнака растојања на подлози и да штоперицом меримо временске интервале за које тело пређе та растојања. Када постигнемо да су временски интервали за које тело прелази једнака растојања исти, постигли смо да се тело креће константном брзином.
- Помоћу лењира или метарске траке измерити део пута које тело прелази равномерно праволинијски. **НАПОМЕНА:** тај део пута треба да буде довољно удаљен од тачке из које почиње кретање тела, јер не можемо одмах да успоставимо сталну брзину кретања.
- Поновити исти поступак за још две различите површине, нпр храпаву дрвену даску, пластичну подлогу, картон... На свакој подлози означити исти део пута које тело прелази равномерно праволинијски (пређени пут  $s$  је исти за све подлоге)
- Израчунати рад вучне силе и рад силе трења за три мерења
- Добијене вредности уписати у табелу

**РЕЗУЛТАТИ:**

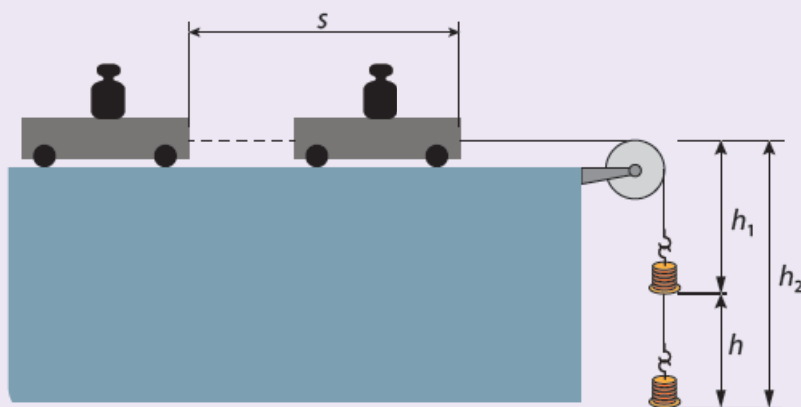
Мерење	$F$ (N)	$F_t$ (N)	$A = F \cdot s$ (J)	$A_t = -F_t \cdot s$ (J)
Подлога 1				
Подлога 2				
Подлога 3				

На основу добијених резултата одговорити на следећа питања:

- Колики је однос рада силе трења клизања и рада вучне силе?
- Која површина је најхрапавија, а која најмање храпава?

## ПРОВЕРА ЗАКОНА ОДРЖАЊА МЕХАНИЧКЕ ЕНЕРГИЈЕ ПОМОЋУ КОЛИЦА

**УВОД:** У лекцији 4.5. смо научили да је збир кинетичке и потенцијалне енергије исти у сваком положају ако је тело изоловано. Кажемо да се тада механичка енергија током кретања тела не мења.  $E = E_k + E_p = const$ . Закон одржања енергије можемо да проверимо помоћу апаратуре на слици: колица се налазе на столу по коме се крећу. Помоћу нити везана су за тас на који стављамо тегове. Било би добро да сто буде гладак, да бисмо остварили услов под којим важи закон одржања механичке енергије, а то је да сила трења буде занемарљива.



**Проверити важење закона одржања енергије помоћу колица и таса са теговима**

**ПОСТУПАК:**

- Измерити пут  $s$  на коме посматрамо кретање колица
- Измерити масу колица и таса,  $m_k$  и  $m_t$ .
- Измерити масу теге који стављамо на колица  $m_{kd}$ . **НАПОМЕНА:** Мерено време за које колица пређу пут  $s$  треба да буде довољно дугачко, нпр. око 2 s. Убрзање колица, стога, не треба да буде велико, па њихову масу повећавамо стављајући тег на њих.
- Израчунати укупну масу колица са тегом  $m = m_k + m_{kd}$ .
- Измерити три масе тегова које стављамо на тас ( $m_1, m_2, m_3$ )
- Израчунати масе таса са теговима у три случаја ( $m_{t1} = m_t + m_1, m_{t2} = m_t + m_2, m_{t3} = m_t + m_3$ )
- Израчунати укупну масу целог система (колица, тас, тегови) за три случаја  $M$ .
- Колица пустити да се крећу из мировања. Мерити време за које колица пређу измерени пут. Поступак понављати три пута, за сваку масу теге на тасу.
- Из формуле  $s = \frac{a \cdot t^2}{2}$ , добијамо  $a = \frac{2 \cdot s}{t^2}$ . Користећи ову формулу израчунати убрзање колица. Даље, на основу формуле  $v = a \cdot t_{sr}$  израчунати брзину колица на крају пређеног пута.
- Израчунати кинетичку енергију у сва три случаја:  $E_k = \frac{M \cdot v^2}{2}$ .
- Израчунати промену потенцијалне енергије таса са теговима током кретања, у сва три случаја:  $E_p = m_t \cdot g \cdot h$ .

**НАПОМЕНА:** Вредност пређеног пута колица је једнака вредности висине за коју се спустио тас  $s = h$ . Ако за референтни ниво узмемо површину стола, потенцијална енергија колица је једнака нули, потенцијалне енергије таса са теговима у почетном и крајњем тренутку су редом  $E_{p1} = -m_t \cdot g \cdot h_1$  и  $E_{p2} = -m_t \cdot g \cdot h_2$ . У почетном тренутку кинетичка енергија целог система је једнака нули, јер систем креће иу мировања. У крајњем тренутку и колица и тас са теговима имају кинетичке енергије,  $E_k = E_{k1} + E_{k2}$ . Закон одржања енергије за систем је:  $0 + E_{p1} = E_{k1} + E_{k2} + E_{p2}$ . Сређивањем наведених једначина, закон одржања енергије гласи:  $E_k = E_p$ ;  $\frac{M \cdot v^2}{2} = m_t \cdot g \cdot h$ .

**РЕЗУЛТАТИ:**

Број мерења	Маса колица $m_k(\text{kg})$	Маса таса $m_t(\text{kg})$	Маса тега додатог на колица $m_{kd}(\text{kg})$	Укупна маса колица са тегом $m(\text{kg})$	Масе тегова које стављамо на тас $m_{123}(\text{kg})$	Масе таса са теговима у три случаја $m_{t1,t2,t3}(\text{kg})$	Укупна маса система $M_{1,2,3}(\text{kg})$
1							
2							
3							

Број мерења	Време кретања колица $t_1, t_2, t_3 (\text{s})$	Убрзање колица $a_1, a_2, a_3 (\frac{\text{m}}{\text{s}^2})$	Брзина колица на крају пута $v_1, v_2, v_3 (\frac{\text{m}}{\text{s}})$	Кинетичка енергија колица на крају пута $E_k (\text{J})$	Потенцијална енергија таса са тегоцима $E_p (\text{J})$
1					
2					
3					

- Упоредити вредности добијених кинетичких и потенцијалних енергија.
- Који су могући узроци одступања једнакости између  $E_k$  и  $E_p$  ?

## ПРОВЕРА ЈЕДНАЧИНЕ ТОПЛОТНОГ БАЛАНСА МЕШАЊЕМ ТОПЛЕ И ХЛАДНЕ ВОДЕ

**УВОД:** У лекцији 5.6. смо научили да се пренос топлоте врши са тела више на тело ниже температуре. Количина топлоте коју топлија супстанција (тело) одаје једнака је количини топлоте коју хладнија прима. Из једначине топлотног баланса  $|Q_{\text{отпуштено}}| = Q_{\text{примљено}}$  тј.  $m_1 \cdot c_1(t_1 - t_R) = m_2 \cdot c_2(t_R - t_2)$  добијамо

формулу за равнотежну температуру  $t_R = \frac{m_1 \cdot c_1 \cdot t_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot t_2}{m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2}$

која у случају истих супстанци постаје  $t_R = \frac{m_1 \cdot t_1 + m_2 \cdot t_2}{m_1 + m_2}$ . Ова

једначина важи када нема губитака топлоте, па у вежби морамо да обезбедимо топлотну изолацију. Због тога би у вежби требало користити калориметар.



### Проверити једначину топлотног баланса мешањем топле и хладне воде

#### ПОСТУПАК:

- Измерити масу празне чаше у калориметру  $m_0$
- Сипати извесну количину хладне воде у чашу, измерити масу чаше и воде заједно  $m_h$ , а затим израчунати масу хладне воде  $m_1 = m_h - m_0$
- Измерити температуру хладне воде  $t_1$ .
- Другу количину воде загрејати. Измерити температуру топле воде непосредно пре додавања у калориметар  $t_2$ . Када се топла и хладна вода у калориметру измешају, затворити поклопац и мешати.
- Пратити промену температуре у калориметру. Максимална достигнута температура је равнотежна температура  $t_R$ .
- Измерити масу чаше са смешом топле и хладне воде,  $m_{ht}$ . Израчунати масу топле воде  $m_2 = m_{ht} - m_h$ .
- Све вредности унети у табелу

#### РЕЗУЛТАТИ:

Маса чаше $m_0$ (kg)	Маса чаше са хладном водом $m_h$ (kg)	Маса хладне воде $m_1$ (kg)	Маса чаше са хладном и топлим водом $m_{ht}$ (kg)	Маса топле воде $m_2$ (kg)	Темп. хладне воде $t_1$ (°C)	Темп. топле воде $t_2$ (°C)	Равнотежна температура $t_R$ (°C)

- Израчунати равнотежну температуру добијене смеше према формули из увода и упоредити са измереном.
  - Шта би могао да буде узрок разлике у вредности измерене и израчунате температуре?
- НАПОМЕНА:** Вежбу је могуће извести и без калориметра, на собној температури у обичној чаши.
- Да ли ће тада разлика у вредности измерене и израчунате равнотежне температуре бити већа или мања?
  - Како бисмо проценили количину губитка топлоте?

# 7

# РЕШЕЊА

$F = ma$

# СИЛА И КРЕТАЊЕ

## ПРОВЕРИ ЗНАЊЕ

1. а-2, б-3, в-8, г-7 2. НЕ, НЕ, ДА, НЕ  
 3. промени брзине, убрзања, почетне и крајње, брзина 4. А) г; Б) б  
 5. 6, 20, 30 6. а-4, б-1, в-2 7. а-3, б-2, в-4, г-1  
 8. А) 2, 1, 3; Б) 2; В) 3 9. 2 10. НЕ, НЕ, ДА, ДА  
 11. в 12. а, б, в  
 13. в, г 14. а 15. а 16. а 17. а 18. б 19. Г

## РЕШЕЊЕ ЗАДАТАКА

### СРЕДЊА БРЗИНА И РАВНОМЕРНО ПРОМЕНЉИВО ПРАВОЛИНИЈСКО КРЕТАЊЕ

1. Формула за средњу брзину у случају да се брзина тела мења на пређеном путу,  

$$v_s = \frac{140 \text{ km}}{3 \text{ h}} = 46,67 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Средња брзина аутомобила је

$$v_s = \frac{140 \text{ km}}{1,5 \text{ h}} = 93,34 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

2. а) Укупно време за које је дечак прешао целу стазу је  $t_u = \Delta t_1 + \Delta t_2 = 10 \text{ s} + 15 \text{ s} = 25 \text{ s}$ . Средња брзина на целом путу је

$$v_s = \frac{s_u}{t_u} = \frac{20 \text{ m}}{25 \text{ s}} = 0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- б) Пређени пут у првих 10 секунди,  $\Delta t_1$ , је

$$s_1 = \frac{s_u}{4} = 5 \text{ m}$$

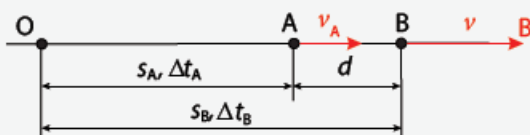
Средња брзина за то време је

$$v_{s1} = \frac{s_1}{\Delta t_1} = \frac{5 \text{ m}}{10 \text{ s}} = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

3. а)  $4,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ; б)  $6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

4. Средња брзина је  $6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

5. Ово је тип задатка у којима се тела крећу равномерно праволинијски и њихова растојања се мењају у односу на одређени положај.



Поставка задатка:

- време кашњења  $t_k = 5 \text{ min}$ ,
- време након проласка дечака  $\Delta t_B = 20 \text{ min}$ ,
- растојање између дечака и девојчице је  $d = 3 \text{ km}$ ,
- брзина дечака је  $v_B = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{60 \text{ km}}{60 \text{ min}} = 1 \frac{\text{km}}{\text{min}}$ .

Тражи се:

- брзина девојчице  $v_A$ .

Решење:

- Између сијалице и тачке А девојчица се кретала 20 минута више од дечака. Зато је време за које је прешла пут  $s_A, \Delta t_A = \Delta t_B + t_k$ .

- Са слике се види да је растојање  $d = s_B - s_A = v_B \cdot \Delta t_B - v_A \cdot \Delta t_A$   

$$= v_B \cdot \Delta t_B - v_A \cdot (\Delta t_B + t_k),$$

- одакле следи да је

$$v_A = \frac{v_B \cdot \Delta t_B - d}{\Delta t_B + t_k} = \frac{1 \frac{\text{km}}{\text{min}} \cdot 20 \text{ min} - 3 \text{ km}}{20 \text{ min} + 5 \text{ min}}$$

$$= \frac{15 \text{ km}}{25 \text{ min}} = \frac{3 \text{ km}}{5 \text{ min}} = \frac{3}{5} \cdot 60 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

6. а)  $v = 10\sqrt{5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ; б)  $v = 10\sqrt{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$

7.  $s = \frac{1}{2} v \cdot t = 50 \text{ m}$

8.  $t = 20 \text{ s}$ ,  $a = 0,25 \frac{\text{km}}{\text{s}^2}$

9. Поставка задатка:

- почетна брзина  $v_0 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ,

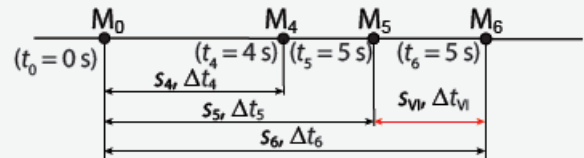
- убрзање  $a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Тражи се:

- пут за четири секунде  $s_4$ .

- пут у шестој секунди  $s_{VI}$ .

Решење:



$s_4$  - пут за четири секунде

$s_5$  - пут за пет секунди

$s_6$  - пут за шест секунди

$s_{VI}$  - пут у шестој секунди

- На слици су приказани положаји лопте у четвртој, петој и шестој секунди:  $M_4$ ,  $M_5$  и  $M_6$ .

- Како је  $t_0 = 0 \text{ s}$ , времена кретања су  $\Delta t_4 = t_4 = 4 \text{ s}$ ,  $\Delta t_5 = t_5 = 5 \text{ s}$  и  $\Delta t_6 = t_6 = 6 \text{ s}$ .

- Да би нашли пређене путеве  $s_4$ ,  $s_5$  и  $s_6$ , користимо формулу  $s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$

$$s_4 = \frac{1}{2} a \cdot t_4^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (4 \text{ s})^2 = 16 \text{ m},$$

$$s_5 = \frac{1}{2} a \cdot t_5^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (5 \text{ s})^2 = 25 \text{ m}$$

$$s_6 = \frac{1}{2} a \cdot t_6^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (6 \text{ s})^2 = 36 \text{ m}$$

- Прва секунда налази се између нултог  $t_0 = 0\text{ s}$  и тренутка  $t_1 = 1\text{ s}$ . Друга секунда је између тренутака  $t_1 = 1\text{ s}$  и  $t_2 = 2\text{ s}$ . Дакле, шеста секунда је између тренутака  $t_5 = 5\text{ s}$  и  $t_6 = 6\text{ s}$ .

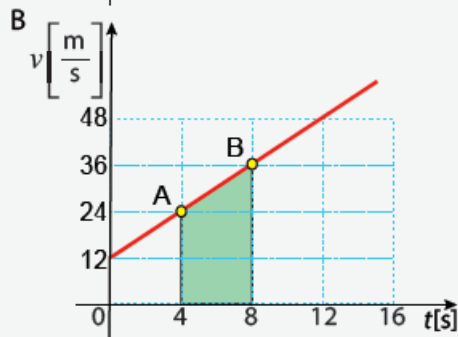
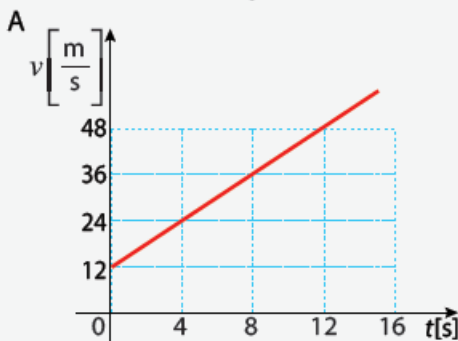
- Са слике видимо да је пут пређен у шестој секунди једнак  $s_{v1} = s_6 - s_5 = 36\text{ m} - 25\text{ m} = 11\text{ m}$ .

10. 16 m    11.  $t = 3\text{ s}$ ,  $s_B = 7,2\text{ m}$ .

12.  $t = 8,89\text{ s}$ ,  $s_1 = 48,4\text{ m}$ .

13. Прво што можемо приметити у табели јесте то да се брзина мотоциклисте мења равномерно. За сваких  $\Delta t = 4\text{ s}$ , брзина се повећа за  $\Delta v = 12\frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Значи, убрзање тела је

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{12\frac{\text{m}}{\text{s}}}{4\text{ s}} = 3\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



На слици А је график зависности брзине од времена, а на слици В је осенчен трапез чија површина је бројчано једнака пређеном путу између тренутака  $t_1 = 4\text{ s}$  и  $t_2 = 8\text{ s}$ .

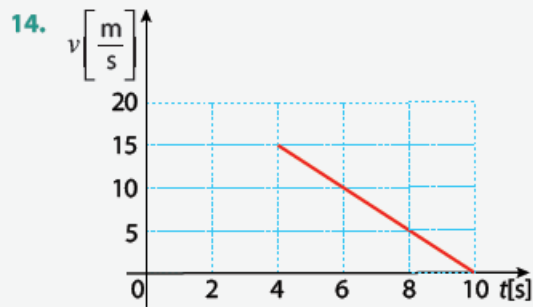
- Преко површине трапеза са слике В добија се да је укупни пређени пут

$$s_u = \frac{24\frac{\text{m}}{\text{s}} + 36\frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} (8\text{ s} - 4\text{ s}) = 120\text{ m}.$$

- Пређени пут можемо наћи и преко формуле за средњу брзину  $v_s = \frac{s_u}{t_u}$ . Како тренутку

$t_1 = 4\text{ s}$  одговара брзина  $v_1 = 24\frac{\text{m}}{\text{s}}$ , а тренутку  $t_2 = 8\text{ s}$  брзина  $v_2 = 36\frac{\text{m}}{\text{s}}$ , средња брзина у временском интервалу  $\Delta t = t_u = t_2 - t_1 = 4\text{ s}$

је  $v_s = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{24\frac{\text{m}}{\text{s}} + 36\frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} = 30\frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Пређени пут је  $s_u = v_s \cdot t_u = 30\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 4\text{ s} = 120\text{ m}$ .



- У табели видимо да се брзина аутомобила смањује равномерно. За сваких  $\Delta t = 2\text{ s}$ , брзина се смањи за  $\Delta v = 5\frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Дакле, убрзање

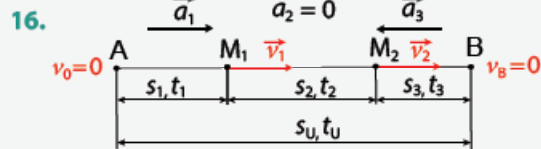
$$\text{тела је } a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{5\frac{\text{m}}{\text{s}}}{2\text{ s}} = 1,5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

- Зауствано време је  $t_z = 10\text{ s} - 4\text{ s} = 6\text{ s}$ .

- Зауствани пут рачунамо преко графика као површину правоуглог троугла, чија је једна катета  $\Delta t_1 = t_z = 6\text{ s}$ , а друга  $\Delta v_1 = 15\frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Тако да је  $s_z = \frac{1}{2} 15\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 6\text{ s} = 45\text{ m}$ .

15. А)  $t_s = 8\text{ s}$ ,  $s_1 = s_2 = 48\text{ m}$

Б)  $t_s = 8\text{ s}$ ,  $s_1 = s_2 = 32\text{ m}$



Поставка задатка:

- убрзање на првом делу пута  $a_1 = 0,8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ,
- брзина коју је достигао аутобус док се кретао равномерно убрзано  $v_1 = 12\frac{\text{m}}{\text{s}}$ ,
- растојање између места А и В  $L = s_u = 270\text{ m}$ ,
- пређени пут при успореном кретању  $s_3 = 24\text{ m}$

Решење:

- Време за које аутобус убрзава

$$t_1 = \frac{v_1}{a_1} = \frac{12\frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 15\text{ s}.$$

- Пређени пут за време  $t_1$  је

$$s_1 = \frac{1}{2} v_1 \cdot t_1 = \frac{1}{2} 12\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 15\text{ s} = 90\text{ m}.$$

- Успорено аутобуса на трећем делу пута је

$$a_3 = \frac{v_1^2}{2s_3} = \frac{144\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{2 \cdot 24\text{ m}} = 3\frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \text{ а пошто је}$$

$v_1 = v_2 = 12\frac{\text{m}}{\text{s}}$ , зауствано време је

$$t_3 = t_z = \frac{v_2}{a_3} = \frac{12\frac{\text{m}}{\text{s}}}{3\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 4\text{ s}.$$

- При равномерно аутобус је прешао пут  $s_2 = L - (s_1 + s_3) = 156 \text{ m}$ , тако да је време кретања константном брзином  $t_2 = \frac{s_2}{v_1} = 13 \text{ s}$ .
- Укупно време кретања је  $t_u = t_1 + t_2 + t_3 = 32 \text{ s}$ .

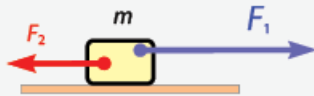
### ДРУГИ ЊУТНОВ ЗАКОН

17. а)  $a = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  б)  $a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  и у смеру је јаче силе.

18.  $\frac{1}{3}$

### РАВНОМЕРНО ПРОМЕНЉИВО КРЕТАЊЕ И ДРУГИ ЊУТНОВ ЗАКОН

19. На тело масе  $3 \text{ kg}$  које се налази у стању мировања, почињу да делују две силе  $F_1 = 15 \text{ N}$  и  $F_2 = 3 \text{ N}$  као на слици. Колику брзину ће имати тело после  $5 \text{ s}$ ?



### Поставка задатка:

- маса тела  $m = 3 \text{ kg}$
- силе које делују на тело  $F_1 = 15 \text{ N}$ ,  $F_2 = 3 \text{ N}$ ,
- време кретања  $t = 5 \text{ s}$ .

### Тражи се:

- брзина тела  $v$  после временског интервала  $t = 5 \text{ s}$ .

### Решење:

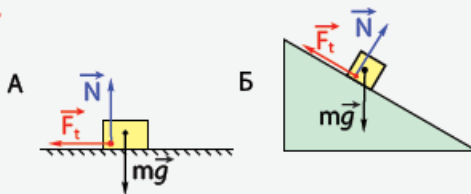
- Резултујућа сила је  $F_r = F_1 - F_2 = 15 \text{ N} - 3 \text{ N} = 12 \text{ N}$ .
- На основу Другог Њутновог закона, пошто је посматрано кретање равномерно праволинијско, следи  $a = \frac{F_r}{m} = \frac{12 \text{ N}}{3 \text{ kg}} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .
- У почетном тренутку  $t_0 = 0 \text{ s}$ , тело је у стању мировања,  $v_0 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , па за крајњу брзину користимо формулу  $v = a \cdot t = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ s} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

20.  $s = 62,5 \text{ m}$ .

## КРЕТАЊЕ ПОД ДЕЈСТВОМ СИЛЕ ТЕЖЕ И СИЛА ОТПОРА

### ПРОВЕРИ ЗНАЊЕ

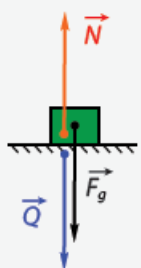
1. а) 1, б) 2 2. а -3, б -1, в -2 3. б, в 4. б, г 5. а -3, б -2, в -1 6. 4 7. 2 8. б 9. већа, мања, једнака 10. в 11. а, б 12. в 13. б, в 14.



15. не, не, да, да 16. а) повећава се, не мења се, смањује се б) не мења се, смањује се, повећава се 17. г 18. б 19. 1 20. б, в.

### РЕШЕЊЕ ЗАДАТАКА

#### ТЕЖИНА ТЕЛА



#### 1. Поставка задатка:

- маса првог тела је  $m_1 = 20 \text{ kg}$ ,
- маса обата је  $m_2 = m_1 + 2m_1 = 3m_1$ .

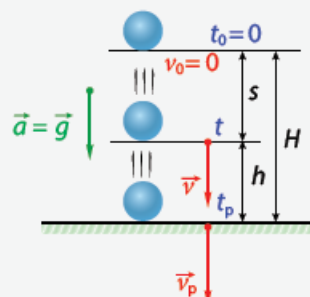
Тражи се: однос сила реакције за две масе  $\frac{N_2}{N_1}$  и однос тежина  $\frac{Q_2}{Q_1}$ .

### Решење:

- На основу Трећег Њутновог закона, сила којом тело притиска подлогу (тежина тела) једнака је сили реакције подлоге  $Q = N$
- На равној хоризонталној подлози сила Земљине теже једнака је сили реакције подлоге  $F_g = N = m \cdot g$ .
- Сила реакције подлоге  $N_1 = m_1 \cdot g = 20 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 200 \text{ N}$ , а  $N_2 = m_2 \cdot g = 3m_1 \cdot g = 60 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 600 \text{ N}$ .
- Следи  $\frac{N_2}{N_1} = 3$ .
- Однос тежина је  $\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{N_2}{N_1} = 3$ .

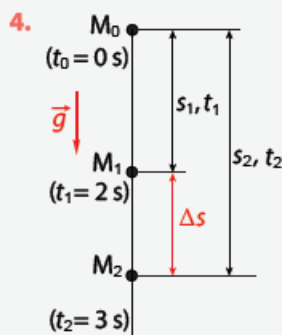
#### СЛОБОДАН ПАД

2. Решење:  $h = 75 \text{ m}$





**3. Решење:** Из формуле  $s = \frac{1}{2}g \cdot t^2$ , за  $s = \frac{H}{3}$ , добијамо да је време кретања  $t = \sqrt{\frac{2H}{3g}} = 0,45 \text{ s}$ .  
Тренутна брзина девојчице је  $v = g \cdot t = 4,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .



**Решење:** За време  $t_1$  од почетка пада, тело које слободно пада пређе пут  $s_1 = \frac{1}{2}g \cdot t_1^2 = 20 \text{ m}$ , а за време  $t_2$  пређе пут  $s_2 = \frac{1}{2}g \cdot t_2^2 = 45 \text{ m}$ . Са слике видимо да је тражени пређени пут у трећој секунди кретања једнак разлици путева  $s_2$  и  $s_1$   $\Delta s = s_2 - s_1 = 25 \text{ m}$ .

**ХИТАЦ НАНИЖЕ**

**5. Решење:** Из формуле  $v^2 = v_0^2 + 2g \cdot s$  за  $v = v_p$  и  $s = H$  добијамо  $v_p^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot H$ , одакле следи:  
 $H = \frac{v_p^2 - v_0^2}{2 \cdot g} = 3,75 \text{ m}$ .

**6. Решење:**  $t = 2 \text{ s}$

**ХИТАЦ НАВИШЕ**

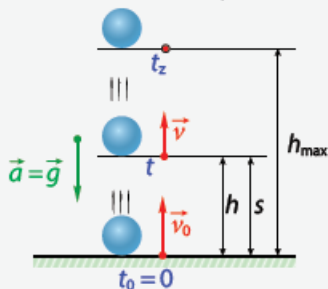
**7. Поставка задатка:**  $v_0 = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ,  $t_1 = 4 \text{ s}$ ,  $t_2 = 5 \text{ s}$ .

**Тражи се:**

брзина после  $t_1 = 4 \text{ s}$ ,  $v_1$

брзина после  $t_2 = 6 \text{ s}$ ,  $v_2$

хитац навише



**Решење:**

• Код хица навише, прво треба да проверимо на ком делу путање се тело налази: да ли иде успорено нагоре или слободно пада са максималне висине. На висини  $h = h_{\text{max}}$ , време кретања једнако је зауставном времену  $t = t_z$ , а крајња брзина  $v = 0$ . Примењујући ово на формулу  $v = v_0 - g \cdot t$ , добијамо  $t_z = \frac{v_0}{g} = 5 \text{ s}$ .

• Пошто је  $t_1 < t_z$ , тело се још креће нагоре,  
 $v_1 = v_0 - g \cdot t_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

• За  $t_2 = 6 \text{ s}$ ,  $t_2 > t_z$ , тело је у слободном паду. Време слободног пада са  $h = h_{\text{max}}$  једнако је разлици укупног времена кретања и зауставног времена,  $t_p = t_2 - t_z = 1 \text{ s}$ , тако да је:  
 $v_2 = v_p = g \cdot t_p = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

**8. Решење:**  $h_1 = s_1 = 15 \text{ m}$ ;

$$s_2 = 25 \text{ m},$$

$$h_2 = 15 \text{ m}$$

**КОМБИНОВАНИ ЗАДАЦИ: СЛОБОДАН ПАД, ХИТАЦ НАНИЖЕ, ХИТАЦ НАВИШЕ**

**9. Решење:**

$$s_1 = \frac{1}{2}gt^2 = 20 \text{ m},$$

$$s_2 = v_0t + \frac{1}{2}gt^2 = 80 \text{ m},$$

$$d = s_2 - s_1 = 60 \text{ m}.$$

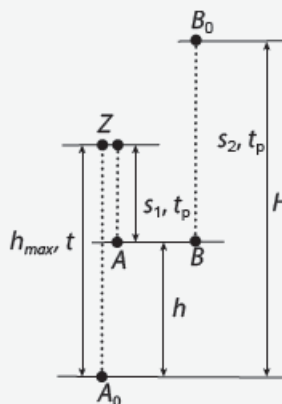
**10. Решење:** Зауставно време прве лоптице је  $t_z = \frac{v_{01}}{g} = 0,6 \text{ s}$ , тако да је време њеног слободног пада,  $t_p = t_1 - t_z = 0,4 \text{ s}$ . Пређени пут током слободног пада је  $s_1 = \frac{1}{2}gt_p^2 = 0,8 \text{ m}$ , а максимална висина на којој се нашла је

$$h_{\text{max}} = \frac{v_{01}^2}{2g} = 1,8 \text{ m}.$$

Значи, након једне секунде, прва лоптица ће бити на висини  $h = h_{\text{max}} - s_1 = 1 \text{ m}$ , мерено од почетног положаја  $A_0$ .

• Да би се друга лоптица нашла на истој висини, мора прећи пут  $s_2 = H - h = 2 \text{ m}$ . Пошто је  $s_2 = v_{02}t_2 + \frac{1}{2}gt_2^2$ , а време кретања друге лоптице једнако времену пада прве,  $t_2 = t_p$ , добијамо да је

$$v_{02} = \frac{1}{t_p} \left( s_2 - \frac{1}{2}g \cdot t_p^2 \right) = \frac{1}{0,4 \text{ s}} (2 \text{ m} - 0,8 \text{ m}) = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



На слици смо означили са  $A_0$  и  $A$  почетни и крајњи положај прве лоптице, а са  $B_0$  и  $B$  почетни и крајњи положај друге лоптице.

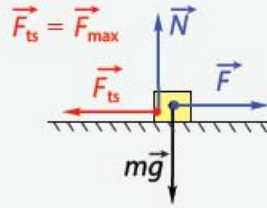
**11. Решење:**  $H = 60 \text{ m}$

**СИЛЕ ТРЕЊА МИРОВАЊА И КЛИЗАЊА**

**12. Поставка задатка:** сила која покреће сандук  $F = 500 \text{ N}$  коефицијент трења  $\mu = 0,3$ .

**Тражи се:**

- максимална сила трења мировања  $F_{\text{max}}$
- маса сандука  $m$ .

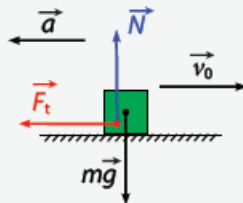


Силе које делују на сандук.

**Решење:**

- Све док сандук мирује, сила којом дечак вуче сандук једнака је сили трења мировања. У тренутку покретања, сила трења мировања достиже своју максималну вредност  $F_{\text{max}} = F = 500 \text{ N}$ .
- Пошто је  $F_{\text{max}} = \mu \cdot N$  и  $N = m \cdot g$ , добијамо да је  $F_{\text{max}} = \mu \cdot m \cdot g = F$ , па је  $m = \frac{F}{\mu \cdot g} = 166,67 \text{ kg}$ .

**13. а) Решење:** Лазар је на санке са Љубом деловао само у тренутку када им је саопштио почетну брзину  $v_0 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Током заустављања на леду, на санке делује само сила трења клизања.



Сила трења клизања је усмерена супротно вектору брзине (подлога мирује), кретање је успорено.

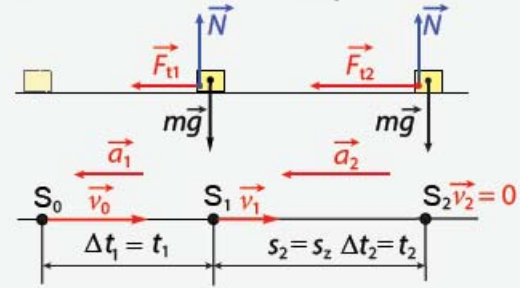
Током заустављања, на тело делује само сила трења клизања  $F_t = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g$  која му, по Другом Њутновом закону, даје успорење  $a = \frac{F_t}{m} = \frac{\mu \cdot m \cdot g}{m} = \mu \cdot g = 0,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

Пошто се код равномерно успореног кретања брзина мења по закону  $v = v_0 - at$ , у тренутку заустављања је  $v = 0$ , па је зауставно време  $t_z = \frac{v_0}{a} = 25 \text{ s}$ .

**б) Решење:** успорење  $a = 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ , зауставно време  $t_z = 2 \text{ s}$

**14. Решење:** На основу претходног задатка, успорење којим се санке крећу по леду је  $a_1 = 0,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . После  $20 \text{ s}$  клизања по леду, брзина санки ће бити  $v_1 = v_0 - a_1 \cdot t_1 = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . То је почетна брзина за део пута прекривеног

снегом  $v_{02} (v_1 = v_{02})$ . Успорење на том делу пута смо такође рачунали у претходном задатку и оно износи  $a_2 = 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .



Преласком санки са леда на снег повећава се коефицијент трења, а са њим и сила трења. На том делу пута веће је и успорење. На доњој слици су приказани положаји санки, са припадајућим брзинама, убрзањима и временским интервалима.

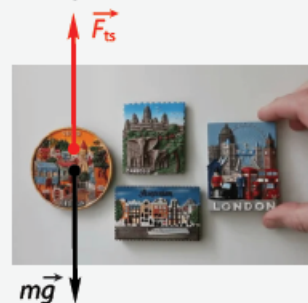
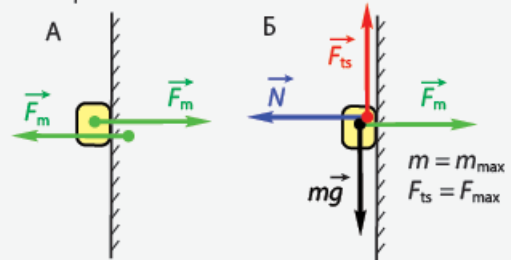
Зауставни пут налазимо из једначине  $v^2 = v_0^2 - 2a \cdot s$ . У случају када се тело зауставља  $0 = v_{02}^2 - 2a_2 \cdot s_2$ , па је зауставни пут  $s_2 = \frac{v_{02}^2}{2a_2} = 0,2 \text{ m}$ .

**15. Решење:**  $F = 155 \text{ N}$ .

**16. Решење:** Све док магнет мирује у односу на фрижидер, у правцу који је паралелан са вратима фрижидера, сила Земљине теже  $F_g = m \cdot g$  једнака је сили трења мировања  $F_{ts}$ ,  $F_{ts} = m \cdot g$ . Када маса достигне вредност  $m_{\text{max}} = 40 \text{ g}$ , сила трења мировања достиже своју максималну вредност  $F_{\text{max}} = m_{\text{max}} \cdot g$ .

• У правцу нормалном на врата, сила реакције  $N$  једнака је сили којом фрижидер делује на магнет  $F_m$ ,  $N = F_m$ .

• Пошто је  $F_{\text{max}} = \mu \cdot N = \mu \cdot F_m$ , следи да је  $F_m = \frac{F_{\text{max}}}{\mu} = 2 \text{ N}$ .



### 17. Решење:

Пошто се магнет креће навише деловањем силе  $F$ , силе трења  $F_t$  и силе Земљине теже, убрзање којим се креће добијамо из Другог Њутновог закона  $a = \frac{F_t}{m} = \frac{F - m \cdot g - F_t}{m}$ , одакле следи да је

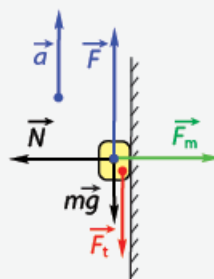
$$F = ma + mg + F_t.$$

Сила трења клизања је  $F_t = \mu \cdot N$ . У претходном задатку видели смо да је  $N = F_m$  па је  $F_t = \mu \cdot F_m$ .

Убрзање можемо израчунати на основу пређеног пута и протеклог времена из формуле  $s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$ , одакле добијамо да је убрзање  $a = \frac{2s}{t^2} = 2,04 \frac{m}{s^2}$

Сила којом Маша гура магнет:

$$F = ma + mg + \mu \cdot F_m = 1 \text{ N}.$$



18. Решење:  $s = 200 \text{ m}$

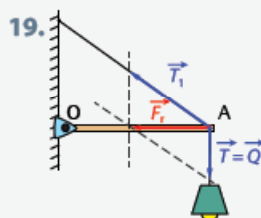
19. Решење: а)  $F_H = 240 \text{ N}$ ; б)  $F_H = 80 \text{ N}$

20. Решење: а)  $F_t = 603 \text{ N}$ ,  $s_z = 1,4 \text{ m}$ ; б)  $F_t = 828 \text{ N}$ ,  $s_z = 1,4 \text{ m}$

## РАВНОТЕЖА ТЕЛА

### ПРОВЕРИ ЗНАЊЕ

1. б 2. а -4, б -1, в -6 3. б 4. крака силе, једно-стране и двостране, лабилној, лебди (плута) 5. б 6. Б и Г 7. а -4, б -2, в -3, г -1 8. в, г 9. =, >, >. 10. НЕ, НЕ 11. а, д 12. смањује се, не мења се, смањује се 13. а - 1,5; б - 1,2,4 14. А, В 15. а-0 N, 0N б - 0,12 N, 0,13 N 16. Г 17. а - 10 N, 10 N; б - 15 N, 15 N 18. а



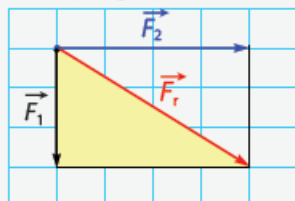
20. а, в, д

### РЕШЕЊЕ ЗАДАКА

#### 1. Поставка задатка:

- интензитети сила које делују  $F_1 = 30 \text{ N}$ ,  $F_2 = 40 \text{ N}$
- силе делују под правим углом.

**Тражи се:** резултујућа сила која делује на пак  $F_r$ .  
**Решење:** силе делују на пак под правим углом. Да бисмо их сабрали, користимо правило паралелограма. Резултујућа сила  $F_r$  је хипотенуза правоуглог троугла чије су катете вектори сила  $F_1$  и  $F_2$ .



Сабирање сила којим хокејашаи делују на пак.

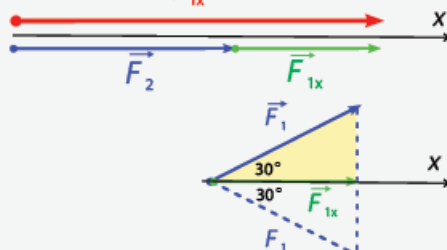
Добијамо

$$F_r^2 = F_1^2 + F_2^2 = 900 \text{ N}^2 + 1600 \text{ N}^2 = 2500 \text{ N}^2.$$

Резултујућа сила је  $F_r = 50 \text{ N}$ .

2.  $F_r = F_1 \cdot \sqrt{2} = 40 \cdot \sqrt{2} \text{ N}$ . У овом случају резултујућа сила је дијагонала квадрата, која са сваком од страница (векторима сила) гради угао од  $45^\circ$ .

3.  $F_{rx} = F_{1x} + F_2 = F \frac{\sqrt{3}}{2} + F = F \left( \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 \right) = 933 \text{ N}$ .



4. Поставка задатка:

- Машина маса  $m_1 = 50\text{kg}$ ,
- Лазарова маса  $m_2 = 60\text{kg}$ ,
- дужина даске  $l = 3\text{ m}$ ,
- првобитно растојање Лазара од тачке ослонаца  $d = 1,5\text{ m}$

**Тражи се:** растојање  $x$  за које треба да се приближи Лазар.

**Решење:** Из услова равнотеже за двострану полуку  $Q_1 \cdot d_1 = Q_2 \cdot d_2$ , где су  $Q_1 = m_1 \cdot g$  и  $Q_2 = m_2 \cdot g$  тежине Маше и Лазара. Крак Лазареве тежине  $Q_1$  је  $d = 1,5\text{ m}$ . Следи да је растојање на које мора да дође Лазар да би даска била у хоризонталном положају

$$d_2 = \frac{m_1 \cdot g \cdot d_1}{m_2 \cdot g} = \frac{m_1 \cdot d_1}{m_2} = \frac{50\text{kg} \cdot 1,5\text{m}}{60\text{kg}} = 1,25\text{m}$$

Растојање за које треба да се приближи Лазар је  $x = d - d_2 = 0,25\text{m}$ .

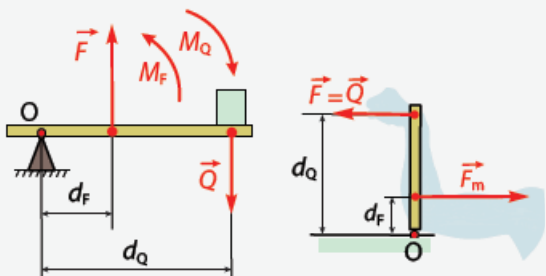
5. **Решење:** из услова за једнакост момената тежина тегова  $M_1 = Q_1 \cdot x$  и  $M_2 = Q_2 \cdot d_2$ , где су  $Q_1 = m_1 \cdot g$  и  $Q_2 = m_2 \cdot g$  тежине тегова, а крак тежине  $Q_2$  је  $d_2 = \frac{L}{4}$  добијамо једнакост:

$$m_1 \cdot g \cdot x = m_2 \cdot g \cdot \frac{L}{4}$$

$$x = \frac{m_2 \cdot L}{4 \cdot m_1} = 48\text{cm}.$$

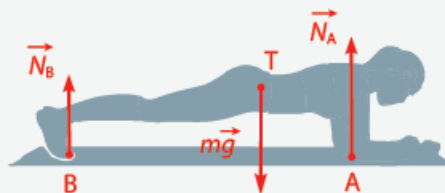
6. **Решење:**  $M = 1,6\text{ Nm}$ ; (Упутство: да би катана остала у хоризонталном положају, момент силе теже катане мора да се изједначи са моментом силе којом се делује на дршку.)

7. **Решење:** применом услова равнотеже на једнострану полуку у којој се нападна тачка силе налази између ослонаца и нападне тачке терета добијамо  $F \cdot d_Q = F_m \cdot d_F$ . Тражена сила којом делују мишићи бицепса на кост је  $F_m = 112\text{ N}$



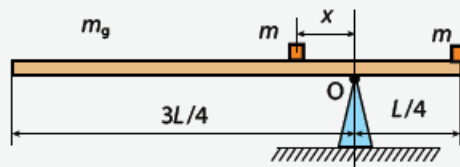
8. **Решење:** Док је у издржају, Маша се налази у стању равнотеже. Силе којима притиска под рукама и стопалима једнаке су силама реакције подлоге у тачкама А и В,  $N_A$  и  $N_B$ . Збир сила реакција подлоге једнак је сили Земљине теже која делује на Машу,  $N_A + N_B = m \cdot g$ , а њихови моменти сила су једнаки у односу на тежиште  $N_A \cdot d_A = N_B \cdot d_B$ .

Из ове две једначине добијамо да је сила реакције подлоге у тачки В  $N_B = \frac{m \cdot g \cdot d_A}{d_A + d_B} = 166,67\text{ N}$ .



9. **Решење:**  $m_x = \frac{m \cdot (d_1 + d_2)}{d_3} = 6,4\text{kg}.$

10.



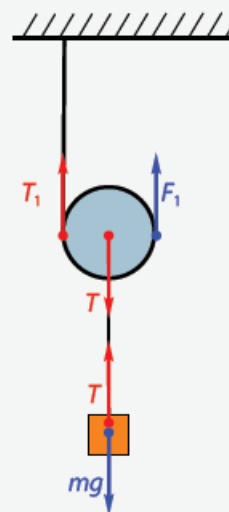
а)  $m_g \cdot g \cdot \frac{L}{4} + m \cdot g \cdot x = m \cdot g \cdot \frac{L}{4}$ , из које следи

да је  $x = \frac{L(m - m_g)}{4 \cdot m} = 20\text{cm}.$

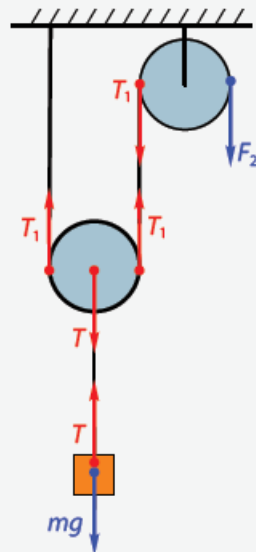
б)  $Q = Q_1 + Q_2 + m_g \cdot g = 150\text{N}.$

11. Тежина паткице је  $Q_p = 2\text{ N}$ , медведића  $Q_m = 6\text{ N}$ , а месеца  $Q_{mes} = 3,6\text{ N}$ .

12.  $T_1 + F_1 = m \cdot g$ ,  
односно  $2 \cdot F_1 = m \cdot g$ ,  
па је  $F_1 = \frac{1}{2} m \cdot g = 10\text{N}.$

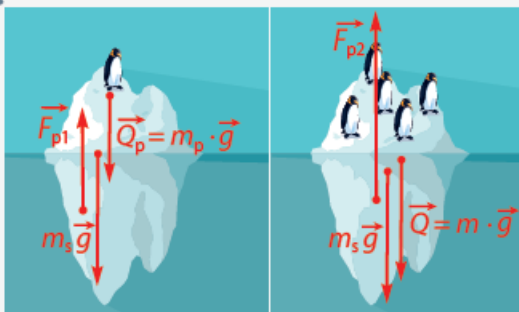


13.  $F_2 = \frac{1}{2} m \cdot g = 10\text{N}.$



### СИЛА ПОТИСКА

14.  $F_{pot1} = \rho_0 \cdot \frac{V}{2} \cdot g$  и  $F_{pot2} = \rho_0 \cdot \frac{V}{3} \cdot g$ , тако да је тражени однос  $\frac{F_{pot1}}{F_{pot2}} = \frac{3}{2}$ .
15.  $Q_1 - Q_2 = 6,4 \text{ N}$ .
16.  $Q_2 - Q_1 = Q_1 = 43,6 \text{ N}$ .
- 17.



Решење:

$$F_{p2} = Q + m_s \cdot g = \rho_0 \cdot \frac{19}{20} V \cdot g \quad (1).$$

$$F_{p1} = Q_p + m_s \cdot g = \rho_0 \cdot \frac{9}{10} V \cdot g \quad (2).$$

- $Q - Q_p = \rho_0 \cdot \frac{9}{20} V \cdot g$ , па је тражени број пингвина  $n - 1 = \frac{9\rho_0 \cdot V}{20m_p} = 90$ .

### РАВНОТЕЖА И СИЛА ПОТИСКА

18. Решење:

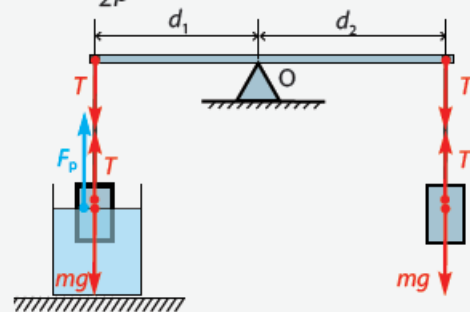
- Да би потопљен тег био у равнотежи, збир силе потиска и силе затезања леве нити једнак је сили Земљине теже  $F_p + T = m \cdot g$ , где је сила потиска  $F_p = \rho_0 \cdot g \cdot \frac{V}{2}$ , а запремина тела  $V = \frac{m}{\rho}$ . Из ових једнакости рачунамо силу затезања са леве стране  $T = m \cdot g - m \cdot g \cdot \frac{\rho_0}{2\rho}$  (1).

- Сила затезања са десне стране једнака је сили Земљине теже  $T_1 = m \cdot g$  (2).

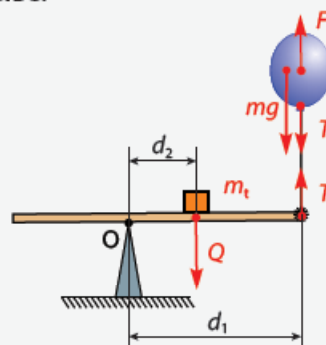
- Моменти сила затезања су једнаки  $T \cdot d_1 = T_1 \cdot d_2$  (3).

- Из једнакости (1), (2) и (3) добија се тражено растојање

$$d_2 = d_1 \frac{\rho - \rho_0}{2\rho} = 0,94 \text{ cm}.$$



19. Решење:



$$Q \cdot d_1 = T \cdot d_2 \quad (1),$$

где је  $Q$  тежина тега  $Q = m_t \cdot g$ .

$$T + m \cdot g = F_p$$

где је сила потиска  $F_p = \rho_0 \cdot g \cdot V$ . Сила затезања нити је  $T = \rho_0 \cdot V \cdot g - m \cdot g$ . (2)

- Из једнакости (1) и (2) добија се тражено растојање  $d_2 = d_1 \frac{(\rho_0 \cdot V - m)}{m_t} = 0,5 \text{ m}$ .

## МЕХАНИЧКИ РАД, ЕНЕРГИЈА И СНАГА

### ПРОВЕРИ ЗНАЊЕ

1. а-4, б-5, в-6, г-5, д-5, њ-5 2. а-1, б-4, в-3, г-2 3. б 4. б 5. а, в 6. г 7. а, б, г 8. А-а, Б-в 9. г 10. а-2, б-3 11. а-4, б-3 12. б, г, д 13. г 14. А) не мења се, не мења се, не

### РЕШЕЊЕ ЗАДАКА

#### ГРАВИТАЦИОНА ПОТЕНЦИЈАЛНА ЕНЕРГИЈА

1. У односу на задати референтни ниво, висине тела маса  $m_1$ ,  $m_2$  и  $m_3$  су  $h_1 = 2 \text{ m}$ ,  $h_2 = 0 \text{ m}$  и  $h_3 = -1 \text{ m}$  Одговарајуће потенцијалне енергије су

мења се **Б)** повећава се, не мења се, повећава се **15.** смањује, смањује **16. а** **17. а** – 100 kW, б – 0 N, в – 5 MJ **18. а** – 500 N, б – 50.000 J, в – 50.000 J, г – 2500 W **19. б** **20. а** – 6, 2; б – 2, 1; в – 1, 7; г – 5, 3

$$E_{p1} = m \cdot g \cdot h_1 = 5 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2 \text{ m} = 100 \text{ J}, E_{p2} = 0 \text{ J}$$

$$\text{и } E_{p3} = m \cdot g \cdot h_3 = -5 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1 \text{ m} = -50 \text{ J}.$$

**Приметимо:** У зависности од избора референтног нивоа, потенцијална енергија може бити и негативна!

2. 66,67%.

**КИНЕТИЧКА ЕНЕРГИЈА И МЕХАНИЧКА ЕНЕРГИЈА.  
ЗАКОН ОДРЖАЊА МЕХАНИЧКЕ ЕНЕРГИЈЕ**

3. За брзину  $v_1 = v$  кинетичка енергија је  $E_{k1} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ , а за брзину  $v_2 = 2v$  кинетичка енергија је  $E_{k2} = \frac{1}{2} m \cdot (2v)^2 = \frac{1}{2} m \cdot 4v^2 = 4E_{k1}$ . Енергија тела ће се повећати 4 пута.

4. 48 kg.

5. а) У слободном паду тело се креће само под деловањем силе Земљине теже тако да важи Закон одржања механичке енергије за положаје 1 и 2,  $E_1 = E_2$  па је

$$m \cdot g \cdot H = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} m \cdot v^2 \quad (1)$$

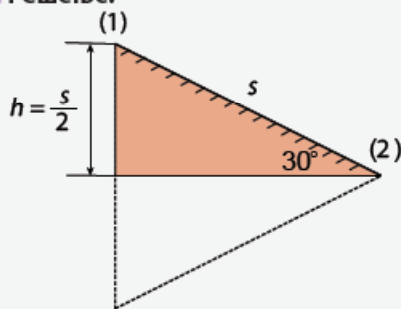
Из услова да је у положају 2 кинетичка једнака потенцијалној енергији добијамо да је

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \quad (2)$$

Из једначина (1) и (2) добија се да је  $h = \frac{H}{2} = 10\text{m}$ .

б) На сличан начин добијамо да је  $h = \frac{H}{4} = 5\text{m}$ .

6. Решење:



Коришћење једнакокрајичног троугла. Са слике видимо да пређеном путу  $s$  по стази одговара висина  $h = \frac{s}{2}$ . Из Закона одржања механичке енергије за положаје 1 и 2 следи  $m \cdot g \cdot \frac{s}{2} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ , одакле добијамо тражену брзину  $v = \sqrt{g \cdot s} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

**РАД И ПРОМЕНА ЕНЕРГИЈЕ**

7. Поставка задатка:

• маса кофе  $m = 10\text{ kg}$ ;

• извршени рад  $A_T = 400\text{ J}$ ;

**Тражи се:** дубина  $d$  на којој се налази површина воде

**Решење:** Радом силе затезања мења се механичка енергија тела, а пошто се кинетичка енергија не мења, промена механичке енергије једнака је промени потенцијалне енергије:  $A_T = \Delta E_p = m \cdot g \cdot d$ .

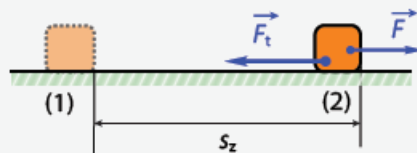
Тражена дубина је  $d = \frac{A_T}{m \cdot g} = 4\text{m}$ .

8. Радом резултанте силе  $F$  и силе трења

$F_t$  смањује се кинетичка енергија тела

$$A_r = E_{k2} - E_{k1}, \text{ односно } A_F + A_t = -\frac{1}{2} m \cdot v_0^2.$$

$$E_{k2} = \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 \quad \vec{v}_0 \quad E_{k2} = 0$$



• Рад силе трења је  $A_t = -F_t \cdot s_z$ , где је  $s_z$  зауставни пут. Пошто је кретање равномерно успорено, зауставни пут је  $s_z = v_s \cdot t_z = \frac{v_0}{2} t_z = 24\text{m}$ , а рад силе трења  $A_t = -12.000\text{ J} = -12\text{ MJ}$ .

• Рад  $A_F$  силе  $F$  је

$$A_F = -\frac{1}{2} m \cdot v_0^2 - A_t = -180\text{ J} - (-12.000\text{ J}) = 11.820\text{ J} = 11,87\text{ MJ}.$$

9. а)  $\sqrt{5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ; б) 250 N

10. Радом резултанте силе  $F$  и сила трења и сила отпора мења се кинетичка енергија тела  $A_r = E_{k2} - E_{k1}$ , односно  $A_F + A_t + A_{ot} = E_{k2} - E_{k1}$ , где је  $A_{ot}$  рад сила отпора ваздуха. Следи  $A_{ot} = E_{k2} - E_{k1} - A_F - A_t = 16,5\text{ J} - 10\text{ J} - 10\text{ J} - (-3\text{ J}) = -0,5\text{ J}$ .

11. Поставка задатка:

• маса сандука  $m = 10\text{ kg}$ ;

• висина на коју је подигнут  $h = 8\text{ m}$ ;

• почетна брзина  $v_0 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ;

• време подизања  $t = 10\text{ s}$ .

**Тражи се:** рад  $A_T$  силе затезања

**Решење 1:** Радом силе затезања променила се механичка енергија. Тело на висини  $h$  има и гравитациону потенцијалну и кинетичку енергију, па је  $A_T = \Delta E = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} m \cdot v^2$ , где је  $v$  крајња брзина.

Пошто је на њега делује стална сила, сандук ће се подизати равномерно убрзано, па је средња брзина на путу  $h$  једнака  $v_s = \frac{v}{2} = \frac{h}{t}$ , одакле следи да је

$$v = \frac{2h}{t} = 1,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \text{ Тражени рад сила затезања је } A_T = 812,8\text{ J}.$$

**Решење 2:** Из формуле  $h = \frac{1}{2} a \cdot t^2$  добијамо убрзање  $a = \frac{2h}{t^2} = 0,25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ , а из Другог Њутновог закона за кретање сандука  $m \cdot a = T - m \cdot g$ , силу затезања  $T = m \cdot a + m \cdot g = 102,5\text{ N}$ . Рад силе затезања је  $A_T = T \cdot h = 820\text{ J}$ .

**12. Решење:** 23,9 kN**СНАГА И РАД**

- 13.** Извршени рад вучне силе мотора  $A_F$  једнак је кинетичкој енергији аутомобила коју је достигао. Из дефиниције средње снаге следи да је

$$P_s = \frac{A_F}{t} = \frac{\frac{1}{2} m \cdot v^2}{t} = \frac{2000 \text{ kg} \cdot \left(50 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 5 \text{ s}}$$

$$= 260.802,5 \text{ W} = 26,1 \text{ kW}.$$

- 14.** 56 W.

**15. Поставка задатка:**

- маса возића  $m = 800 \text{ g} = 0,8 \text{ kg}$ ;
- почетна брзина  $v_0 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ;
- крајња брзина  $v = 0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ;
- време убрзавања  $t = 50 \text{ ms} = 0,05 \text{ s}$ .

**Тражи се:** средња  $P_s$  и максимална  $P_{\text{max}}$  снага

**Решење:** Радом силе мотора мења се кинетичка енергија возића  $A_F = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = 0,256 \text{ J}$ .

Тражена средња снага је  $P_s = \frac{A_F}{t} = 5,12 \text{ W}$ .

У случају када воз равномерно убрзава, максимална снага је  $P_{\text{max}} = F \cdot v = 2F \frac{v}{2} = 2P_s = 10,24 \text{ W}$ .

**КОЕФИЦИЈЕНТ КОРИСНОГ ДЕЈСТВА****16. Поставка задатка:**

- маса терета  $m = 100 \text{ kg}$ ;
- висина на коју је терет подигнут  $h = 10 \text{ m}$ ;

- крајња брзина  $v = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ;
- коефицијент корисног дејства  $\eta = 80\%$ .

**Траже се:**

- енергија  $E$  коју троши мотор;
- уложена  $P_u$  и корисна  $P_k$  снага.

**Решење:** Користан рад једнак је механичкој енергији коју је тело добило на висини  $h$ :

$$A_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h = m \left( \frac{v^2}{2} + g \cdot h \right),$$

$$= 10050 \text{ J} = 10,05 \text{ kJ}$$

то је истовремено и корисна енергија мотора  $E_k$ . Из формуле  $\eta(\%) = \frac{E_k}{E_u} \cdot 100\%$  следи:

$$E_u = E_k \frac{100\%}{80\%} = 12,56 \text{ kJ}.$$

Тражена енергија  $E$  једнака је уложеној енергији  $E_u$ .

Време  $t$  за које терет достигне енергију  $E_k$  налазимо из формуле за пређени пут код равномерно убрзаног кретања,

$$\text{тако да је } t = \frac{h}{v_s} = \frac{2h}{v} = 20 \text{ s}.$$

Корисна снага је  $P_k = \frac{A_k}{t} = 502,5 \text{ W}$ , а уложена  $P_u = P_k \frac{100\%}{80\%} = 628,1 \text{ W}$ .

- 17.** 1 t.

- 18.** 720 m,  $12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

- 19.**  $\frac{5}{6}$ .

- 20.** 6 MJ.

## ТОПЛОТНЕ ПОЈАВЕ

### ПРОВЕРИ ЗНАЊЕ

- 1.** б), **2.** а -2, б -1, в -2, г -2, д -3, **3.** в), **4.** в), **5.** а), **6.** б), **7.** б)

- 8.** а) повећање димензије тела када му се температура повећа, б) кинетичких и потен-

цијалних енергија честица од којих је тело састављено, в) супстанција прелази из чврстог у течно стање, г) мера загрејаности тела

- 9.** а, в, г, **10.** а), **11.** а ( $Q = \Delta\tau$ ;  $Q = m \cdot c \cdot \Delta t$ ), **12.** а), д), **13.** б), **14.** б), **15.** а)

# ПОЈМОВНИК

## А

**агрегатна стања** – различита стања исте супстанције у зависности од услова у којима се налази (чврсто, течно и гасовито)

**апсолутна нула** – температура која има вредност 0 К односно  $-273,15\text{ }^{\circ}\text{C}$

**апсолутна температура** – температура изражена у Келвиновој скали

## Б

**бездимензионе физичке величине** – физичке величине које немају мерну јединицу

**бестежинско стање** – стање у коме тело нема тежину

## В

**ват** – мерна јединица за снагу

**вектори** – орјентисане дужи којима се графички представљају физичке величине.

**време пада** – време за које тело падне на подлогу са дате висине

**време кретања** – временски интервал за који ће се брзина повећати или смањити на одређену вредност

## Г

**Галилејев жлеб** – апаратура на којој се експериментално испитује кретање куглице под дејством сталне резултујуће силе

**гравитациона потенцијална енергија** – енергија коју тело има због положаја у пољу Земљине теже

## Д

**двострани полуге** – полуге код којих силе делују са различитих страна тачке ослонца

**десублимација** – други назив за прелазак супстанце из гасовитог у чврсто стање, прескачући течно

**динамометар** – мерни инструмент за силу

**дифузија** – спонтани процес продирања честица једне у простор између честица друге супстанције

**Други Њутнов закон** – убрзање тела је управо сразмерно сили, а обрнуто сразмерно маси тела

## Е

**еластична потенцијална енергија** – енергија коју има тело услед еластичних деформација

**енергија** – мера способности тела да изврши рад

## И

**индиферентна равнотежа** – након отклањања из почетног положаја равнотеже тело се опет налази у стању равнотеже

**испаривање** – прелазак супстанције из течног у гасовито стање. Испаривање са површине течности се врши на свакој температури.

## Ј

**једностране полуге** – полуге код којих силе делују са исте стране тачке ослонца

## К

**Келвинова скала** – температурна скала која почиње од апсолутне нуле, која одговара нултој кинетичкој енергији молекула

**кинетичка енергија** – енергија коју тело има услед свога кретања

**коефицијент корисног дејства** – однос корисног и уложеног рада

**коефицијент трења** – физичка величина којом се бројчано описује зависност силе трења од врсте материјала тела која су у контакту

**количина топлоте** – енергија коју тело прима или губи током преноса топлоте

**компоненте силе** – силе које делују исто као и сила коју смо разложили

**кондензација** – прелазак супстанције из гасовитог у течно стање.

**конзервативне силе** – силе чији рад зависи само од почетног и крајњег положаја тела (у системима у којима делују само конзервативне силе одржава се укупна механичка енергија система)

**коњска снага** – мерна јединица за снагу која је некада била у употреби

**котрљање** – кретање при којем је брзина додирне тачке са подлогом нула

**крал силе** – најкраће растојање између правца деловања силе и осе ротације



## Л

**лабилна равнотежа** – након отклањања из почетног положаја равнотеже тело се удаљава од њега

**лака и неистегљива нит** – нит занемарљиве масе која не мења дужину током истезања

## М

**математичко клатно** – тело окачено о лаку и неистегљиву нит, занемарљивих димензија у односу на дужину те нити, које осцилује под деловањем силе Земљине теже

**механичка енергија** – збир потенцијалне и кинетичке енергије

**механички рад** – физичка појава у којој се тело премешта или деформише

**момент силе** – физичка величина која бројчано описује ефикасност силе да неко тело покрене на ротацију

## Н

**нападна тачка** – место деловања силе

## Њ

**њутн** – мерна јединица за силу

**њутн-метар** – мерна јединица за момент силе

**Њутнова цев** – стаклена цев из које се може евакуисати ваздух и служи за демонстрацију слободног пада

## О

**оса ротације** – права на којој леже центри свих кружница које све тачке тела описују током ротације

**осциловање** – кретање тела око положаја стабилне равнотеже

**очвршћавање** – процес преласка супстанције из течног у чврсто стање

## П

**полуга** – чврсто тело које може да ротира око једне тачке кроз коју пролази оса ротације

**потенцијална енергија** – енергија коју неко тело има услед свог положаја у односу на неко друго тело са којим интерагује

**правило надовезивања** – математички поступак сабирања два или више вектора надовезивањем краја једног на почетак другог вектора

**правило паралелограма** – математички поступак сабирања вектора спајањем њихових почетака

**пренос топлоте** – процес преношења енергије са тела више на тело ниже температуре

## Р

**равнотежна температура** – успостављена температура у топлотној равнотежи

**реактивно кретање** – кретање које се одвија по Трећем Њутновом закону.

**резултанта (резултујућа сила)** – векторски збир најмање две силе који замењује њихово деловање

**разлагање силе** – математички поступак којим се од једне добијају компоненте сила

**резултујући момент сила** – збир момената сила који делују на тело и он замењује деловање тих момената

**рад** – производ силе и пређеног пута који је тело прешло

## С

**сила Земљине теже** – сила којом Земља привлачи сва тела ка центру

**сила затезања** – сила којом затегнута нит или канап делује на тела која су њима повезана

**сила отпора средине** – сила којом нека средина делује на тело које се креће кроз њу

**сила потиска** – сила којом течности и гасови делују на тела која се налазе у њима

**сила притиска** – сила којом течност делује на било коју површину која се у њој налази

**сила реакције подлоге** – сила којом подлога делује на тела која је притискају својом тежином

**сила трења котрљања** – сила која делује на тела која се котрљају због деформације подлоге (много је мања од силе трења)

**силе еластичности** – мера отпора које тело пружа деформацијама

**силе трења** – силе којима се подлога одупире покретању или кретању тела по њој

**слободан пад** – кретање вертикално наниже под деловањем силе Земљине теже, при чему је почетна брзина једнака нули

**снага** – физичка величина која описује брзину извршења рада

**специфични топлотни капацитет** – количина топлоте коју треба да прими или отпусти један килограм супстанције да би му се температура повећала за 1 °C односно за 1 K

**стабилна равнотежа** – након отклањања из почетног положаја равнотеже тело се враћа у тај положај

**стање равнотеже** – тело мирује (статичка) или се креће равномерно праволинијски (динамичка равнотежа)

**сублимација** – прелазак супстанције из чврстог стања у гасовито загревањем, прескачући течно стање

## Т

**тежиште** – нападна тачка силе Земљине теже

**температура** – физичка величина која одређује меру загрејаности тела, односно мера кинетичке енергије молекула

**температура кључања** – температура на којој се одвија фазни прелаз супстанције из течног у гасовито стање (сва течност пређе у гасовито стање)

**температура топљења** – температура при којој супстанција прелази из чврстог у течно стање

**топлотна равнотежа** – стање система у којем се сви делови налазе на истој температури

**топлотно кретање** – хаотично, топлотно кретање честица у гасовима и течностима

**топлотно ширење** – повећање димензије тела при загревању

**топљење** – процес преласка супстанције из чврстог у течно стање

**тренутна брзина** – брзина у одређеном тренутку времена

**Трећи Њутнов закон** – силе којима два тела узајамно делују једно на друго једнаке су по интензитету и правцу, а супротне по смеру

## У

**убрзано кретање** – кретање код кога се тренутна брзина мења као векторска величина

**убрзање** – промена брзине у јединици времена

**убрзање Земљине теже (убрзање слободног пада)** – убрзање којим тела падају на земљу, ако је отпор ваздуха занемарљив

**унутрашња енергија тела** – збир кинетичких и потенцијалних енергија честица од којих је супстанција састављена

## Ф

**фазни прелаз** – прелазак супстанције из једног у друго агрегатно стање

## Х

**хитац навише** – кретање вертикално навише под деловањем силе Земљине теже, при чему је телу саопштена почетна брзина

**хитац наниже** – кретање вертикално наниже под деловањем силе Земљине теже, при чему је почетна брзина различита од нуле

## Ц

**Целзијусова скала** – температурна скала баждарена на основу температура мржњења и кључања воде

## Ч

**честице** – саставни део супстанције од које су изграђена тела (молекули, атоми, јони)

## Џ

**џул** – мерна јединица за енергију и рад



